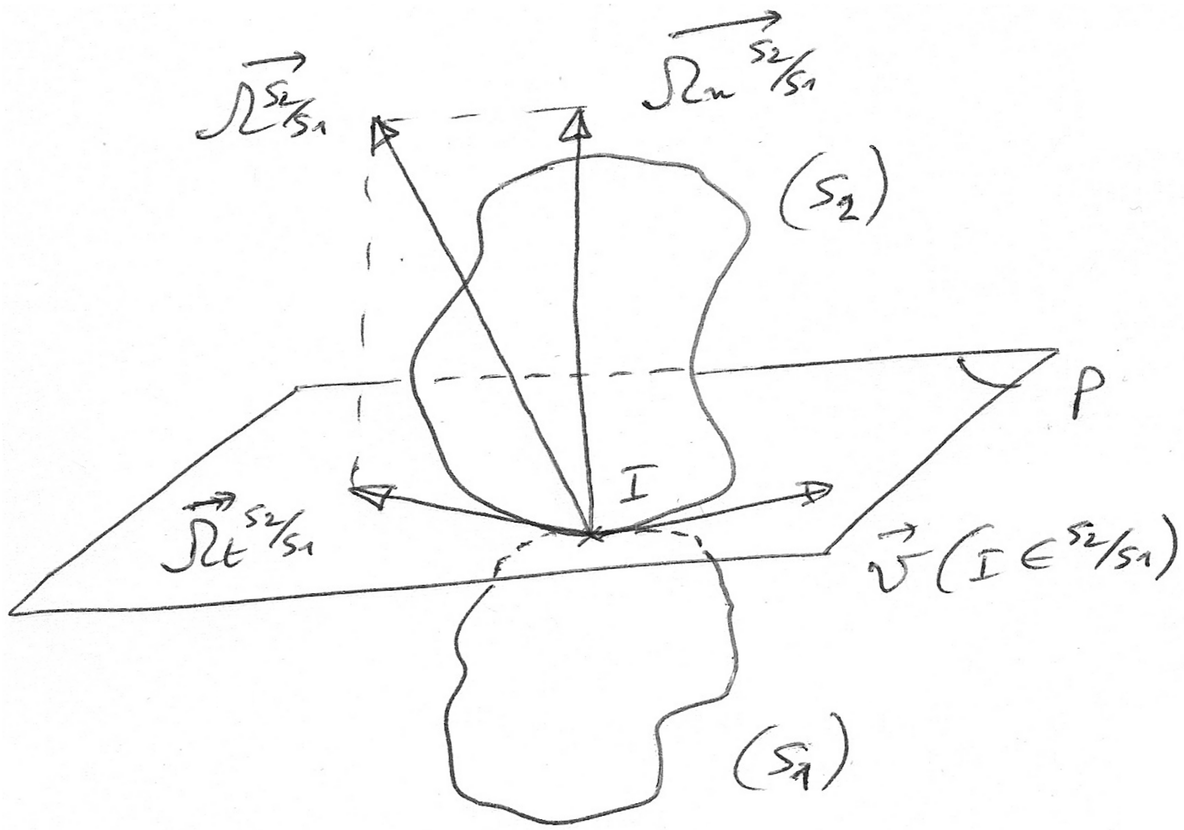
CINEMATIQUE 5 : ETUDE CINEMATIQUE DU CONTACT ENTRE 2 SOLIDES

Soient 2 solides (S1) et (S2) mobiles par rapport à un repère (R0).
(S1) et (S2) sont en contact au point I.
P est le plan tangent commun aux 2 solides en I.



1. Roulement et pivotement.

Le vecteur vitesse de rotation $\vec{\Omega}(S2/S1)$ admet deux composantes, une composante normale au plan P et une composante appartenant au plan P :

$$\vec{\Omega}(S2/S1) = \vec{\Omega}n(S2/S1) + \vec{\Omega}t(S2/S1)$$

$\vec{\Omega}n(S2/S1)$: pivotement

$\vec{\Omega}t(S2/S1)$: roulement

2. Vitesse de glissement.

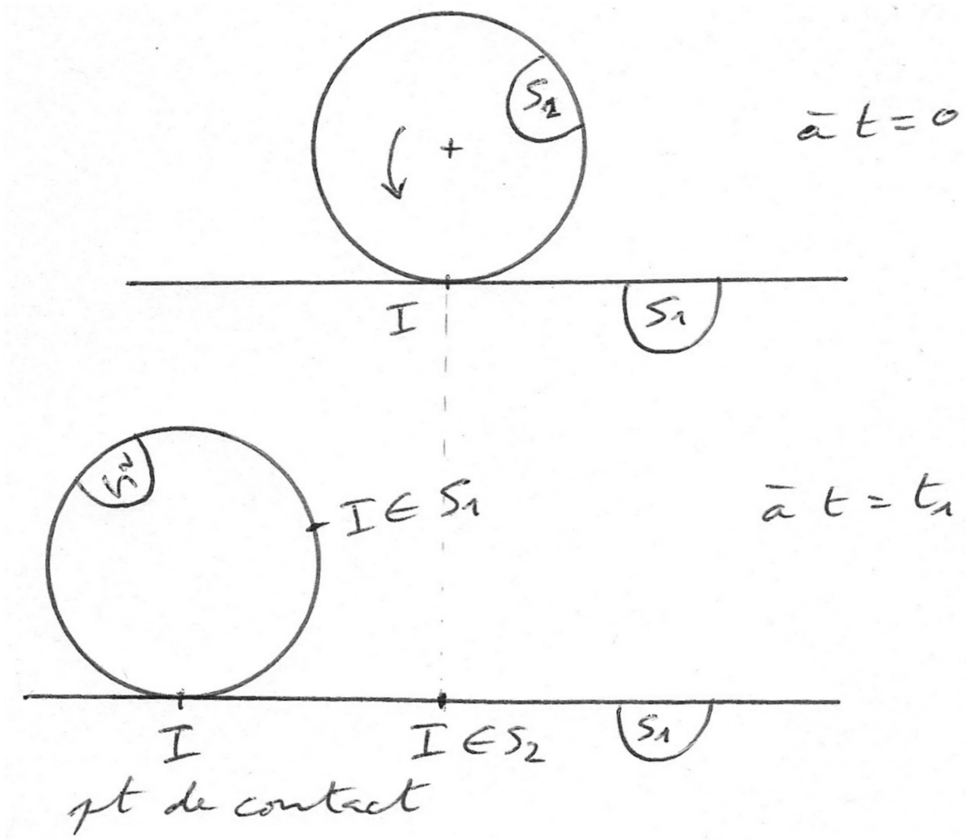
$\vec{V}(I \in S2/S1)$ est le vecteur vitesse de glissement de (S2) par rapport à (S1).

Si $\vec{V}(I \in S2/S1) = \vec{0}$ alors il y a roulement sans glissement.

Remarque 1. $\vec{V}(I \in S2/S1)$ est dans le plan P.

Remarque 2. I est un point géométrique, définit comme le point de contact entre les deux solides. On peut avoir $\vec{V}(I \in S2/S1) = \vec{0}$ alors que I se déplace.

3. Illustration.

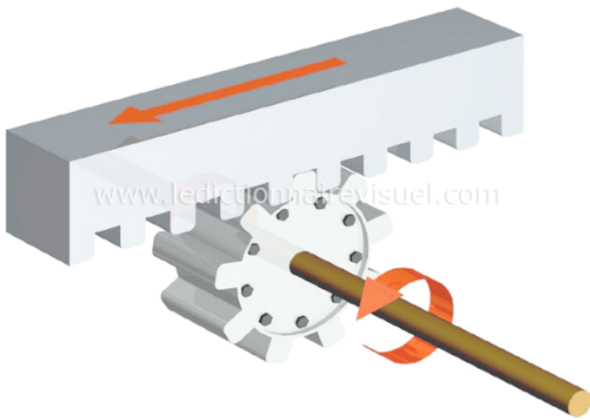


On a $\vec{V}(I \in S2/S1) = \vec{0}$, mais le point I se déplace (point géométrique de contact).

Pour exprimer $\vec{V}(I \in S2/S1)$, on décompose cette vitesse (en passant par des solides qui conditionnement les mouvement de (S1) et (S2) et on passe par des points qui appartiennent aux solides (pas définis comme des points géométriques).

4. Application.

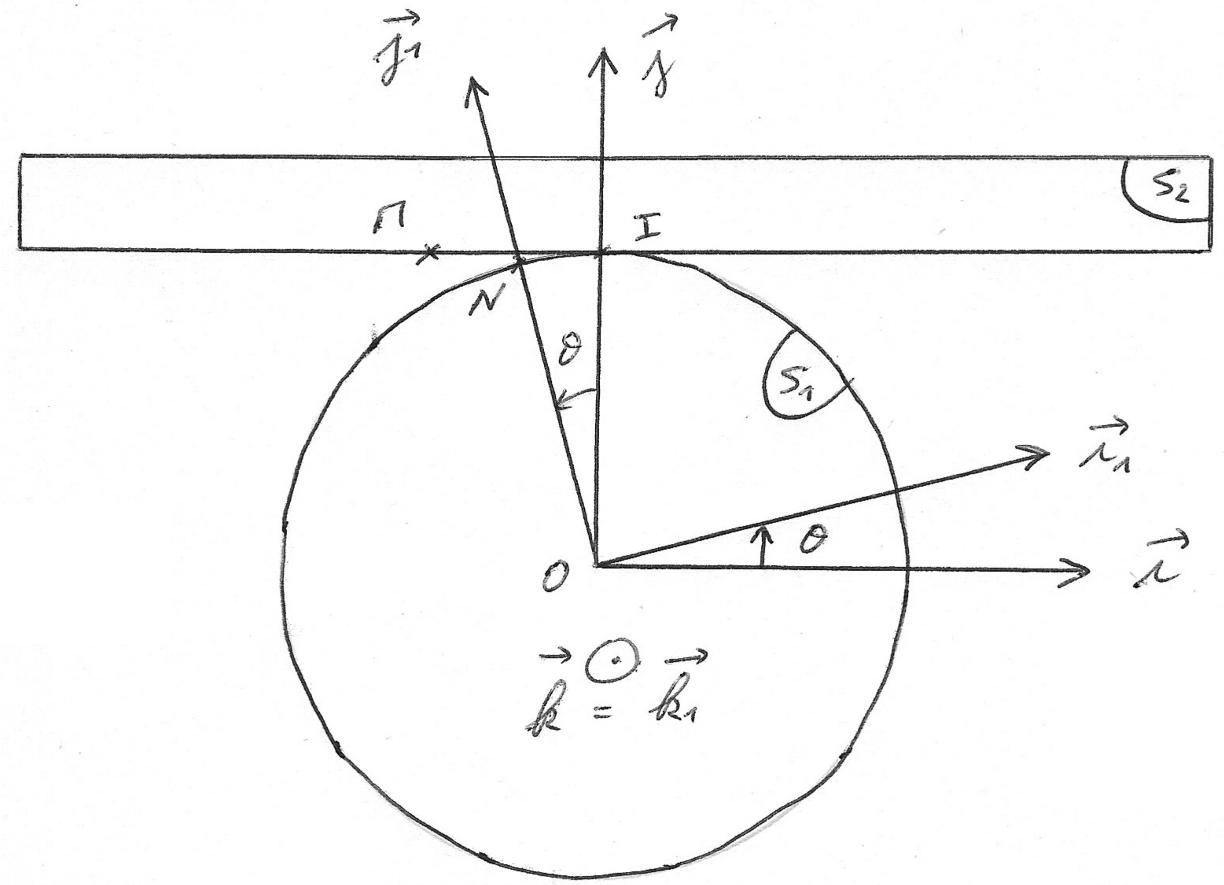
Soit (S0) un solide de référence (non représenté) auquel est rattaché le repère $R_0(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$
Soit (S1) une roue animée d'un mouvement de rotation d'axe $(O, \vec{k})$ par rapport à R0.
Le repère $R_1(O, \vec{i}_1, \vec{j}_1, \vec{k}_1)$ est lié à (S1). On a $\vec{k}_1 = \vec{k}$ et $(\vec{i}, \vec{i}_1) = \theta$
Soit (S2) un solide animé d'un mouvement de direction $\vec{i}$ par rapport à (S1).



M $\in$(S2) tel que $\overrightarrow{OM} = r.\vec{j} + x.\vec{i}$ avec r constant.(S1) et (S2) sont en contact en I.

Questions.

Déterminer la vitesse de glissement $\vec{V}(I \in S2/S1)$
Donner la relation obtenue si l'on a roulement sans glissement.



Composition de mouvement : $\vec{V}(I \in S2/S1) = \vec{V}(I \in S2/S0) + \vec{V}(I \in S0/S1)$

Premier vecteur :

$$\vec{V}(I \in S2/S0) = \vec{V}(M \in S2/S0) + \vec{\Omega}(S2/S0) \wedge \overrightarrow{MI} = \left(\frac{d\overrightarrow{OM}}{dt}\right)_{R0} = \dot{x}.\vec{i}$$

Deuxième vecteur :

$$\vec{V}(I \in S1/S0) = \vec{V}(0 \in S1/S0) + \vec{\Omega}(S1/S0) \wedge \overrightarrow{OI} = \dot{\theta}.\vec{k} \wedge r.\vec{j} = -r.\dot{\theta}.\vec{i}$$

Bilan : $\vec{V}(I \in S2/S1) = \dot{x}.\vec{i} + r.\dot{\theta}.\vec{i}$

Si on a roulement sans glissement : $\vec{V}(I \in S2/S1) = \vec{0}$ ⇨ $\dot{x} + r.\dot{\theta}. = 0$

5. Application 2. Roue support

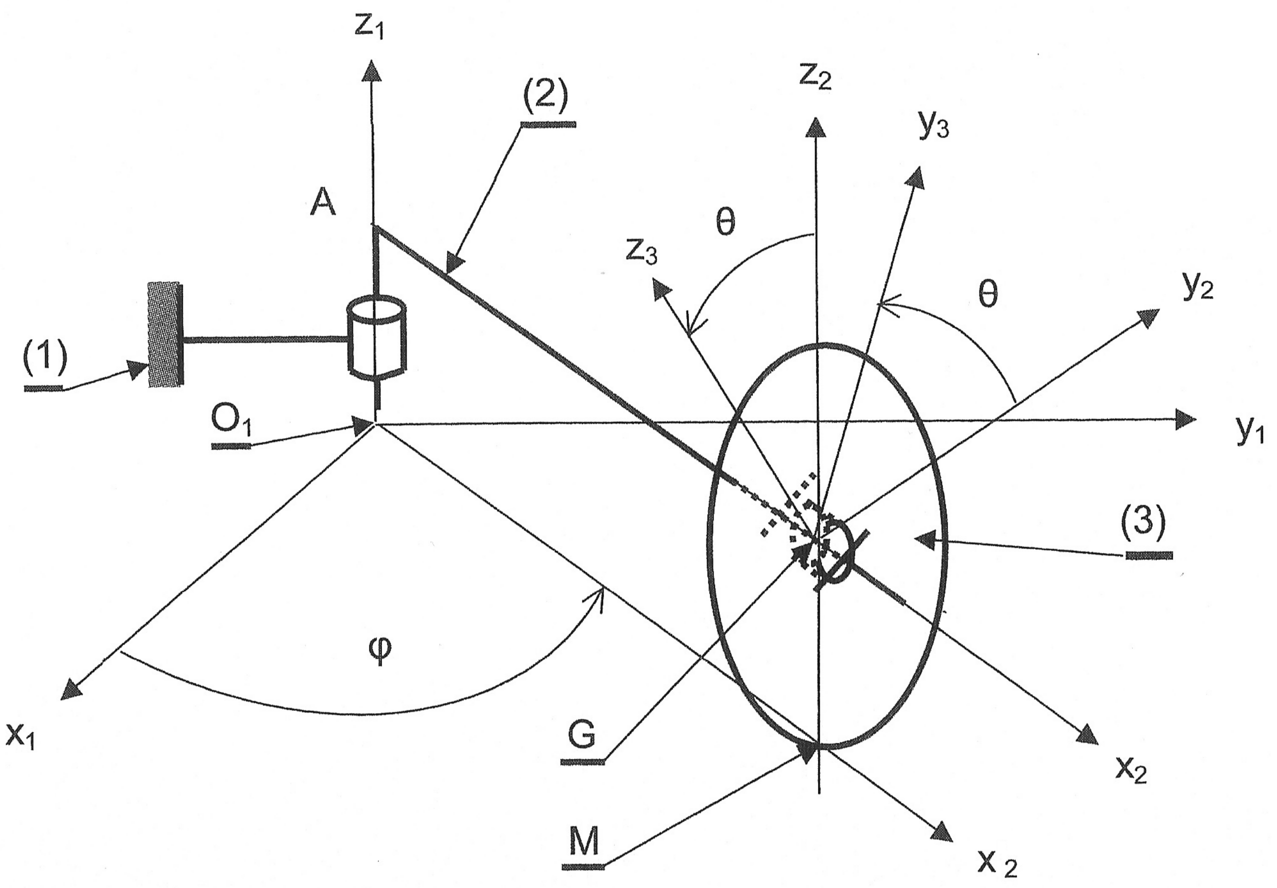
Un mécanisme tournant est constitué d'un carter (2) comportant quatre bras et quatre roues supports (3) identiques dont l'une est représentée ci-dessous.

Le carter (2) est animé d'un mouvement de rotation d'axe $(O_1, \vec{z}_1)$ et d'angle φ par rapport au socle (1).

La roue est animée d'un mouvement de rotation d'axe $(A, \vec{x}_2)$ et d'angle θ par rapport au carter (2). Le mécanisme évolue dans le plan $(O, \vec{x}_1, \vec{y}_1)$ horizontal.

Les repères R1, R2 et R3 sont liés respectivement aux solides (1), (2) et (3).

On donne : $\overrightarrow{AG} = a.\vec{x}_2$ $\overrightarrow{GB} = b.\vec{y}_3$ (B n'est pas représenté)



Question : *Déterminer la relation entre θ et φ lorsqu'on a roulement sans glissement en M.*

Composition de mouvement : $\vec{V}(M \in 3/1) = \vec{V}(M \in 3/2) + \vec{V}(M \in 2/1)$

$$\vec{V}(M \in 3/2) = \vec{V}(G \in 3/2) + \vec{\Omega}(3/2) \wedge \overrightarrow{GM} = \vec{0} + \dot{\theta}.\vec{x}_2 \wedge -R.\vec{z}_1$$

$$\vec{V}(M \in 3/2) = R.\dot{\theta}.\vec{y}_2$$

$$\vec{V}(M \in 2/1) = \vec{V}(O \in 2/1) + \vec{\Omega}(2/1) \wedge \overrightarrow{OM} = \vec{0} + \dot{\varphi}.\vec{z}_1 \wedge L.\vec{x}_2$$

$$\vec{V}(M \in 2/1) = L.\dot{\varphi}.\vec{y}_2$$

Bilan : $\vec{V}(M \in 3/1) = (R.\dot{\theta} + L.\dot{\varphi}).\vec{y}_2$

Si on a roulement sans glissement alors $R.\dot{\theta} + L.\dot{\varphi} = 0$