La fonction Logarithme Népérien (LN) définie sur $\mathbb{R}_+^*$: $x \mapsto \ln(x)$

Définition

La fonction logarithme népérien, notée $\ln$, est la primitive de la fonction $x \mapsto \dfrac{1}{x}$ définie sur $]0;+\infty[$ qui s'annule pour $x = 1$.

Conséquences

Pour tout $x \in]0;+\infty[$:

- $(\ln\ x)' = \dfrac{1}{x}$
- $\displaystyle\int_1^x \frac{1}{t}dt = \ln\ x$

Propriété

La fonction logarithme népérien est strictement croissante sur l'intervalle $]0;+\infty[$.

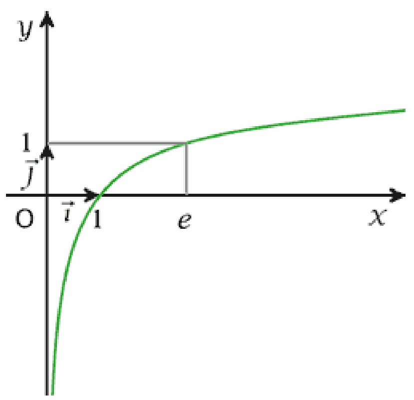
Propriétés

Limites :

- $\lim\limits_{x \to 0} \ln x = -\infty$
- $\lim\limits_{x \to +\infty} \ln x = +\infty$

x	0	1	e	$+\infty$
$f(x)$	$-\infty$	0	1	$+\infty$

Tableau de variation de la fonction logarithme népérien



Représentation graphique de la fonction logarithme népérien

La fonction Logarithme Népérien (LN) définie sur $\mathbb{R}_+^*$: $x \mapsto \ln(x)$

Théorème

Formes indéterminées :

- $\lim\limits_{x \to 0} x \ln x = 0$
- $\lim\limits_{x \to +\infty} \dfrac{\ln x}{x} = 0$
- $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{\ln(1+x)}{x} = 1$

Théorème

Si a et b sont 2 réels strictement positifs :

- $\ln a = \ln b$ si et seulement si $a = b$
- $\ln a < \ln b$ si et seulement si $a < b$

Théorème

Si a et b sont 2 réels strictement positifs et si $n \in \mathbb{Z}$:

- $\ln(ab) = \ln a + \ln b$
- $\ln\left(\dfrac{a}{b}\right) = \ln a - \ln b$
- $\ln(a^n) = n \ln a$
- $\ln\left(\sqrt{a}\right) = \dfrac{1}{2} \ln a$