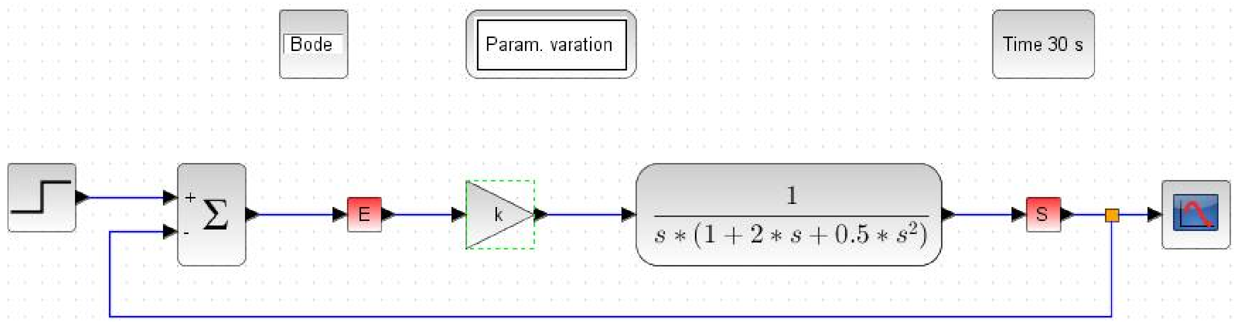
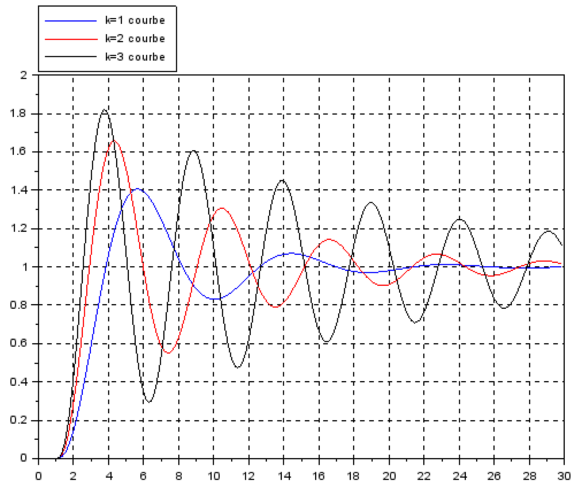
TD SCILAB XCOS
REPONSE FREQUENTIELLE DES SLCI

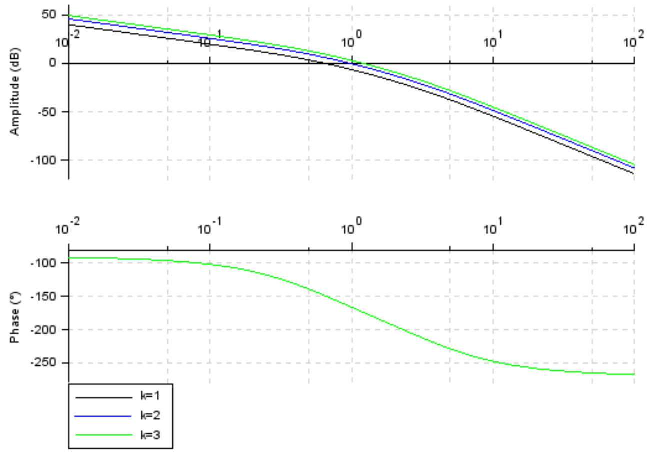
PROBLEME POSE :

Le diagramme de Bode caractérise le comportement fréquentiel d'un système (soumis à une entrée sinusoïdale).

Il donne aussi des informations sur le comportement temporel, en particulier sur la stabilité.







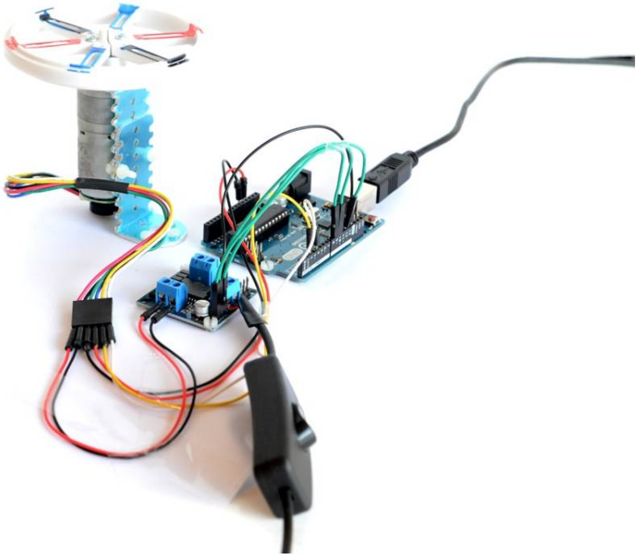
On se propose dans ce TP sur le logiciel « Scilab-Xcos » :

- ✓ D'analyser la réponse fréquentielle d'un moteur à courant continu modélisé par un système du premier ordre.
- ✓ D'étudier l'influence du coefficient d'amortissement sur le diagramme de Bode d'un système du deuxième ordre.
- ✓ D'étudier le lien entre la stabilité relative de la FTBF (Fonction de Transfert en Boucle Fermée) d'un système asservi et le diagramme de Bode de la FTBO (Fonction de Transfert en Boucle Ouverte).

ACTIVITE 1 : ANALYSE FREQUENTIELLE DU COMPORTEMENT D'UN MOTOREDUCTEUR

Le système d'étude comprend :

Une carte de commande à microcontrôleur « Arduino Uno » associée à une carte de puissance de type hacheur en pont, permettant de piloter un motoréducteur en boucle ouverte (commande directe du moteur) ou en boucle fermée (asservissement de position angulaire).



Le moteur à continu étudié, accouplé à un réducteur à engrenages et comprenant un codeur incrémental, présente les caractéristiques techniques suivantes :

<u>Moteur Pololu :</u>

R : résistance électrique interne: 3.0 Ohms

L : inductance des enroulements: 90 mH

J : moment d'inertie du rotor: 5.10-6 kg.m²

K_c : constante de couple : 0.01 N.M/A

K_e: constante de fem: 0.01 V/rad/s

d : coefficient de frottement visqueux: 0.005N.m.s/rad

Ω_m : vitesse de rotation de l'arbre de sortie du réducteur (rad/s)

i_m : courant dans le moteur (A)

U_m : tension d'alimentation (V).
(Tension nominale 9V)

Réducteur : rapport de réduction r = 1/34.

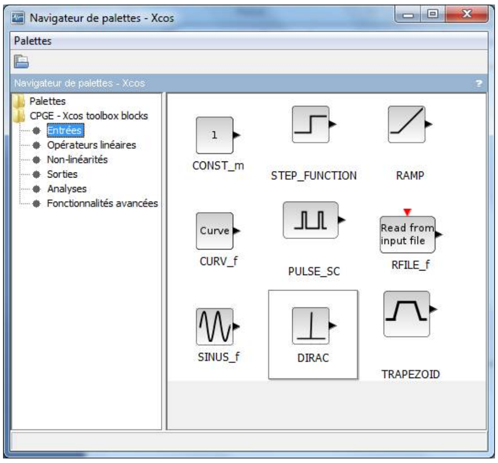
Visionner la vidéo « TP1-AnaFreq_MotoredCC_BO.wmv ».

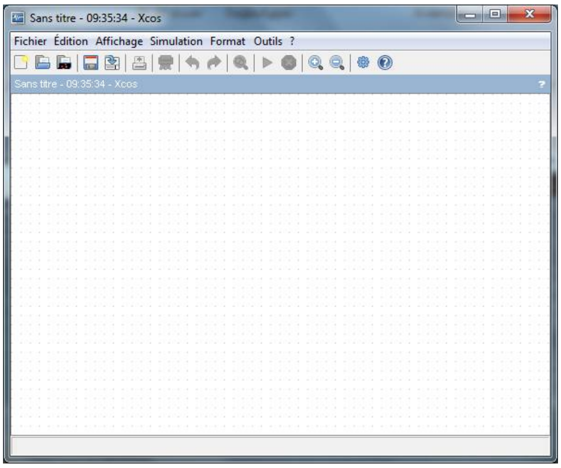
Etude des réponses une entrées sinusoïdale.

⇨ Lancer le logiciel Scilab .

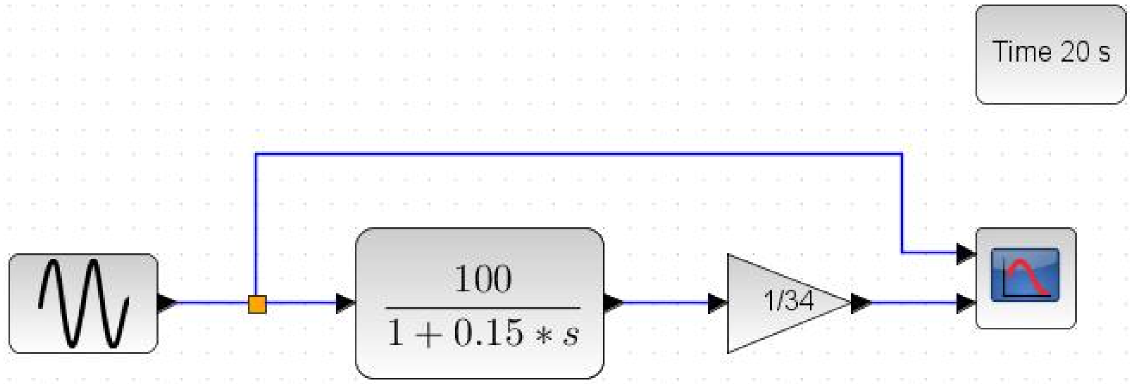
⇨ Lancer l'application Xcos en cliquant sur .

Vous disposez alors d'un éditeur graphique et d'un navigateur de palettes :





⇨ Etablir le schéma bloc suivant en faisant glisser depuis le navigateur de palettes, les blocs nécessaires de la boîte à outils « CPGE ».



- ⇨ Définir une durée de simulation de 20s avec 1000 points.
- ⇨ Définir une entrée d'amplitude de 9V et de pulsation 1 rad/s.
- ⇨ Enregistrer votre travail dans « Mes document/votre classe/votre nom/… »
- ⇨ Lancer la simulation en cliquant sur l'icone  et visualiser les résultats.

Question 1

Relever les valeurs du gain G_{dB} (en décibel) et de la phase (en degré), en régime permanent (utiliser les zooms).

Rappels : $e(t) = E_0.\sin(\omega.t)$ $\quad s(t) = S_0.\sin(\omega.t + \varphi)$

$$Gdb = 20.\log\frac{S_0}{E_0}$$

Période : $T = \dfrac{2.\pi}{\omega}$ (mesurée ou calculé…)

Déphasage : $\varphi = \dfrac{\Delta t}{T} * 360$ (Δt : décalage temporel entre l'entrée et la sortie)

Question 2

Relancer la simulation avec une pulsation de 5 ; 10 et 50 et relever les valeurs du gain G_{dB} (en décibel) et de la phase (en degré) en régime permanent (adapter si besoin la durée de simulation).

Récapituler les résultats dans le tableau suivant :

ω	1	5	10	50
Gdb				
$\varphi°$				

Commenter les résultats obtenus (évolution du gain et du déphasage en fonction de l'augmentation de la fréquence du signal d'entré).

Question 3

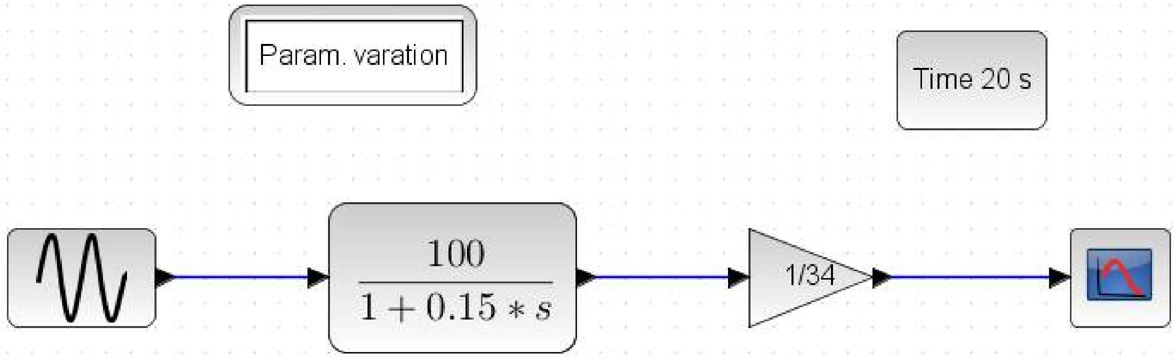
Tracer le diagramme de Bode du motoréducteur.

Calculer et placer les valeurs de phase pour ω = 0,3 ; 0,6 ; 1 ; 3 ; 6 ; 10 ; 50.

Sur le diagramme de Bode, placer les points trouvés à la question 2. Conclure

Représentation multi courbes :

⇨ Etablir le schéma bloc suivant :



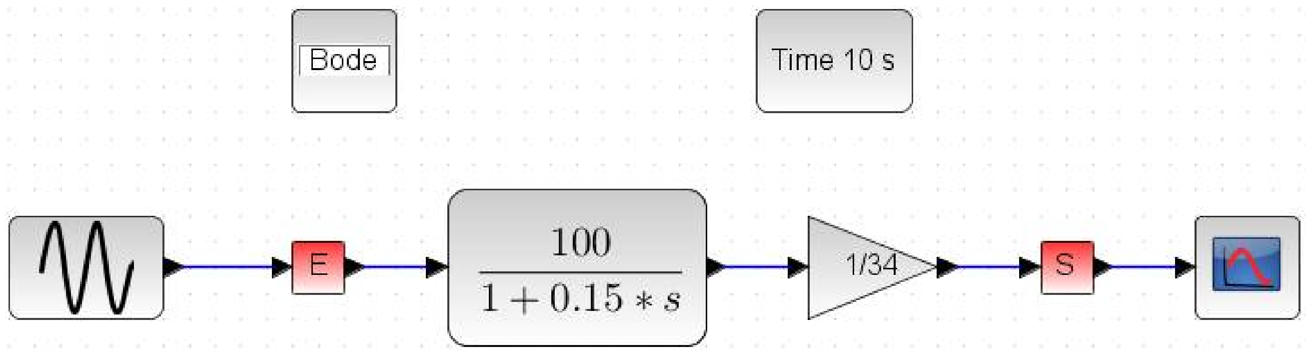
- ⇨ Définir le paramètre formel « w » en cliquant droit sur la zone graphique puis « Modifier le contexte », taper alors w=1 puis « OK ».
- ⇨ Définir une entrée d'amplitude de 9V et une pulsation w rad/s prenant les valeurs 1 ; 5 ; 10 et 50.
- ⇨ Enregistrer votre travail dans « Mes document/votre classe/votre nom/… »
- ⇨ Lancer la simulation en cliquant sur l'icone ▷ et visualiser les résultats.

Question 4

Que constatez vous ?

Analyse fréquentielle du motoréducteur

Etablir le schéma bloc suivant :



- ⇨ Définir dans le bloc « Bode » les grandeurs d'entrée et de sortie de l'étude (E et S), et une plage de pulsation allant de 0,01 rad/s à 1000 rad/s, avec 300 points.
- ⇨ Enregistrer votre travail dans « Mes document/votre classe/votre nom/… »
- ⇨ Lancer la simulation en cliquant sur l'icone  et visualiser les résultats.

Question 5

Comparer le diagramme de Bode généré par « Scilab » au diagramme tracé manuellement.

Rechercher les valeurs de gain et de phase pour ω = 1 ; 5 ; 10 et 50.

Comparer avec les valeurs trouvées aux questions précédentes.

ACTIVITE 2 : Etude de la variation du coefficient d'amortissement sur le diagramme de Bode d'un système de deuxième ordre.

⇨ Tracer avec le logiciel le diagramme de Bode d'un système du deuxième ordre avec :

- ✓ Un gain statique $K = 1$.
- ✓ Pulsation propre non amortie $\omega_n = 4$.
- ✓ Un coefficient d'amortissement z prenant les valeurs 0,2 ; 0,8 et 3.

Question 6

Préciser pour chaque valeur de z le nombre de cassures et si il y a résonnance.

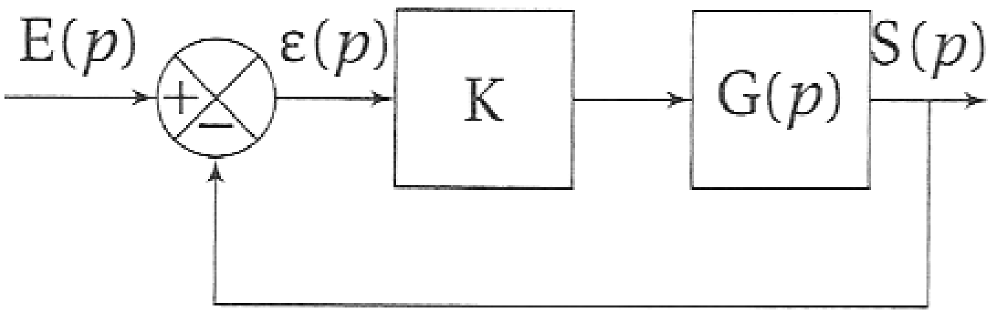
⇨ Relancer plusieurs simulations avec une entrée sinusoïdale d'amplitude 1 et de pulsation 0,2 ; 3, et 50.

Question 7

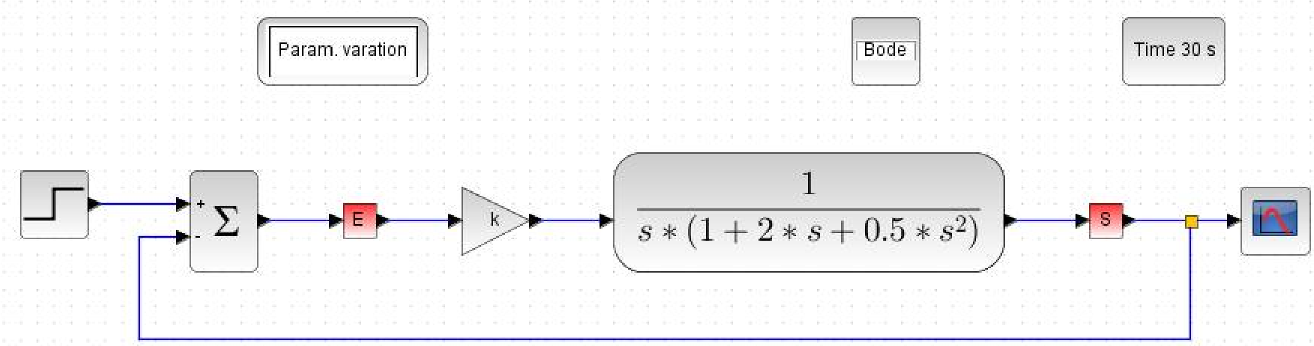
Préciser chaque valeur de pulsation les différences entre les sorties en fonction de z.

ACTIVITE 3 : Etude du lien entre la stabilité relative de la FTBF et le diagramme de Bode de la FTBO.

Soit le schéma bloc d'un système asservi avec : $G(p) = \dfrac{1}{p.(1+2.p+0{,}5.p^2)}$



⇨ Etablir le schéma bloc suivant :



⇨ Définir le paramètre formel « k » : en cliquant droit sur la zone graphique puis « Modifier le contexte », taper alors k=1 puis « OK ».

⇨ Pour spécifier plusieurs valeurs au correcteur, dans le bloc « Variation de paramètres » définir les valeurs de k suivantes : 0.1 ; 0.5 ; 1 ; 2 ; 3

⇨ Enregistrer votre travail dans « Mes document/votre classe/votre nom/… ».

⇨ Lancer la simulation et visualiser les résultats.

Etude de la réponse temporelle

Question 8

Donner l'influence du gain sur les performances et en particulier sur la stabilité relative.

Recommencer l'étude temporelle en faisant varier K afin de trouver la valeur qui rends le système instable.

Recommencer l'étude pour déterminer les valeurs de K qui optimisent les performances (avec et sans dépassement).

Etude du diagramme de Bode de la FTBO

La stabilité de la FTBF peut se déterminer à partir du diagramme de Bode de la FTBO.

La stabilité dépend de la position du diagramme de Bode de la FTBO par rapport à ce que l'on appelle le point critique -1 (φ = -180 et G_{db} = 0).

On note :

- ✓ ω_{-180} : pulsation telle que φ = -180.
- ✓ ω_{0db} : pulsation telle que G_{db} = 0.

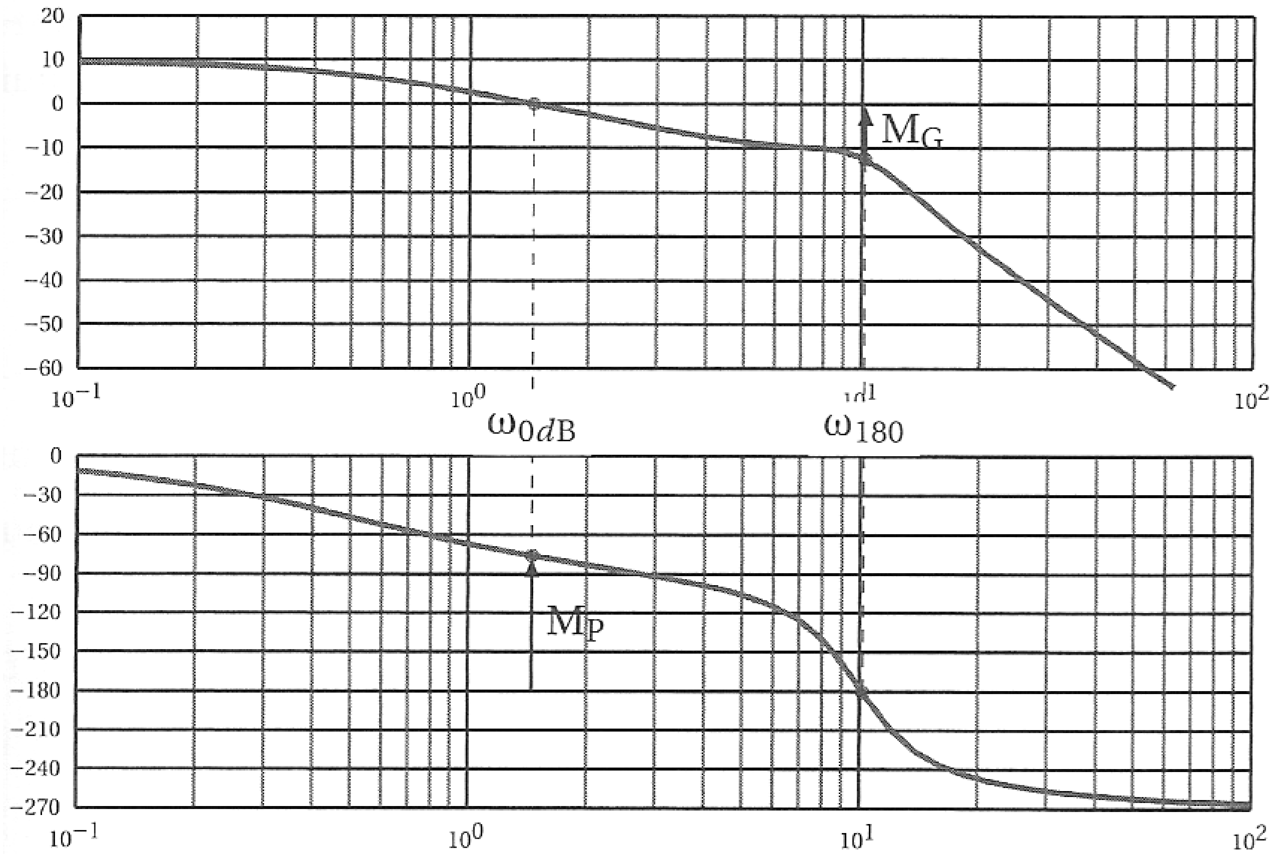
On définit :

- ✓ La marge de gain M_G est le gain de la FTBO (avec un signe -) pour ω_{-180} .
- ✓ La marge de phase M_φ est la phase de la FTBO pour ω_{0db} + 180°.

Pour que le système soit stable, il faut que ces 2 marges soient positives.

Mais la stricte stabilité ne suffit pas, on peut en effet être stable et mettre beaucoup trop de temps à se stabiliser (exemple de la réponse temporelle de la FTBF avec K = 3).

Pour avoir une stabilité satisfaisante, les valeurs usuelles de réglage sont : M_G = 15 db et M_φ = 45°

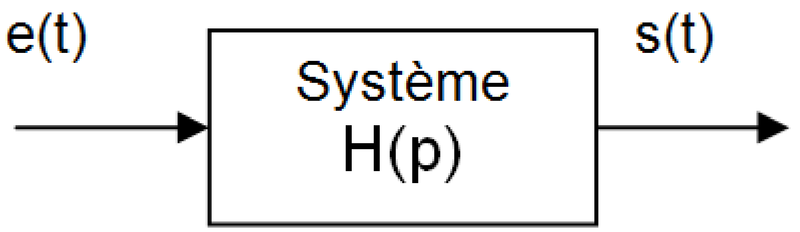


Question 9

Sur le diagramme de Bode de la FTBO, pour les valeurs de K qui optimisent la réponse temporelle, déterminer :

- ✓ *ω_{180}.*
- ✓ *ω_{0db}.*
- ✓ *La marge de gain M_{Gdb}.*
- ✓ *La marge de phase M_φ.* *Conclure.*

Complément sur la stabilité d'un système.



Un système est stable lorsque, sollicité par une impulsion, il revient à à sa position initiale.

Exemple :

Soit le système de fonction de transfert $H(p) = \dfrac{1}{p+a}$

On le sollicite avec une impulsion.

On va déterminer sa sortie pour étudier la condition de stabilité.

Entrée impulsion : $e(t) = \delta(t)$ ⇨ $E(p) = 1$

Sortie : $$S(p) = H(p).E(p) = \frac{1}{p+a}$$

$$s(t) = L^{-1}(S(p)) = e^{-a.t}.u(t)$$

Conclusion : Le système et stable si « a » est positif (si le pole est négatif).

Rappel : $$H(p) = \frac{N(p)}{D(p)}$$

- ✓ Les pôles de H(p) sont les racines du dénominateur D(p).
- ✓ Les zéros de H(p) sont les racines du numérateur N(p).

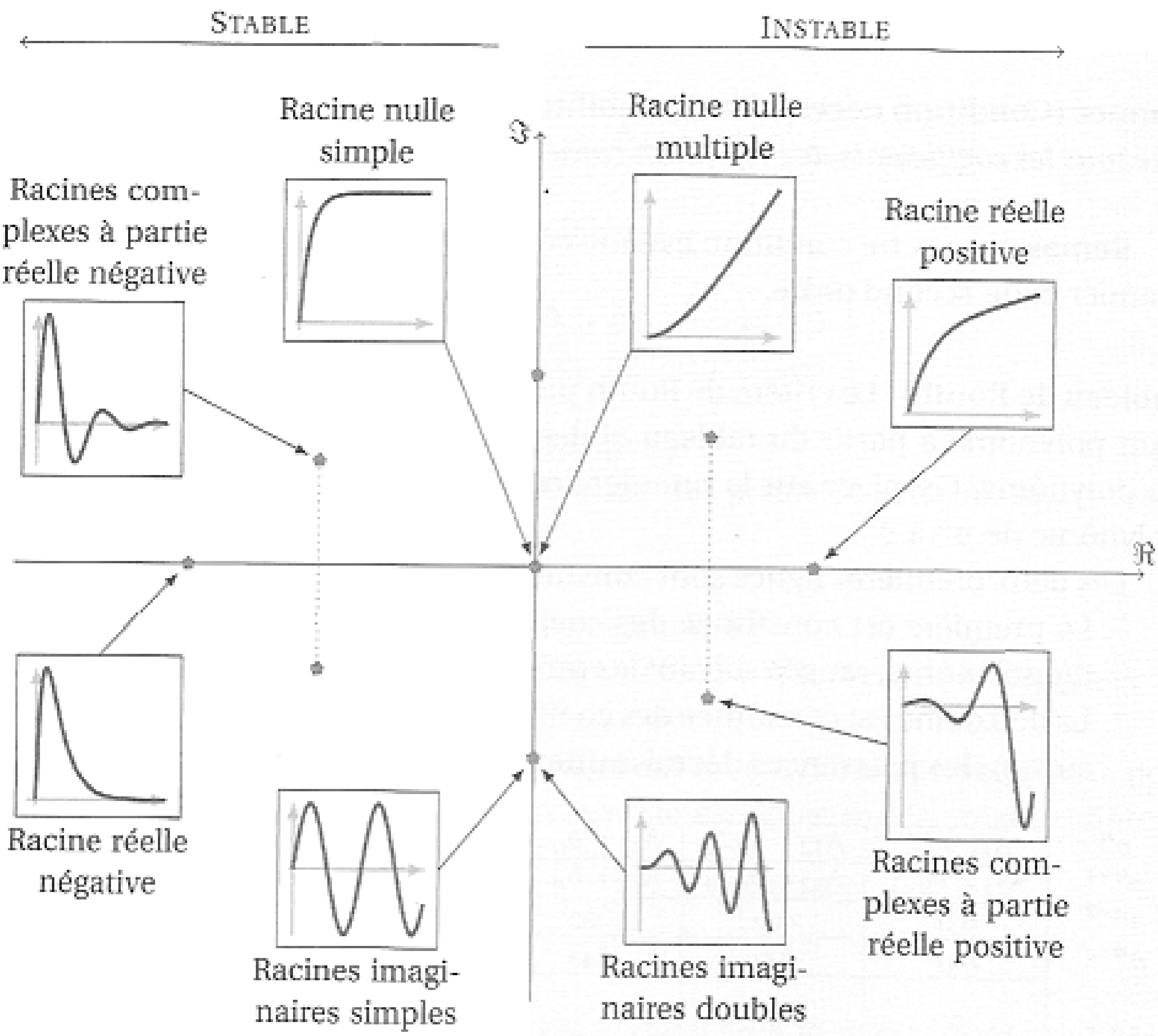
Généralisation :

Une sortie dans le domaine de Laplace est la somme de plusieurs éléments simple.

Si on reprend l'exemple avec d'autres types d'éléments simples, on conclue que le système est stable si la fonction de transfert ne possède pas de pôles à partie réelle négative ou nulle.

Généralisation : Un système est stable lorsque, les pôles sont à partie réelle positive.

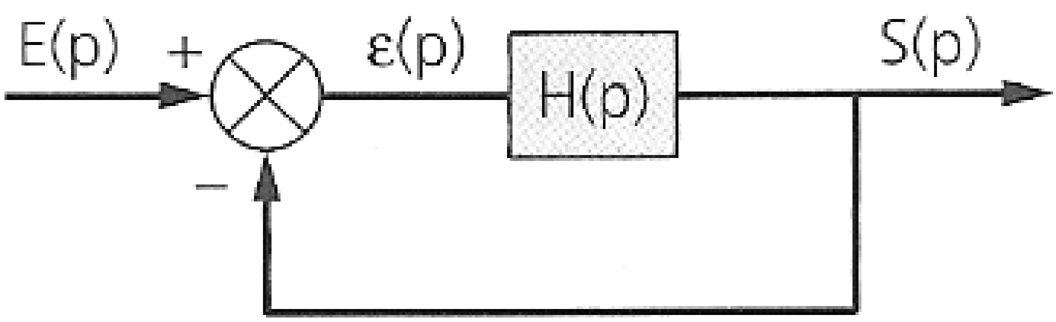
Conclusion : Stabilité de la FTBF en fonction des racines de la FTBF



Critère graphique de stabilité.

> Attention : ce critère s'applique à l'étude de la stabilité en BF mais utilise la représentation graphique de la FTBO.

Soit le système asservi :



$$FTBO(p) = H(p) \qquad\qquad FTBF(p) = \frac{FTBO(p)}{1 + FTBO(p)}$$

L'équation caractéristique de la FTBF est : $D(p) = 1 + FTBO(p)$

L'étude de la stabilité se résume à rechercher le signe des racines du dénominateur de la FTBF.

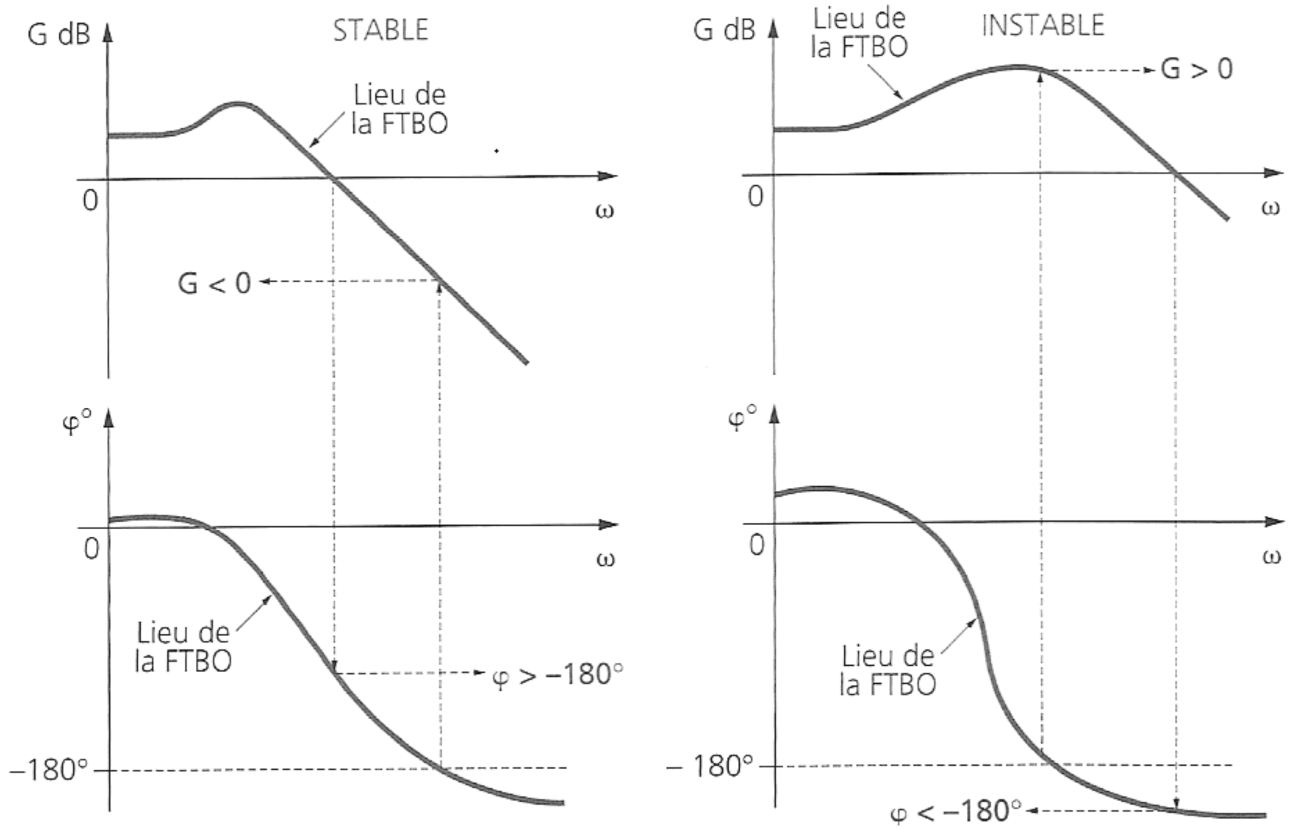
$$D(p) = 1 + FTBO(p) = 0 \qquad \Rightarrow \qquad FTBO(p) = -1$$

Etudier $FTBO(p) = -1$, revient à étudier le lieu (tracé de la fonction de transfert) de la FTBO par rapport au point (-1,0) du plan complexe. Ce point (-1,0) est appelé point critique.

La position de ce tracé par rapport au point critique nous renseigne sur la stabilité du système.

Remarque : Le critère graphique de stabilité n'est applicable que pour des FTBO stables (Re(Pôles)<0) ou justes instables (Re(Pôles)=0).

Critère graphique de stabilité dans Bode :



Le gain $G_{db} = 0$ pour la pulsation ω_{0db}.

La phase $\varphi = -180$ pour la pulsation ω_{-180}

Le système est stable en boucle fermée si : pour $\omega = \omega_{0db}$, $\varphi > -180$ et que pour $\omega = \omega_{-180}$, $G_{db} < 0$.

Stabilité relative

Constats :

- ✓ Un système asservi n'est pas invariant dans le temps, phénomène d'usure, de fatigue…
- ✓ Les conditions de fonctionnement peuvent avoir une incidence sur les performances.
- ✓ Tout modèle d'étude n'est qu'une représentation imparfaite du système réel : présence de non linéarité ou nécessité de considérer un ordre supérieure à haute fréquence…
- ✓ Un système asservi doit présenter un comportement bien amorti en BF.

Pour toutes ces raisons il est raisonnable et prudent de s'éloigner du point critique qui marque la limite de stabilité absolue.

Marges de stabilité

Pour mesurer l'éloignement de la FTBO du point critique on utilise couramment les marges de phase et de gain.

Valeurs Classiques : Marge de phase : 45° à 50°
Marge de gain : 10 à 12 db

Marge de stabilité dans le diagramme de Bode :