Chute libre verticale

I. La chute libre

On dit qu'un corps est en chute libre si la seule force qui s'exerce sur ce corps est la force de pesanteur (son poids).
On ne peut donc considérer une chute libre que **pendant un temps très court**, ou dans le vide. Si la durée est plus conséquente, la force de frottement et la poussée d'Archimède ne sont plus négligeables.

Il faut que le poids soit très supérieur à la poussée d'Archimède :

P >> F
$\Longleftrightarrow \rho_{\text{systeme}} \times$ V $\times$ g >> $\rho_{\text{fluide}} \times$ V $\times$ g
$\Longleftrightarrow \rho_{\text{systeme}} >> \rho_{\text{fluide}}$

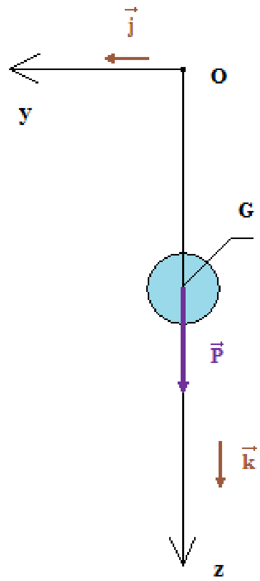
Il faut donc que la masse volumique du système étudié soit très supérieure à celle du fluide.

Pour négliger les frottements, on considérera que le corps a une forme aérodynamique.

II. Modélisation

Système : une balle de masse m et de centre d'inertie G
Référentiel : le sol, référentiel terrestre supposé galiléen
Bilan des forces : le poids ($\overrightarrow{P}$) du solide. Les autres forces étant négligées.

Schéma :



Le centre d'inertie de la balle est modelisé par un point G et la balle tombe à partir d'un point O(0 ;0) pour lequel **la vitesse initiale est nulle**.
Les vecteurs $\vec{j}$ et $\vec{k}$ sont unitaires.

On note x et y, les coordonnées du vecteur $\overrightarrow{OG}$ dans le repère.

Le but est de trouver l'équation de la vitesse (pour trouver la vitesse en connaissant le temps) et l'équation horaire (pour trouver la position de la bille en fonction du temps).

Comme le référentiel est galiléen, on peut appliquer la relation fondamentale de la dynamique :

$\Sigma \vec{F_{ext}} = m\vec{a}$

$\overrightarrow{P} = m\overrightarrow{a}$
$mg\overrightarrow{k} = m\overrightarrow{a}$
$g\overrightarrow{k} = \overrightarrow{a}$ (le mouvement est uniformément acceleré). On a donc $\vec{a}0; g$

$Onsaitque\overrightarrow{a} = \dfrac{d^2\overrightarrow{O_G}}{dt^2}$ donc $\vec{a}\dfrac{d^2x}{dt^2}; \dfrac{d^2y}{dt^2}$
$Enmettantenrelationlesdeuxformesdecoordonnéesduvecteuraccélération, onendéduitque$:

$$\begin{cases} \dfrac{d^2x}{dt^2}=0 \\ \dfrac{d^2y}{dt^2}=g \end{cases}$$

En intégrant, on obtient $\begin{cases} \dfrac{dx}{dt}= & K_1 \\ \dfrac{dy}{dt}= & gt + K_2 \end{cases}$

Pour trouver la valeur des constantes d'intégration (K_1 et K_2), on se sert des conditions initiales.
A t=0, $v = 0\,m.s^{-1}$. Or la vitesse est la dérivée de la position par rapport au temps, on peut dire que :
$\begin{cases} \dfrac{dx}{dt}=0 \\ \dfrac{dy}{dt}=0 \end{cases}$ soit $\begin{cases} K_1=0 \\ K_2=0 \end{cases}$

L'équation de la vitesse est donc $\boxed{v(t) = gt}$

Cherchons maintenant les équations horaires :

On sait à présent que $\overrightarrow{v}\,(0; gt)$ et que $\overrightarrow{v}\left(\dfrac{dx}{dt}; \dfrac{dy}{dt}\right)$
En mettant en relation les deux formes de coordonnées, on en déduit que :
$$\begin{cases} \dfrac{dx}{dt}= 0 \\ \dfrac{dy}{dt}=gt \end{cases}$$

En intégrant, on obtient $\begin{cases} x(t)= & K_3 \\ y(t)= & \dfrac{1}{2}gt^2 + K_4 \end{cases}$

A t=0, la balle est en O(0 ;0).
Donc $\begin{cases} K_3=0 \\ K_4=0 \end{cases}$

L'équation horaire du mouvement est $\boxed{y(t) = \dfrac{1}{2}gt^2}$