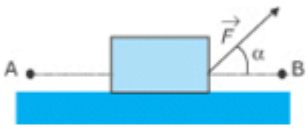
QUELQUES EXERCICES + EXPLICATIONS

travail (d'une force)

Le travail d'une force entre deux points A et B est égal à la **somme** des **travaux élémentaires** entre ces points $W_{A\to B}\left(\vec{F}\right) = \int_A^B \delta W$.

Dans le cas d'un solide en translation entre deux points A et B et soumis à une force constante quelconque faisant un angle α avec le vecteur vitesse, le travail de la force est donné par la relation $W_{A\to B}\left(\vec{F}\right) = \vec{F}.\overrightarrow{AB} = F.AB.\cos\alpha$.



Le travail de la **force de pesanteur** est indépendant du chemin suivi. Il est donné par la relation $W_{A\to B}\left(\vec{P}\right) = m.g(z_A - z_B)$, dans laquelle m, en kilogramme (kg), représente la masse de l'objet, g, en newton par kilogramme ($N.kg^{-1}$), l'intensité du champ de pesanteur et z_A et z_B, en mètre (m), les altitudes des points A et B.

Le travail de la **tension d'un ressort** est donné par la relation $W_{A\to B}\left(\vec{T}\right) = \frac{1}{2}k(x_B^2 - x_A^2)$ dans laquelle k, en newton par mètre ($N.m^{-1}$), représente la constante de raideur du ressort et x_A et x_B, en mètre (m), l'allongement du ressort en A et en B.

Exemple

Une pomme, de masse 150 g qui tombe d'un arbre de 15 m exerce un travail $W = 0{,}150 \times 9{,}81 \times 15 = 22$ J.

Travail d'une force et énergie

Quelle relation existe-t-il entre travail et énergie potentielle ? Qu'est-ce qui modifie l'énergie d'un système ? Qu'est-ce que l'énergie mécanique d'un système, quelles sont ses propriétés ?

1. Qu'est-ce que le travail d'une force ?

Premières notions

Un solide soumis à une force dont le point d'application se déplace peut :

- être mis en mouvement (exemple : shoot dans un ballon de foot) ;
- changer d'altitude (exemple : bille qui tombe) ;
- se déformer temporairement ou définitivement (exemple : les oscillations d'un ressort ou une voiture lors d'un accident) ;
- voir leur température s'élever (exemple : disques de frein lors d'un freinage).

Dans tous ces cas, on dit que la force fournit un travail.

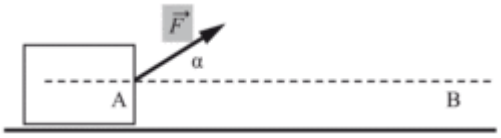
Que vaut le travail d'une force conservative ?

Notion de force conservative
Une force est dite conservative si le travail de cette force est indépendant du chemin suivi. Si ce n'est pas le cas elle est alors dite non conservative.
Travail de la force conservative

Le travail élémentaire d'une force constante $d\mathrm{W}_{\mathrm{A}\to\mathrm{B}}(\vec{\mathrm{F}})$ est égal au produit scalaire de la force $\vec{\mathrm{F}}$ par le déplacement élémentaire $\vec{d\ell}$: $d\mathrm{W}_{\mathrm{A}\to\mathrm{B}}(\vec{\mathrm{F}}) = \vec{\mathrm{F}} \cdot \vec{d\ell}$.

Le travail total d'une force constante : $\mathrm{W}_{\mathrm{A}\to\mathrm{B}}(\vec{\mathrm{F}}) = \int_{\mathrm{AB}} d\mathrm{W} = \int_{\mathrm{AB}} \vec{\mathrm{F}} \cdot \vec{d\ell}$.

Zoom



Cas d'une trajectoire rectiligne et d'une force conservative. L'expression se résume à une forme plus simple : $\mathrm{W}_{\mathrm{A}\to\mathrm{B}}(\vec{\mathrm{F}}) = \vec{\mathrm{F}} \cdot \overrightarrow{\mathrm{AB}} = \mathrm{F} \cdot \mathrm{AB} \cdot \cos(\vec{\mathrm{F}}, \overrightarrow{\mathrm{AB}})$. Le travail peut être négatif (travail résistant) ou positif (travail moteur).

Si la force $\vec{\mathrm{F}}$ est perpendiculaire au déplacement : $\mathrm{W}_{\mathrm{A}\to\mathrm{B}}(\vec{\mathrm{F}}) = 0$.

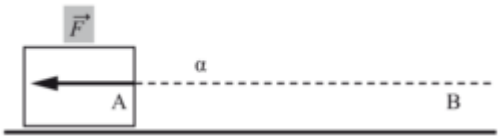
Zoom

Si la force $\vec{F}$ a la même direction et le même sens que le déplacement : $W_{A\to B}(\vec{F}) > 0$. Le travail de $\vec{F}$ favorise le déplacement de A vers B, on dit que le travail est moteur.

Zoom

Si la force $\vec{F}$ a la même direction que le déplacement, mais un sens opposé : $W_{A\to B}(\vec{F}) < 0$. Le travail de $\vec{F}$ empêche le déplacement de A vers B, on dit que le travail est résistant.

Zoom



Cas du travail du poids

Si l'on reste assez proche de la surface de la Terre, le poids d'un corps peut être considéré comme une force constante. Le travail du poids, au cours d'un déplacement du centre de gravité G, d'une position A vers une position B, s'écrit :

$$W_{A\to B}(\vec{P}) = \vec{P}\cdot\overrightarrow{AB} = -m\cdot g(z_B - z_A)$$

Le travail du poids est indépendant du chemin parcouru. C'est une force conservative. Il ne dépend que de la différence d'altitude entre les points d'arrivée z_B et de départ z_A de G.

Le travail du poids est positif si *m* descend (travail moteur) et il est négatif si *m* monte (travail résistant).

Exercice n°1

Travail de la force électrique

Une charge *q* est transportée de A vers B dans le champ uniforme d'un condensateur plan. Le champ est constant. La force électrique est donc constante au cours du déplacement, donc son travail est indépendant du chemin suivi. Par définition le travail de la force électrique est :

$$W_{A\to B}(\vec{F}) = \vec{F}\cdot\overrightarrow{AB} = q\cdot\vec{E}\cdot\overrightarrow{AB}$$

Notion de potentiel : le potentiel V d'un point du champ est égal à l'énergie potentielle Ep que posséderait une charge témoin de + 1 C placée en ce point.

$$V = \frac{E_P}{q}$$

Comme Ep = q.E. *x*, le potentiel d'un point d'abscisse *x* s'écrit : V = E*x* (V ne dépend que de la position du point et du champ électrique).

Dans un champ uniforme, l'axe O*x* est dirigé toujours dans le sens des potentiels croissants.

On définit la tension entre A et B comme la différence de potentiel entre A et B :

$$U_{AB} = V_A - V_B$$

$$W_{A\to B}(\vec{F}) = q\cdot\vec{E}\cdot\overrightarrow{AB} = -q\cdot E\cdot\Delta x = -q\cdot\Delta V$$

Nouvelle expression du travail :

$$W_{A\to B}(\vec{F}) = q\cdot\vec{E}\cdot\overrightarrow{AB} = q(V_A - V_B)$$

D'où :

Le travail est indépendant du chemin suivi, la force est bien conservative.

Que vaut le travail d'une force non conservative comme les forces de frottements au cours d'une trajectoire rectiligne ?

Les forces de frottements sont en sens opposé du mouvement donc :

$$dW_{A\to B}(\vec{f}) = \vec{f}\cdot\vec{d\ell} = ||\vec{f}||\cdot||\vec{d\ell}||\cdot\cos(\pi) = -f\cdot d\ell$$

$$W_{A\to B}(\vec{f}) = \int_{AB} -f\cdot d\ell = -f\int_{AB} d\ell = -f\cdot\ell$$

Avec ℓ la longueur du chemin suivi.
Ici le travail dépend du chemin suivi entre l'état initial et l'état final. On dit que *f* n'est pas conservative.
Exercice n°2

2. Quel est le rapport entre le travail et l'énergie potentielle ?

Qu'est-ce que l'énergie potentielle ?

On appelle énergie potentielle de pesanteur, notée Ep, la grandeur définie par :
Ep = $m\cdot g\cdot h$ (*h* est l'altitude en mètres).

Peut-on relier le travail et l'énergie potentielle ?

Le travail du poids est :

$$W_{A\to B}(\vec{P}) = -mg(z_B - z_A) = -(Ep_B - Ep_A) = -\Delta Ep$$

Cette relation signifie que la variation d'énergie potentielle de pesanteur est le travail qu'il faut fournir pour éloigner un corps du centre de la Terre d'un point A à un point B, le corps étant au repos en A et en B. Pour les forces non conservatives, il n'y a pas d'énergie potentielle associée.

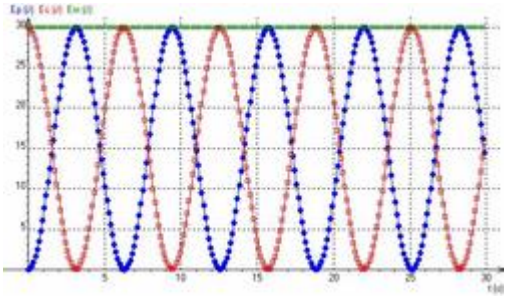
3. Que dire sur l'énergie mécanique ?

Qu'est-ce que l'énergie mécanique ?

On définit l'énergie mécanique comme la somme de l'énergie cinétique et l'énergie potentielle :
Em = Ec + Ep

Quelle propriété a l'énergie mécanique ?

Lorsque le système n'est soumis qu'à des forces conservatives, l'énergie mécanique est constante (se conserve).
Zoom



Lorsque l'énergie mécanique se conserve, si l'énergie cinétique augmente, alors l'énergie potentielle diminue. Il y a transformation d'énergie potentielle en énergie cinétique ou inversement.
Exercice n°3Exercice n°4

Ce qui est attendué

- Savoir établir l'expression du travail de la force de pesanteur.
- Savoir établir l'expression du travail de la force électrique dans un champ uniforme.
- Savoir établir l'expression du travail d'une force constante.
- Savoir établir l'expression du travail de la force de frottements (d'intensité constante au cours d'un trajet rectiligne).
- Savoir analyser les transferts d'énergie au cours d'un mouvement.