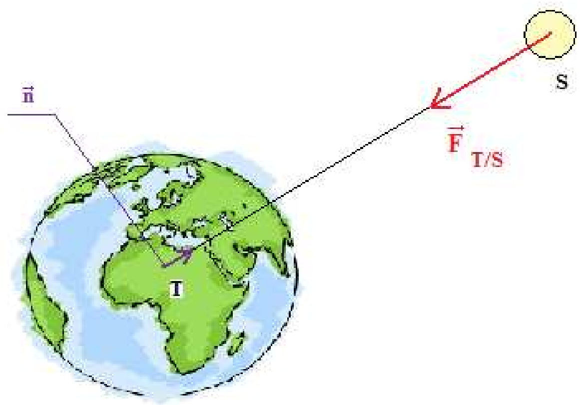
Mouvement des satellites et des planètes

I. La force de gravitation universelle

- **Système** : un satellite de masse m_s et de centre d'inertie S.
- **Référentiel** : géocentrique galiléen.
- **Bilan des forces** : la force gravitationnelle exercée par la Terre sur le satellite.



Loi de gravitation universelle énoncée par Newton :
Deux objets ponctuels T et S, de masses Mt et m_s , s'attirent avec des forces opposées dont la valeur est proportionnelle aux masses de T et S et inversement proportionnelles au carré de la distance qui sépare T et S :

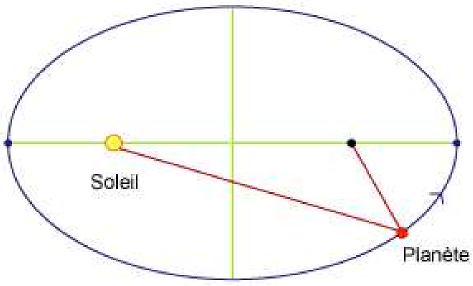
$$\boxed{\overrightarrow{F}_{T/S} = -G\frac{Mt \times m_s}{d^2}\overrightarrow{n}}$$

II. Les lois de Kepler

- **Système** : planète quelconque.
- **Référentiel** : héliocentrique (= référentiel de Kepler).
- **Bilan des forces** : la force gravitationnelle exercée par le Soleil sur la planète.

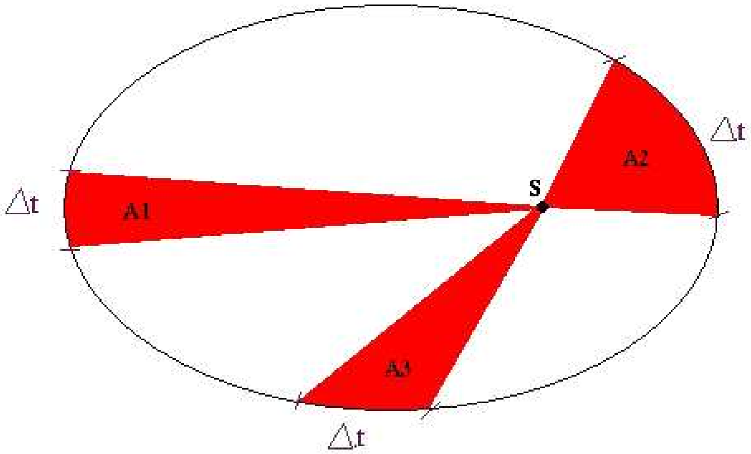
$1^{ère}$ loi de Kepler (LOI DES TRAJECTOIRES)

Dans le référentiel héliocentrique, les planètes décrivent des ellipses dont le centre S du Soleil est l'un des foyers.



$2^{\text{ème}}$ loi de Kepler (LOI DES AIRES)

Pendant une durée Δt, le rayon qui joint le centre S du Soleil au centre de la planète balaie une aire ΔA constante quelle que soit la position de la planète sur son orbite.
$\dfrac{\Delta A}{\Delta t}$ dépend de la planète considerée ;



$$A_1 = A_2 = A_3$$

$3^{\text{ème}}$ loi de Kepler (LOI DES PERIODES)

Le rapport entre le carré de la période de révolution **T** et le cube du demi grand axe **a** est le même : $\dfrac{T^2}{a^3} = K$.

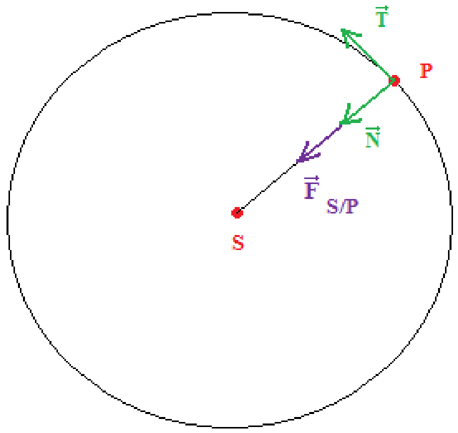
T : période de révolution de la planète (en s)
a : demi-grand axe de l'ellipse (en m)
K : constante qui dépend de l'astre autour duquel la planète est en mouvement.

Démonstration (dans le cas d'un mouvement circulaire uniforme) :

- **Système** : planète

- **Référentiel** : héliocentrique
- **Bilan des forces** : force gravitationnelle exercée par le Soleil sur la planète.

On considère une planète de masse m en mouvement circulaire uniforme autour du Soleil de masse Ms. La distance entre le Soleil et la planète vaut **r**.



- On se place dans un repère de Frenet (**repère mobile**), on a

$\vec{a} = \frac{v^2}{r}\vec{N} + \frac{dv}{dt}\vec{T}$

Ici, la vitesse est constante donc $\vec{a} = \frac{v^2}{r}\vec{N}$

Appliquons la **deuxième loi de Newton** :

$\vec{F}_{S/P} = m\vec{a}$

Or $\vec{F}_{S/P} = G \times \frac{m \times Ms}{r^2}\vec{N}$ et $\vec{a} = \frac{v^2}{r}\vec{N}$

On a donc $G \times \frac{m \times Ms}{r^2}\vec{N} = m\frac{v^2}{r}\vec{N}$

Ce qui équivaut à $\boxed{v^2 = \frac{G \times Ms}{r}}$

- Exprimons la période de révolution T en fonction de v et r.

A l'aide de la formule $v = \frac{d}{t}$, on trouve $v = \frac{2\pi r}{T}$ (en effet, d = périmètre du cercle de rayon r)

En élevant au carré, on obtient $\boxed{v^2 = \frac{4\pi^2 r^2}{T^2}}$

En égalisant les deux formules que l'on vient de trouver, $\frac{4\pi^2 r^2}{T^2} = \frac{G \times Ms}{r}$

En simplifiant, on trouve $\boxed{\frac{T^2}{r^3} = \frac{4\pi^2}{G \times Ms}}$

Remarque : les lois de Kepler sont applicables aux mouvements des satellites de la Terre étudiés dans le référentiel géocentrique.