

Algorithme de Horner (II)

Objectif : division euclidienne d'un polynôme par $(X-z)$.

Données :

Les coefficients du polynôme, donnés sous la forme d'un tableau P indexé de 0 à n.

Description de l'algorithme

La division euclidienne s'écrit : $P(X) = (X-z) * Q(X) + P(z)$

L'algorithme de Horner permet de calculer $P(z)$ par les opérations successives :

$y := z * a(n)$; $y := z * (y + a(n-1))$; $y := z * (y + a(n-2))$; ... ; $y := z * (y + a(1))$; $y := P(z)$

Si on pose $Q(X) = q(n-1)X^{(n-1)} + \dots + q(0)$ et on identifie les coefficients :

$q(n-1) := a(n)$; $q(n-2) := q(n-1) * z + a(n-1)$; $q(n-3) := q(n-2) * z + a(n-2)$; ... ; $q(0) := q(1) * z + a(1)$;

$q(n-k)$ est donc le coefficient de z à la $k^{\text{ème}}$ itération. Il suffit donc de modifier un peu l'algorithme Horner I pour déterminer les coefficients de Q .

Valeur de sortie

Les coefficients du quotient de la division euclidienne de P par $(X-z)$, sous la forme d'un tableau Q indexé de 0 à n-1.

Implémentation MAPLE

```
Horner2 := proc(z,P) local k,Q ;
Q := array(0..n-1) ;
Q[n-1] := P[n] ;
for k from 1 to n-1 do
Q[n-k-1] := Q[n-k]*z+P[n-k]
od ;
eval(Q);
end proc ;
```

NB : On peut, par application successive de cet algorithme :

- 1) effectuer la division de P par tout polynôme scindé ;
- 2) déterminer les coefficients de $P(z+X)$ (et en particulier les dérivées successives au point z).