

## Zéros d'une fonction continue

**Objectif** : calculer une approximation numérique du zéro d'une fonction continue

**Données** :

Deux valeurs du paramètre  $a, b$  telles que  $f(a)f(b) < 0$ .

Le nombre de décimales exactes attendues  $N$ .

### Principe de l'algorithme (dichotomie)

On applique le théorème des valeurs intermédiaires. On pose  $m = (a+b)/2$ . Si l'intervalle  $[a, b]$  est de longueur inférieure à  $10^{-N}$ , on s'arrête et on renvoie  $m$ . Dans les autres cas, et on teste  $f(a)f(m)$  : si  $f(a)f(m) < 0$ , on applique l'algorithme avec  $a$  et  $m$ , si  $f(a)f(m) > 0$ , on fait de même avec  $m$  et  $b$ , et si  $f(a)f(m) = 0$ , on a trouvé la solution ! Cet algorithme est récursif.

### Implémentation MAPLE

```
> zero:=proc(a,b,N)
```

```
  local m,test,res;
```

```
  global f; # la fonction étudiée
```

```
  m:=(a+b)/2; test:=evalf(f(a)*f(m));
```

```
  if b-a < 10^(-N) then return m # valeur lorsque l'intervalle est assez petit
```

```
  elif f(a)*f(m)>0 then res:=zero(m,b,N)
```

```
  elif f(a)*f(m)<0 then res:=zero(a,m,N)
```

```
  else return m
```

```
  end if;
```

```
  evalf(res,N)
```

```
end proc;
```

```
> f:=x->x^3-2*x^2+2; f(-1), f(0);
```

```
      f:=x → x3 - 2x2 + 2
```

```
      -1, 2
```

```
> zero(-1, 0, 15);
```

```
      -0.839286755214161
```

```
> f(%);
```

```
      0.
```

**NB** : On a appliqué le principe « diviser pour régner » : on a résolu le problème en le divisant en deux problèmes plus simples.

### **Principe d'un algorithme itératif**

Tant que  $[a,b]$  n'est pas de longueur suffisamment petite, on teste  $f(m)f(a)$  et on remplace  $[a,b]$  par  $[a,m]$  ou  $[m,b]$ , sauf si  $f(m)=0$ , cas où on sort de la boucle.

### **Implémentation Maple**

```
> zerob:=proc(a,b,N)
local m,xmin,xmax;
global f;

xmin:=a;
xmax:=b;

do
    m:=(xmin+xmax)/2;
    if f(xmin)*f(m)>0 then xmin:=m;
    elif f(xmin)*f(m)<0 then xmax:=m
    else return m
    end if;
    if xmax-xmin<10^(-N) then break end if
end do;

evalf(m,N)    # affichage du résultat avec un nombre de décimales suffisantes

end proc;

> zerob(-1,0,15);
-0.839286755214161
```