

Exercice 2 : Sur 9 points

On considère la suite (u_n) géométrique de premier terme $u_0 = 2$ et de raison 3.

1.

- Déterminer les termes u_1 , u_2 , u_3 et u_4 .
- Donner l'écriture en base 7 de u_2 .
- Montrer que l'écriture en base 7 de u_3 est $\overline{105}_7$.
- Pour obtenir l'écriture en base 7 de u_4 , un élève a effectué la multiplication ci-dessous. Dire s'il a ou non raison et expliquer pourquoi.

$$\begin{array}{r} 105 \\ \times 3 \\ \hline 315 \end{array}$$

2.

- Montrer que $u_5 = 486$.
- On considère l'algorithme suivant :

Entrée	: a un entier naturel.
Initialisation	: L liste vide ; Affecter la valeur a à x.
traitement	: Tant que $x > 0$; Effectuer la division euclidienne de x par 7 ; Affecter son reste à r et son quotient à q ; Mettre la valeur de r au début de la liste L ; Affecter q à x.
Sortie	: Afficher les éléments de la liste L.

Faire fonctionner cet algorithme pour $a = 486$. On reproduira sur la copie un tableau analogue à celui donné ci-dessous et on le complètera :

	r	q	L	x
Initialisation			vide	486
Fin étape 1				
Fin étape 2				
...				
...				
...				

Expliquer le lien entre les éléments de la liste L et l'écriture de u_5 en base 7.

3. On a divisé le terme u_{10} de la suite (u_n) par un certain entier. On obtient le quotient Q dont l'écriture décimale est $Q = 14,72727272727272\dots$ écriture dans laquelle les chiffres 7 et 2 se répètent à l'infini.

On note (v_n) la suite géométrique de premier terme 0,72 et de raison 0,01.

- a) Calculer $v_0 + v_1 + v_2$
- b) On pose $S_n = v_0 + v_1 + v_2 + \dots + v_n$ où n est un entier naturel non nul.
Calculer S_n . En déduire $\lim_{x \rightarrow +\infty} S_n$.
- c) En déduire une écriture de $0,727272\dots$ où les chiffres 7 et 2 se répètent à l'infini sous la forme du quotient de deux entiers.
- d) Quel est le nombre par lequel on a divisé u_{10} ?