

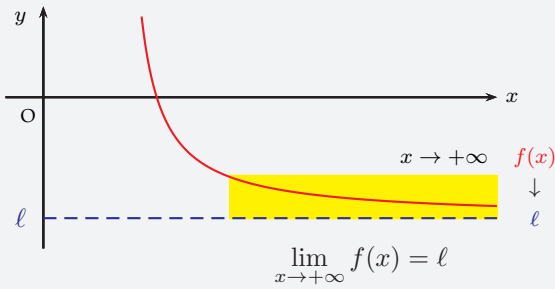


Limites et continuité

Terminale S

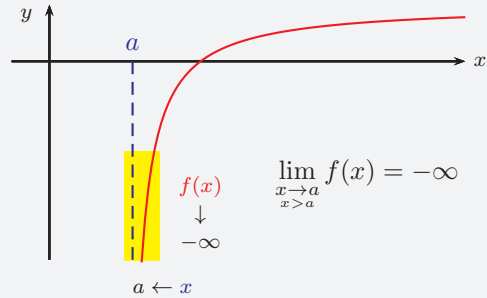


Asymptote horizontale



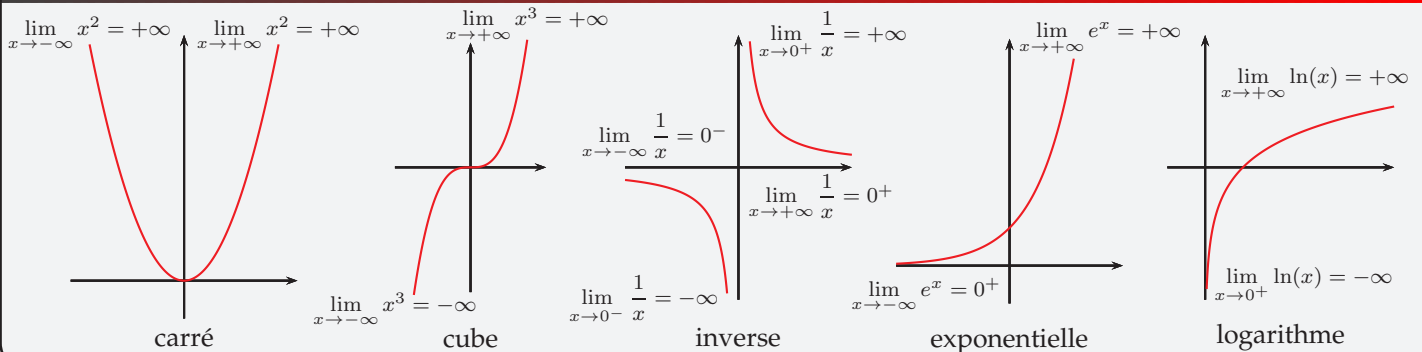
Si $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} f(x) = \ell$, la droite d'équation $y = \ell$ est une asymptote horizontale à la courbe de f en $+\infty$ ou $-\infty$

Asymptote verticale



Si $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = \pm\infty$, la droite d'équation $x = a$ est une asymptote verticale à la courbe de f

Limites des fonctions usuelles



Opérations sur les limites

$\lim f$	0	0	∞	0	ℓ	ℓ	∞	∞
$\lim g$	0	∞	0	ℓ	0	∞	ℓ	∞
$\lim(f+g)$	0	∞	∞	ℓ	ℓ	∞	∞	∞ /FI
$\lim(f \times g)$	0	FI	FI	0	0	∞	∞	∞
$\lim(f \div g)$	FI	0	∞	0	∞	0	∞	FI

$\ell \neq 0$, règle des signes pour les résultats « ∞ »

Théorèmes de comparaison

f, g, h sont trois fonctions. Si, pour tout $x \in [a, +\infty[$:

- $\diamond f(x) \leq g(x)$ et $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty \Rightarrow \lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) = +\infty$
- $\diamond f(x) \leq g(x)$ et $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) = -\infty \Rightarrow \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -\infty$
- $\diamond$ théorème des gendarmes : $f(x) \leq g(x) \leq h(x)$ et $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} h(x) = \ell \Rightarrow \lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) = \ell$

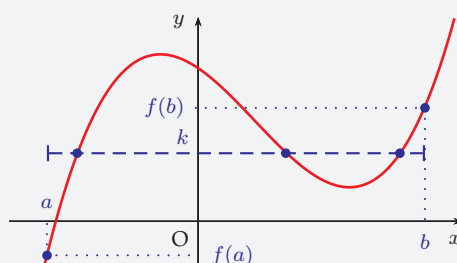
Limites particulières

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} x e^x = 0 \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{e^x}{x} = +\infty \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - 1}{x} = 1 \quad \lim_{x \rightarrow 0^+} x \ln(x) = 0 \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln(x)}{x} = 0 \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+x)}{x} = 1$$

Fonctions composées

$x \xrightarrow{f} f(x) \xrightarrow{g} g(f(x))$
 $\underbrace{\hspace{1.5cm}}_{g \circ f}$
 si $\begin{cases} \lim_{x \rightarrow a} f(x) = \ell \\ \lim_{X \rightarrow \ell} g(X) = L \end{cases}$
 alors $\lim_{x \rightarrow a} g(f(x)) = L$

Théorème des valeurs intermédiaires



Si f est une fonction continue sur un intervalle $[a; b]$ alors, pour tout réel k compris entre $f(a)$ et $f(b)$, l'équation $f(x) = k$ admet au moins une solution $\alpha \in [a; b]$
 Si de plus f est strictement monotone, α est unique