EXERCICE 3 (6 points) (commun à tous les candidats)

Dans le repère orthonormé $\left(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k}\right)$ de l'espace, on considère pour tout réel m, le plan P_m d'équation

$$\frac{1}{4}m^2x + (m-1)y + \frac{1}{2}mz - 3 = 0.$$

1) Pour quelle(s) valeur(s) de m le point $A(1\ ;\ 1\ ;\ 1)$ appartient-il au plan P_m ?

2) Montrer que les plans P_1 et P_{-4} sont sécants selon la droite (d) de représentation paramétrique

$$(d)\ \begin{cases} x = 12 - 2t \\ y = 9 - 2t \\ z = t \end{cases} \qquad \text{avec } t \in \mathbb{R}.$$

3) a) Montrer que l'intersection entre P_0 et (d) est un point noté B dont on déterminera les coordonnées.

b) Justifier que pour tout réel m, le point B appartient au plan P_m.

c) Montrer que le point B est l'unique point appartenant à P_m pour tout réel m.

4) Dans cette question, on considère deux entiers relatifs m et m' tels que

$$-10 \leqslant m \leqslant 10 \quad \text{et} \quad -10 \leqslant m' \leqslant 10.$$

On souhaite déterminer les valeurs de m et de m' pour lesquelles P_m et $P_{m'}$ sont perpendiculaires.

a) Vérifier que P_1 et P_{-4} sont perpendiculaires.

b) Montrer que les plans P_m et $P_{m'}$ sont perpendiculaires si et seulement si

$$\left(\frac{mm'}{4}\right)^2 + (m-1)(m'-1) + \frac{mm'}{4} = 0.$$

c) On donne l'algorithme suivant :

Variables :	m et m' entiers relatifs

Traitement :	Pour m allant de -10 à 10 :
	  Pour m' allant de -10 à 10 :
	    Si $(mm')^2 + 16(m-1)(m'-1) + 4mm' = 0$
	      Alors Afficher $(m\ ;\ m')$
	  Fin du Pour
	Fin du Pour

Quel est le rôle de cet algorithme ?

d) Cet algorithme affiche six couples d'entiers dont $(-4\ ;\ 1)$, $(0\ ;\ 1)$ et $(5\ ;\ -4)$.
Écrire les six couples dans l'ordre d'affichage de l'algorithme.