

Pourquoi travailler l'arithmétique dès la classe de Terminale (option spé maths) est un bon choix

Environ la moitié du programme de spécialité de Terminale S est constituée d'arithmétique. Réputée d'un abord difficile, cette discipline nécessitera en effet un « temps d'adaptation » avant d'en saisir les mécanismes un peu particuliers et déroutants.

Qu'est-ce que l'arithmétique ? Il s'agit de la théorie des nombres entiers, un des plus vieux domaines abordés par les mathématiques. Euclide fut le premier à donner des fondements à cette science, mais elle ne pourra prendre réellement son essor qu'avec l'arrivée du système de numérotation arabe : Euclide représentait les chiffres avec des segments de droites, ce qui n'est pas le plus adapté pour construire une « théorie des nombres ».

Considérée dès l'origine comme une excellente formation pour l'esprit humain, elle trouve aujourd'hui, en plus de cet extraordinaire entraînement à la réflexion pour ceux qui s'y intéressent, des applications beaucoup plus concrètes. Citons notamment la cryptographie, qui repose sur l'utilisation des nombres premiers.

De plus, le développement des outils et des méthodes pour résoudre des problèmes d'arithmétique le plus souvent abstraits a permis par ailleurs l'utilisation de ces outils dans des parties plus « concrètes » des mathématiques : l'arithmétique a été indiscutablement, de façon indirecte, un facteur important de l'évolution de tous les autres domaines mathématiques.

Depuis 1998, l'arithmétique occupe donc une place de choix dans le programme de spécialité en Terminale S. Les objectifs au niveau des connaissances restent somme toute modestes mais les raisonnements à mettre en œuvre dans la résolution des problèmes sont souvent décourageants au début. L'entraînement intensif et l'apprentissage rigoureux du cours et surtout de ses démonstrations constituent la seule solution pour dépasser ce stade inévitable où l'élève se sentira « perdu ». Avoir fait le choix de la spécialité mathématiques en terminale, c'est avoir fait le choix du travail mais aussi du courage. C'est un potentiel de valorisation pour son avenir qu'il convient de ne pas gâcher en menant un travail continu et approfondi dans cette matière : ce ne sera que plus apprécié par la suite.

Exercice (dans le cadre de cet apprentissage rigoureux du cours et des démonstrations)

Rédiger la démonstration du théorème suivant :

Théorème

Soit n_1 et n_2 **2 nombres entiers premiers entre eux**

et soit a un nombre entier donné

alors on a le théorème :

résoudre le système (S) $\begin{cases} x \equiv a \pmod{n_1} \\ x \equiv a \pmod{n_2} \end{cases}$ est équivalent à résoudre l'équation $x \equiv a \pmod{n_1 \times n_2}$

Conseil :

Travailler environ 30 minutes en essayant de démontrer ce théorème et ceci sans lire les pistes de travail qui sont accessibles en page 2 du document « correction de cet exercice »