↑ FORMULAIRE

Continuité

fonction continue sur un intervalle : f est continue sur l'intervalle I lorsqu'elle admet une limite en tout point de I
si f est dérivable sur I, alors f est continue sur I

théorème des *valeurs intermédiaires* : si f est continue sur $[a\,;b]$, l'équation $f(x)=k$ admet *au moins* une solution pour toute valeur de k comprise entre $f(a)$ et $f(b)$

théorème de la *bijection* : si de plus f est monotone, il y a une seule solution
le résultat s'étend à un intervalle ouvert en remplaçant les images $f(a)$ et $f(b)$ par les limites de f en a et en b

Dérivées

équation de la tangente : $(T_a)\quad y=f'(a)(x-a)+f(a)$

variations des fonctions : si $f'>0$ sur l'intervalle I, f est strictement croissante sur I
si $f'<0$ sur l'intervalle I, f est strictement décroissante sur I

dérivées des fonctions usuelles

f	f'	remarques	f	f'	remarques
x^n	$n\,x^{n-1}$		$\dfrac{1}{x}$	$\dfrac{-1}{x^2}$	$x\neq 0$
$\dfrac{1}{x^n}$	$\dfrac{-n}{x^{n+1}}$	$x\neq 0$	$\sqrt{x}$	$\dfrac{1}{2\sqrt{x}}$	$x>0$
$\ln x$	$\dfrac{1}{x}$	$x>0$	e^x	e^x	
$\sin x$	$\cos x$		$\cos x$	$-\sin x$	

opérations : $(u+v)'=u'+v'\quad (k\,u)'=k\,u'\quad (u\,v)'=u'\,v+u\,v'$
$\left(\dfrac{1}{u}\right)'=\dfrac{-u'}{u^2}\qquad \left(\dfrac{u}{v}\right)'=\dfrac{u'\,v-u\,v'}{v^2}$

utilisation d'une fonction auxiliaire

f	f'	remarques	f	f'	remarques
u^n	$n\,u^{n-1}\,u'$		$\sqrt{u}$	$\dfrac{u'}{2\sqrt{u}}$	$u>0$
$\ln u$	$\dfrac{u'}{u}$	$u>0$	e^u	$u'\,e^u$	
$\sin u$	$u'\,\cos u$		$\cos u$	$-u'\,\sin u$	

composée avec une fonction affine : $[f(ax+b)]'=a\,f'(ax+b)$

Exponentielle

définition : exp est définie et strictement croissante sur $\mathbb{R}=]-\infty\,;+\infty[$
exp est strictement positive

propriétés algébriques : $e^{a+b}=e^a\,e^b\qquad e^{-b}=\dfrac{1}{e^b}\qquad e^{a-b}=\dfrac{e^a}{e^b}$
$e^{n\,a}=(e^a)^n\qquad e^{\frac{1}{2}a}=\sqrt{e^a}$

limites : $\lim\limits_{x\to-\infty} e^x=0\qquad \lim\limits_{x\to+\infty} e^x=+\infty\qquad \lim\limits_{x\to 0}\dfrac{e^x-1}{x}=1$

croissance comparée : $\lim\limits_{x\to-\infty} x\,e^x=0\qquad \lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{e^x}{x}=+\infty\qquad \lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{x}{e^x}=0$

Logarithme

définition : pour tout $k>0$: $e^x=k \iff x=\ln k$
ln est définie et strictement croissante sur $\mathbb{R}^{+*}=]0\,;+\infty[$
ln s'annule en $x=1$

propriétés algébriques : $\ln(ab)=\ln a+\ln b\qquad \ln\dfrac{1}{b}=-\ln b\qquad \ln\dfrac{a}{b}=\ln a-\ln b$
$\ln a^n=n\,\ln a\qquad \ln\sqrt{a}=\dfrac{1}{2}\,\ln a$

limites : $\lim\limits_{x\to 0}\ln x=-\infty\qquad \lim\limits_{x\to+\infty}\ln x=+\infty\qquad \lim\limits_{x\to 1}\dfrac{\ln x}{x-1}=1$

croissance comparée : $\lim\limits_{x\to 0} x\,\ln x=0\qquad \lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{\ln x}{x}=0\qquad \lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{x}{\ln x}=+\infty$

logarithme décimal : $\log x=\ln x/\ln 10$