Rappel du programme : "aucun langage, aucun logiciel n’est imposé". Il est donc totalement hors de question de coder les algorithmes au bac sur les calculatrices.

Exercice - Commun à tous les candidats

On considère la suite v de terme général v_n définie par :

$v_0 = 1000$ et, pour tout entier naturel n, $v_{n+1} = v_n \times 1,005 + 30$.

On considère l'algorithme suivant :

Entrées	: Deux nombres entiers S et N
Traitement	: Pour K allant de 1 à N
	Donner à S la valeur S $\times$1,005
Afficher	: S

Partie A :

1. Calculer v_1 et donner une valeur arrondie au millième de v_4

2. Faire fonctionner cet algorithme pour S = 1 000 et N = 4. Dans l'affichage final arrondir le résultat au millième.

3. Transformer l'algorithme proposé afin qu'il affiche en sortie finale v_4

Partie B :

On place 1 000 ú sur un livret qui rapporte 0,5 % par mois à intérêts composés. Chaque fin de mois, on y verse la somme de 30 ú. Ce livret est bloqué pour 5 ans ce qui signifie que, sur cette période, il est donc impossible de retirer de l'argent.

1. Vérifier qu'à la fin du premier mois, la somme présente sur le livret est égale à 1 035 ú.

2. Donner un algorithme qui permet d'afficher en sortie finale la somme présente sur ce livret au bout d'une année.
On ne demande pas de calculer cette somme.

Extrait de la partie ALGO dôun exercice - Commun à tous les candidats

Partie B

Soit (u_n) la suite définie pour tout entier strictement positif par

$$u_n = 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \ldots + \frac{1}{n} - \ln n.$$

1. On considère l'algorithme suivant :

Variables :	i et n sont des entiers naturels.
	u est un réel.
Entrée :	Demander à l'utilisateur la valeur de n.
Initialisation :	Affecter à u la valeur 0.
Traitement :	Pour i variant de 1 à n.
	Affecter à u la valeur $u + \frac{1}{i}$
Sortie :	Afficher u.

   Donner la valeur exacte affichée par cet algorithme lorsque l'utilisateur entre la valeur $n = 3$.

2. Recopier et compléter l'algorithme précédent afin qu'il affiche la valeur de u_n lorsque l'utilisateur entre la valeur de n.

3. Voici les résultats fournis par l'algorithme modifié, arrondis à 10^{-3}.

n	4	5	6	7	8	9	10	100	1000	1500	2000
u_n	0,697	0,674	0,658	0,647	0,638	0,632	0,626	0,582	0,578	0,578	0,577

   À l'aide de ce tableau, formuler des conjectures sur le sens de variation de la suite (u_n) et son éventuelle convergence.

Exercice BAC S - Commun à tous les candidats

1. On considère l'algorithme suivant :

Paramètres	Un réel strictement positif non nul a Un réel strictemenl positif non nul b ($b > a$) Un entier naturel non nul N
Variables	Réels $res1$, $res2$, $t1$ et $t2$ Entier n
Traitement	Affecter à $res1$ la valeur a Affecter à $res2$ la valeur b Affecter à n la valeur 0 TANTQUE $n < N$ Affecter à n la valeur $n+1$ Affecter à $t1$ la valeur $\dfrac{res1+res2}{2}$ Affecter à $t2$ la valeur $\sqrt{\dfrac{res1^2+res2^2}{2}}$ Affecter à $res1$ la valeur $t1$ Affecter à $res2$ la valeur $t2$ Fin de TANTQUE
Résultat	la valeur $res1$, la valeur $res2$

Reproduire et compléter le tableau suivant, en faisant fonctionner cet algorithme pour $a = 4$, $b = 9$ et $N = 2$. Les valeurs successives de $res1$ et $res1$ seront arrondies au millième.

Etape	N	n	$res1$	$res2$	$t1$	$t2$	a	b	Test $n<N$?
Entrée	2	-	-	-	-	-	4	9	-
Début itération n°1									
Fin itération n°1									
Fin itération n°2									
...									

2. A-t-on la certitude de sortir de la boucle "TANTQUE" ? Justifiez votre réponse.

Dans la suite, a et b sont deux réels tels que $0 < a < b$.
On considère les suites (u_n) et (v_n) définies par :
$u_0 = a$, $v_0 = b$ et, pour tout entier naturel n :

$$u_{n+1} = \frac{u_n + v_n}{2} \quad \text{et} \quad v_{n+1} = \sqrt{\frac{u_n^2 + v_n^2}{2}}$$

3. **a.** Démontrer par récurrence que, pour tout entier naturel n, on a : $u_n > 0$ et $v_n > 0$.
   b. Démontrer que, pour tout entier naturel n : $v_{n+1}^2 - u_{n+1}^2 = \left(\frac{u_n - v_n}{2}\right)^2$.
   En déduire que, pour tout entier naturel n, on a $u_n \leqslant v_n$.
4. **a.** Démontrer que la suite (u_n) est croissante.
   b. Comparer v_{n+1}^2 et v_n^2. En déduire le sens de variation de la suite (v_n).
5. Démontrer que les suites (u_n) et (v_n) sont convergentes.
6. Quel lien peut-on établir entre l'algorithme de la première question et les suites (u_n) et (v_n) ?

COMMENTAIRE
Le choix du type de la boucle est également discutable puisque l'on connaît le nombre d'itérations. On apprend aux élèves que la boucle TANTQUE est intéressante lorsque l'on ne connait pas à l'avance le nombre d'itérations. Ici, une boucle POUR i égal 1 à N aurait été beaucoup plus simple et aurait évité par exemple le problème du test dans le tableau...