Un théorème mathématique porteur d'une physique pré-quantique

Raoul Charreton*

1 Le théorème mathématique

Nous rappelons brièvement comme suit notre résultat mathématique [1] :

On considère une marche aléatoire, sur un axe, à pas constant, avant et arrière, équiprobables.

On note $\mathbb{N} = \{0, 1, \ldots\}$ l'ensemble des entiers naturels, et $\mathbb{Z} = \{0, \pm 1, \ldots\}$, l'ensemble des entiers signés. On note $\mathbb{J}_n = \{-n, -n+2, \ldots, n-2, n\}, n \in \mathbb{N}$, l'ensemble des $(n+1)$ entiers, de même parité que n, entre $-n$ et $+n$.

Soit $X(n,k)$ le nombre de chemins distincts, de n pas, se terminant au niveau k. $n \in \mathbb{N}, k \in \mathbb{Z}$; $X(0,0) = 1$ par convention. $X(n,k) = 0$ si n et k ne sont pas de même parité ou si $|k| > n$.

Rappel : $X(n,k) = \binom{n}{(n+k)/2} = \frac{n!}{\frac{n-k}{2}!.\frac{n+k}{2}!}, k \in \mathbb{J}_n$ ainsi que : $X(n,k) = 0, k \in \mathbb{Z}, k \notin \mathbb{J}_n$.

Soit $Y(n,k)$ le carré du nombre de chemins distincts se terminant au niveau k en $2n$ pas ou moins.

$Y(n,k) = \Big(\sum_{0 \leq m \leq 2n} X(m,k) \Big)^2$

Désignons par V_n la variable aléatoire dépendante de n ayant la loi de probabilités définie par

$P(V_n = k) = \frac{Y(n,k)}{\sum_{m \in \mathbb{J}_{2n}} Y(n,m)}, n \in \mathbb{N}, k \in 2\mathbb{Z}$

On a noté $2\mathbb{N}$ l'ensemble des entiers naturels pairs et $2\mathbb{Z}$ l'ensemble des entiers pairs signés. (On peut traiter semblablement le cas n impair.)

Notre résultat, noté théorème 1, est le suivant :

Théorème 1 : Lorsque $n \to \infty$, on a la convergence en loi

$\frac{V_n}{\sqrt{n}} \xrightarrow{d} N(0,1)$,

$N(0,1)$ désignant la loi normale centrée réduite.

*home page : http ://perso.numericable.fr/raoul.charreton

cf. Raoul Charreton, "une loi limite pour les marches aléatoires avec des applications physiques", 2007, Comptes Rendus de l'Académie des Sciences, Paris Ser I, 345, (2007)

2 équivalence limite entre mécanique quantique et mécanique statistique

Désignons par U_n la variable aléatoire dépendante de n ayant la loi de probabilités définie par

$P(U_n = k) = \frac{X(n,k)}{\sum_{m \in \mathbb{J}_n} X(n,m)}, n \in 2\mathbb{N}, k \in 2\mathbb{Z}$.

Rappelons que $\frac{U_n}{\sqrt{n}} \xrightarrow{d} N(0,1)$ en tant que loi limite de la loi binomiale considérée.

Ainsi, les deux variables aléatoires dépendantes de n, U_n et V_n, convergent en loi vers la même loi limite, la loi normale centrée de variance n.

Ce résultat suggère une voie de retour au déterminisme en mécanique quantique. En effet, d'une part, on peut rapprocher la somme $\sum_{0 \leq m \leq 2n} X(m,k)$ d'une intégrale de chemins en suivant l'analyse de R. Feynman. Cette intégrale porte sur des nombres complexes désignés par les physiciens "amplitudes de probabilités", le carré du module de cette intégrale étant la probabiiité d'un état quantique susceptible d'être révélé par une mesure. D'autre part on peut rapprocher $X(n,k)$ d'une propriété (énergie ou position) d'un système mécanique classique statistique.

Ces rapprochements impliquent diverses conditions physiques, en bref l'existence d'un nuage universel de particules ténues, telles que des neutrinos, distribués aléatoirement dans l'espace.

3 Extensions diverses du théorème 1

Nous avons exposé [2] diverses extensions du théorème 1 qui sont toutes en rapport avec l'interprétation de Bohr des amplitudes de probabilité. Elles illustrent le lien étroit entre les probabilités issues, les unes, d'une mécanique, pré-quantique, statistique, induite par un nuage universel de particules ténues, les autres, de la mécanique quantique.

Nous n'avons pas démontré complètement ces extensions, qui ne sont donc aujourd'hui que des conjectures, et même si la démonstration de quelques lemmes, les rend hautement vraisemblables, nous nous abstiendrons donc d'exposer la critique de la mécanique quantique qu'elles peuvent inspirer.

Nous nous bornerons, en nous appuyant sur le théorème 1, hors les extensions, à présenter un caractère majeur de la mécanique quantique, relatif à l'intrication quantique.

4 à propos de l'intrication quantique et de l'ordinateur quantique

Un résultat mathématique, à lui seul, ne peut avoir aucune incidence sur la physique. Il ne peut être en lien avec la physique que s'il est en rapport avec une théorie physique. Nous faisons deux hypothèses relatives à la physique :

Le continu n'a pas d'existence en physique, c'est ce que suggère la loi de Planck du rayonnement. Le continu s'exprime par l'existence de nombres réels, lesquels ne peuvent être définis qu'à l'aide du concept de l'infini, un concept mathématique qui n'aurait donc pas d'existence en physique. Telle est notre première hypothèse physique. Si un physicien la rejette, le raisonnement qui suit est sans valeur.

Notre deuxième hypothèse est l'existence d'un nuage universel de particules ténues, disons des neutrinos, constitutif d'un milieux discret de propagation des ondes gravitationnelles et des ondes électromagnétiques. Ce nuage induit une physique pré-quantique.

Le théorème 1 montre alors que la mécanique quantique est une théorie approchée et non pas exacte au sens suivant : Les deux probabilités, celle issue de la mécanique pré-quantique, statistique, et celle issue de la mécanique quantique, ne sont identiques qu'à une limite infinie, limite qui n'a pas d'existence physique. Ces deux probabilités sont proches l'une de l'autre, mais distinctes. En conséquence, l'intrication quantique, un phénomène appartenant à la mécanique quantique, est, approchée, non exacte.

Ce défaut d'exactitude ruine le fondement théorique de l'ordinateur quantique.

L'application la plus en vue d'un ordinateur quantique est la recherche des facteurs premiers d'un grand nombre N produit de deux nombres premiers, inconnus. L'algorithme, celui de Peter Schor, met en oeuvre une suite de Monte-Carlo dont le nombre de termes a une probabilité élevée d'être petit, ce qui permet d'anticiper une durée de calcul modérée.

Si l'intrication quantique est seulement approchée et non pas exacte, cette probabilité diminue et le nombre de termes de la suite de Monte-Carlo augmente.

Soit $N \simeq 2^j$. Dans un système physique de quelques bits quantiques, intriqués, disons en nombre $j < 50$ ou 100 bits, l'écart, dû au défaut d'exactitude de l'intrication quantique est si petit, qu'il est pratiquement indécelable. Par contre, l'effet de cet écart comparable à 2^{-j}, apparaîtra au premier plan dès que j sera assez grand, disons $j > 1000$. L'ordinateur quantique sera toujours incapable de définir un nombre entier, donc à une unité près, à l'aide de bits quantiques, si ce nombre est assez grand, disons, vraisemblablement, $> 2^{1000}$.

Nous ne sommes pas à même aujourd'hui de préciser le seuil, j, à partir duquel le défaut d'intrication quantique se manifeste, car ce seuil dépend lui même des procédés de mesure, mais le théorème 1, joint à l'hypothèse que l'infini n'a pas d'existence physique, suffit à montre que ce seuil existe.

Paris, le 17 octobre 2017, R. L. Charreton

Références

[1] Charreton R. L., *Une loi limite pour les marches aléatoires avec des applications physiques*, Comptes Rendus de l'Académie des Sciences Paris, Ser. I 345 (2007)

[2] Charreton R. L., *Révision des fondements de la mécanique quantique et de la gravitation*, chapitre VI, 2009, éditeur l'Harmattan, Paris