EXTRAITS EPREUVES DU BAC « GEOMETRIE DANS LôESPACE »

EXERCICE 2 (4 points) (commun à tous les candidats)

Pour chacune des affirmations suivantes, indiquer si elle est vraie ou fausse et justifier la réponse.

Il est attribué un point par réponse exacte correctement justifiée. L'absence de réponse n'est pas pénalisée. Une réponse non justifiée n'est pas prise en compte.

L'espace est muni d'un repère orthonormé $\left(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k}\right)$. Les points A, B, C sont définis par leurs coordonnées :

$$A(3, -1, 4), \quad B(-1, 2, -3), \quad C(4, -1, 2).$$

Le plan $\mathscr{P}$ a pour équation cartésienne : $2x - 3y + 2z - 7 = 0$.

La droite Δ a pour représentation paramétrique $\begin{cases} x = -1 + 4t \\ y = 4 - t \\ z = -8 + 2t \end{cases}$, $t \in \mathbb{R}$.

Affirmation 1 : Les droites Δ et (AC) sont orthogonales.

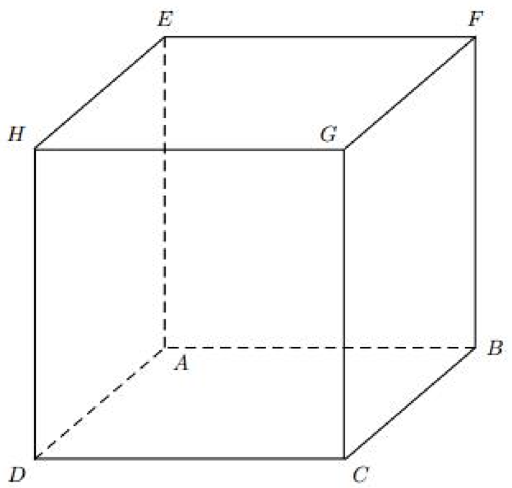
Affirmation 2 : Les points A, B et C déterminent un plan et ce plan a pour équation cartésienne $2x + 5y + z - 5 = 0$.

Affirmation 3 : Tous les points dont les coordonnées $(x\ ;\ y\ ;\ z)$ sont données par $\begin{cases} x = 1 + s - 2s' \\ y = 1 - 2s + s' \\ z = 1 - 4s + 2s' \end{cases}$, $s \in \mathbb{R}$, $s' \in \mathbb{R}$, appartiennent au plan $\mathscr{P}$.

Affirmation 4 : Il existe un plan parallèle au plan $\mathscr{P}$ qui contient la droite Δ.

EXERCICE 4 (5 points) (candidats n'ayant pas suivi l'enseignement de spécialité)

Soit $ABCDEFGH$ le cube ci-dessous.



On se place dans le repère orthonormé $\left(A; \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD}, \overrightarrow{AE}\right)$.

1) a) Montrer que la droite (DB) admet pour représentation paramétrique

$$\begin{cases} x = s \\ y = 1 - s \\ z = 0 \end{cases} \quad \text{où } s \text{ décrit l'ensemble } \mathbb{R} \text{ des nombres réels.}$$

b) Montrer que les points de la droite (AG) sont les points de coordonnées (t, t, t) où t est un réel.

2) Soit M un point quelconque de la droite (DB) et N un point quelconque de la droite (AG).
Démontrer que la droite (MN) est perpendiculaire aux deux droites (AG) et (DB) si et seulement si M et N ont pour coordonnées respectives $\left(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}, 0\right)$ et $\left(\frac{1}{3}, \frac{1}{3}, \frac{1}{3}\right)$.

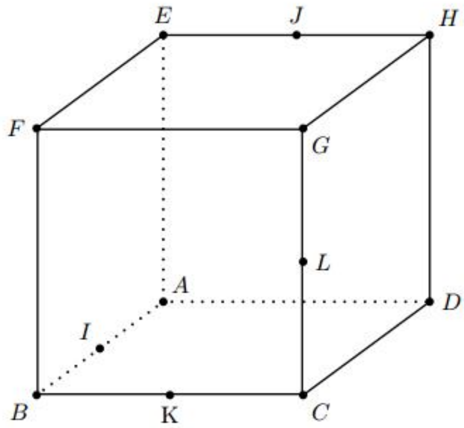
3) Soit s et t deux réels quelconques. On note $M(s, 1-s, 0)$ un point de la droite (DB) et $N(t, t, t)$ un point de la droite (AG).

a) Montrer que $MN^2 = 3\left(t - \frac{1}{3}\right)^2 + 2\left(s - \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{1}{6}$.

b) En déduire la position des points M et N pour laquelle la distance MN est minimale.
Que peut-on dire de la droite (MN) dans ce cas ?

EXERCICE 1 (6 points)

$ABCDEFGH$ est un cube.



I est le milieu du segment $[AB]$, J est le milieu du segment $[EH]$, K est le milieu du segment $[BC]$ et L est le milieu du segment $[CG]$.

On munit l'espace du repère orthonormé $\left(A\ ;\ \overrightarrow{AB},\ \overrightarrow{AD},\ \overrightarrow{AE}\right)$.

1) a) Démontrer que la droite (FD) est orthogonale au plan (IJK).

b) En déduire une équation cartésienne du plan (IJK).

2) Déterminer une représentation paramétrique de la droite (FD).

3) Soit M le point d'intersection de la droite (FD) et du plan (IJK). Déterminer les coordonnées du point M.

4) Déterminer la nature du triangle IJK et calculer son aire.

5) Calculer le volume du tétraèdre $FIJK$.

6) Les droites (IJ) et (KL) sont-elles sécantes ?

EXERCICE 3 (5 points) (candidats n'ayant pas suivi l'enseignement de spécialité)

Dans l'espace muni d'un repère orthonormé, on considère :

- les points $A(0, 1, -1)$ et $B(-2, 2, -1)$.
- la droite $\mathscr{D}$ de représentation paramétrique $\begin{cases} x = -2 + t \\ y = 1 + t \\ z = -1 - t \end{cases}$, $t \in \mathbb{R}$.

1) Déterminer une représentation paramétrique de la droite (AB).

2) a) Montrer que les droites (AB) et $\mathscr{D}$ ne sont pas parallèles.

b) Montrer que les droites (AB) et $\mathscr{D}$ ne sont pas sécantes.

Dans la suite la lettre u désigne un nombre réel.
On considère le point M de la droite $\mathscr{D}$ de coordonnées $(-2 + u, 1 + u, -1 - u)$.

3) Vérifier que le plan $\mathscr{P}$ d'équation $x + y - z - 3u = 0$ est orthogonal à la droite $\mathscr{D}$ et passe par le point M.

4) Montrer que le plan $\mathscr{P}$ et la droite (AB) sont sécants en un point N de coordonnées $(-4 + 6u, 3 - 3u, -1)$.

5) a) Montrer que la droite (MN) est perpendiculaire à la droite $\mathscr{D}$.

b) Existe-t-il une valeur du nombre réel u pour laquelle la droite (MN) est perpendiculaire à la droite (AB) ?

6) a) Exprimer MN^2 en fonction de u.

b) En déduire la valeur du réel u pour laquelle la distance MN est minimale.