EXERCICES : Les probabilités

Exercice n° 1

A la rentrée scolaire, on fait une enquête dans une classe de sixième comprenant 25 élèves.
On sait que dans cette classe,

– 48 % des élèves ont 11 ans ;
– un cinquième des élèves ont 13 ans ;
– les autres ont 12 ans.

Ces élèves utilisent deux types de sacs de cours : le sac à dos ou le cartable classique :

– 15 élèves, dont les deux tiers ont 11 ans, ont acheté un cartable classique ;
– les autres, dont la moitié a 12 ans, ont acheté un sac à dos.

1) Résumer la situation à l'aide d'un tableau à double entrée.

2) Donner l'arbre pondéré correspondant en choisissant comme premier critère le type de sac.
On calculera les fréquences en pourcentages, arrondis si besoin au centième.

3) Quel est le pourcentage des élèves qui ont 11 ans et qui ont un sac à dos ?

4) Parmi les élèves de 12, ans, quel est le pourcentage des élèves ayant un cartable classique ?

Exercice n° 2

Une étude réalisée auprès des élèves d'un lycée a permis d'établir que 55% des élèves possèdent un ordinateu
Parmi les élèves qui ont un ordinateur, 98% possèdent un téléphone portable.
De plus, parmi ceux qui possèdent un téléphone portable, 60% possèdent un ordinateur.
Dans tout l'exercice, on arrondira les résultats au centième (ou les pourcentages à l'unité).

Les parties A et B sont indépendantes.

Partie A : on choisit au hasard un élève de ce lycée. On note :

– M l'évènement : « L'élève possède un ordinateur » ;
– T l'évènement : « L'élève possède un téléphone portable » ;
– $\overline{M}$ l'évènement contraire de M ;
– $\overline{T}$ l'évènement contraire de T.

1 - a) Calculer la probabilité que l'élève possède un ordinateur et un téléphone portable.

b) En déduire la probabilité que l'élève possède un téléphone portable.

2 - a) On prend 0,90 comme valeur de la probabilité de l'évènement T.
Calculer la probabilité que l'élève ne possède pas d'ordinateur mais possède un téléphone portable.

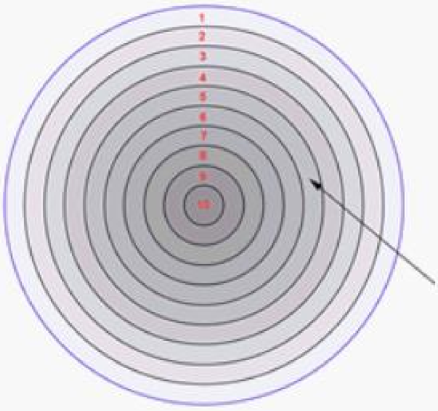
b) En déduire la probabilité que l'élève possède un téléphone portable sachant qu'il ne possède pas d'ordinateur.

Partie B : on choisit trois élèves au hasard, indépendamment les uns des autres.
On note E l'évènement : « Exactement deux des trois lycéens choisis possèdent un ordinateur ».

Calculer la probabilité de l'évènement E.

Exercice n° 3

On lance une flèche sur une cible de rayon 1 mètre.
Cette cible est partagée en 10 zones séparées par des cercles concentriques de rayons 10 cm, 20 cm, 30 cm, ...
Chaque zone rapporte le nombre de points écrit sur la cible.



Soit X la variable aléatoire associée au nombre de points marqués.

1 - Donner la loi de probabilité de X.

2 - Soit Y la variable aléatoire qui associe au point d'impact de la flèche sur la cible la distance au centre de la cible (exprimée en mètres).
Y prend toutes les valeurs de l'intervalle $[0;1]$.

a) Que vaut $p(Y = 0,5)$?

b) Compléter le tableau ci-dessous :

$Y \in [a,b]$	$[0;0,1]$	$[0,1;0,2]$	$[0,2;0,3]$	$[0,3;0,4]$	$[0,4;0,5]$	$[0,5;0,6]$	$[0,6;0,7]$	$[0,7;0,8]$	$[0,8;0,9]$	$[0,9;1]$
$p(Y \in [a,b])$										

3 - On représente cette loi de probabilité par une suite de rectangle de largeur $[a,b]$ dont l'aire est égale à $p(Y \in [a,b])$.

a) Compléter le tableau ci-dessous :

$Y \in [a,b]$	$[0;0,1]$	$[0,1;0,2]$	$[0,2;0,3]$	$[0,3;0,4]$	$[0,4;0,5]$	$[0,5;0,6]$	$[0,6;0,7]$	$[0,7;0,8]$	$[0,8;0,9]$	$[0,9;1]$
largeur										
hauteur										

b) Tracer l'histogramme associé au tableau ci-dessus dans un repère orthogonal (O, I, J).

c) Dans chaque intervalle construire le point $\left(\frac{a+b}{2}; \text{ hauteur}\right)$. Que constate-t-on quant à la position de ces points les uns par rapport aux autres ?

d) Tracer la droite (OA) avec A(1, 2). Quelle est l'équation de la droite (OA) dans le repère (O, I, J) ?

e) Soit f la fonction dont la représentation graphique est la droite (OA).

Calculer $\int_0^1 f(x)dx$ puis $\int_{0,2}^{0,3} f(x)dx$.

Exercice n° 2

On tire 1000 nombres au hasard dans l'intervalle $[2;7]$. On simule l'expérience à l'aide d'un tableur.

1 - Compléter le tableau ci-dessous :

$X \in [a,b]$	$[2;2,5]$	$[2,5;3]$	$[3;3,5]$	$[3,5;4]$	$[4;4,5]$	$[4,5;5]$	$[5;5,5]$	$[5,5;6]$	$[6;6,5]$	$[6,5;7]$
$p(X \in [a,b])$										

2 - On représente cette loi de probabilité par une suite de rectangle de largeur $[a,b]$ dont l'aire est égale à $p(X \in [a,b])$.

a) Compléter le tableau ci-dessous :

$X \in [a,b]$	$[2;2,5]$	$[2,5;3]$	$[3;3,5]$	$[3,5;4]$	$[4;4,5]$	$[4,5;5]$	$[5;5,5]$	$[5,5;6]$	$[6;6,5]$	$[6,5;7]$
largeur										
hauteur										

b) Tracer l'histogramme associé au tableau ci-dessus dans un repère orthogonal (O, I, J).

c) Dans chaque intervalle construire le point $\left(\frac{a+b}{2}; \text{ hauteur}\right)$. Que constate-t-on quant à la position de ces points les uns par rapport aux autres ?

d) En déduire la fonction de densité.