

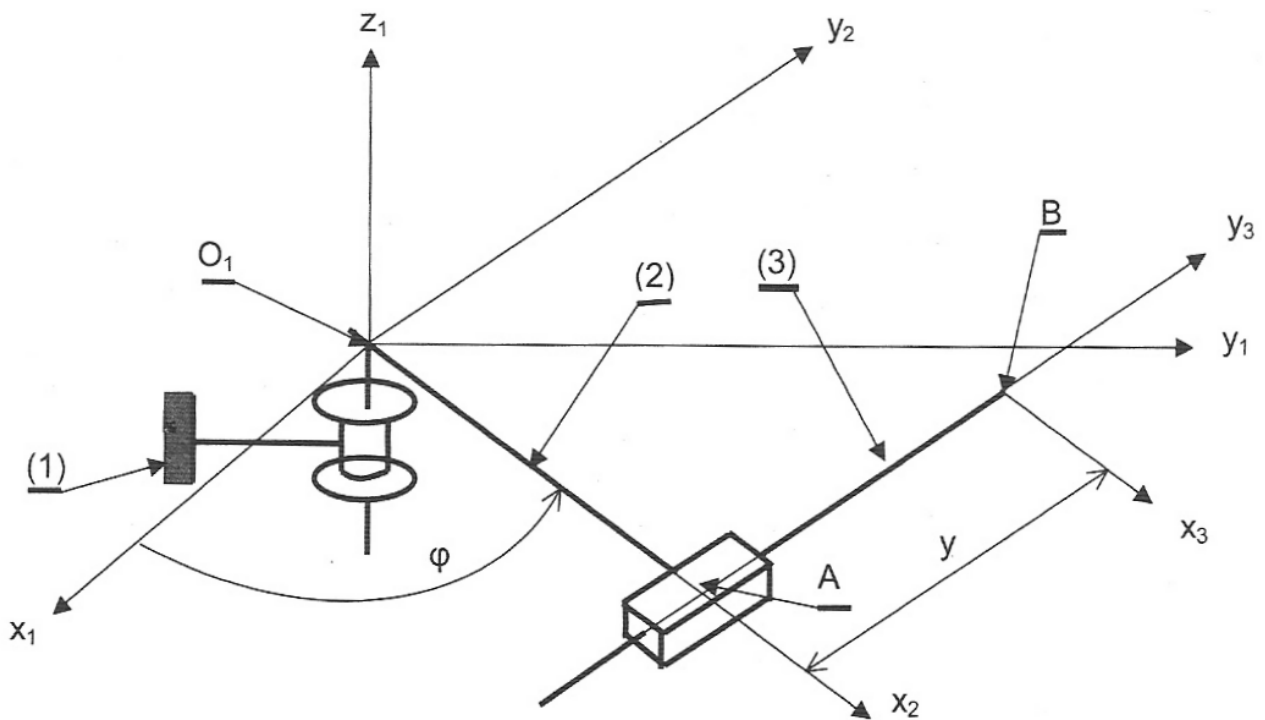
## TD cinématique du solide : Position d'un solide

### Exercice 1 : Robot manipulateur 2 axes.

Le robot manipulateur représenté ci-dessous possède deux degrés de liberté :

- ✓ Une rotation du corps (2) par rapport au socle (1) (liaison pivot) d'axe  $(O_1, \vec{z}_1)$  et d'angle  $\varphi$ .
- ✓ Une translation du bras (3) par rapport à (2) (liaison glissière) située en A et de direction  $\vec{y}_3$ . Cette translation est paramétrée par la distance  $y$  entre A et B.

On donne :  $\vec{O_1A} = a \cdot \vec{x}_2$        $\vec{AB} = y \cdot \vec{y}_3$       (Les repères  $R_2$  et  $R_3$  sont parallèles).



#### Questions

1. Tracer la figure de changement de base.
2. Déterminer la position du point B dans la base  $(\vec{x}_1, \vec{y}_1, \vec{z}_1)$
3. Déterminer la condition pour que le point B se déplace sur la droite  $(O_1, \vec{y}_1)$ .

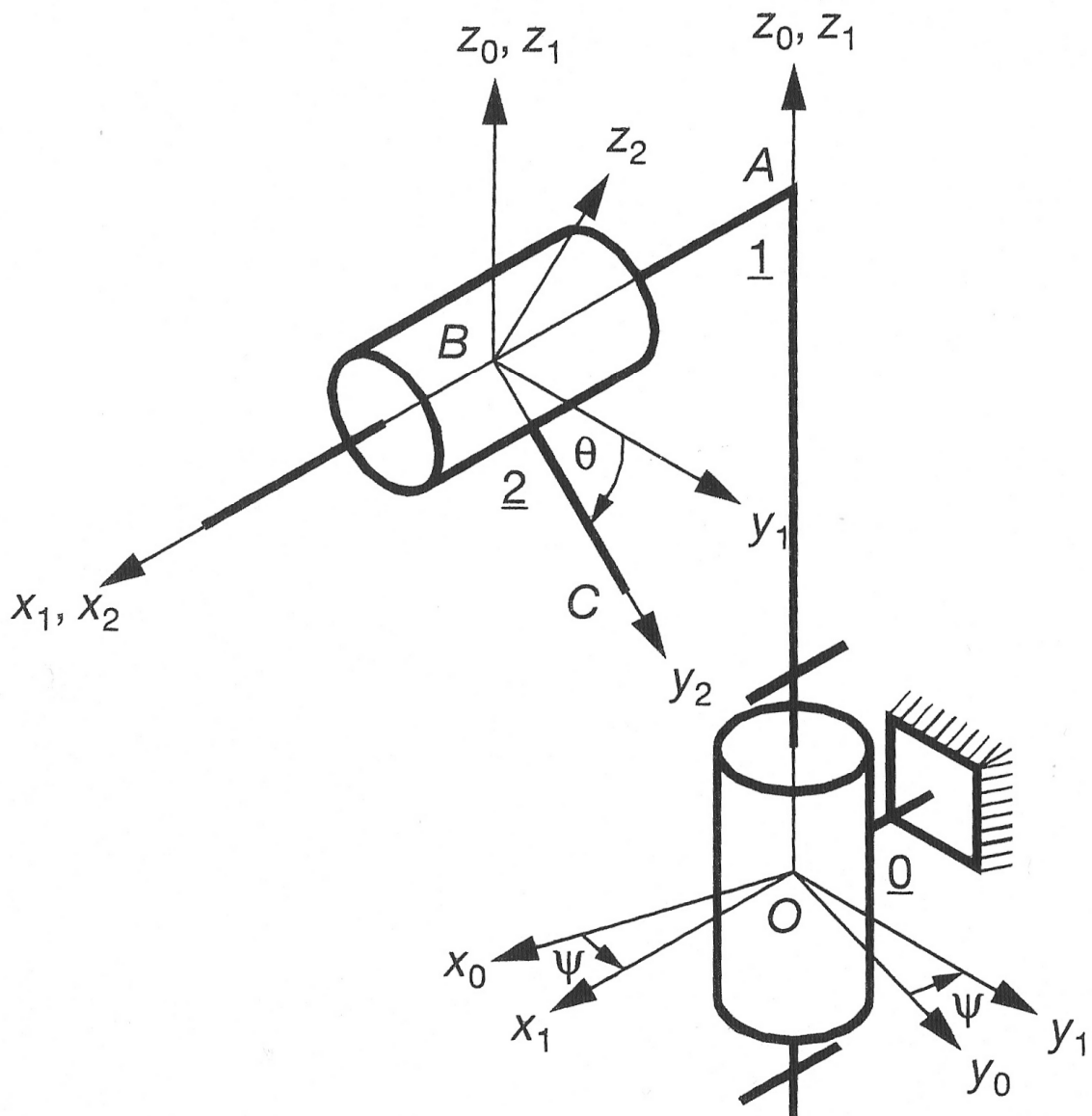
## Exercice 2 : Robot manipulateur 3 axes.

Un robot est constitué :

- ✓ D'un bâti (0).
- ✓ D'un solide (1) animé d'un mouvement de rotation par rapport à (0).
- ✓ D'un solide (2) animé d'un mouvement de rotation et de translation par rapport à (1).

On pose  $\overrightarrow{OA} = a.\vec{z}_0$        $\overrightarrow{AB} = x.\vec{x}_1$       et       $\overrightarrow{BC} = b.\vec{y}_2$ ,

Le point B appartient au solide (2)



### Questions.

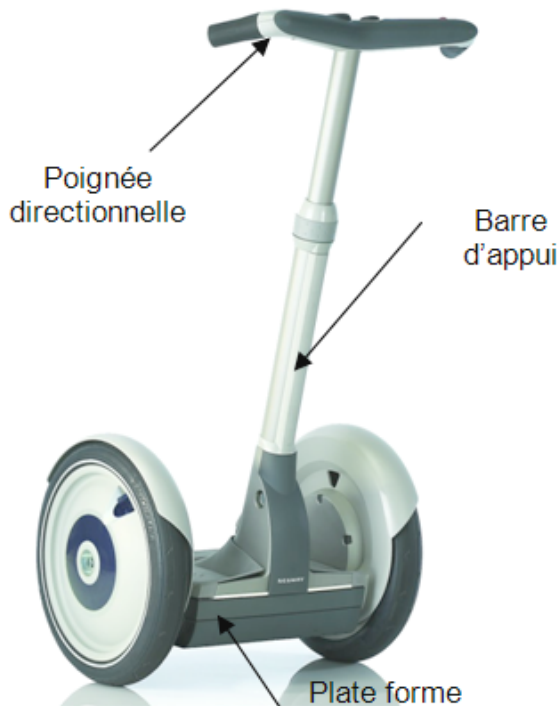
1. Tracer les figures de changement de base.
2. Déterminer la position du point C dans la base  $(\vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$

## Exercice 3 : Segway (Centrale PSI 05)

Le support de l'étude est le véhicule auto balancé Segway®.

Il s'agit d'un moyen de transport motorisé qui permet de se déplacer en ville.

En termes de prestations, il est moins rapide qu'une voiture ou qu'un scooter, plus maniable, plus écologique, moins encombrant et nettement plus moderne.



La conduite du Segway® se fait alors par inclinaison du corps vers l'avant ou vers l'arrière, afin d'accélérer ou freiner le mouvement (comme pour la marche à pied dans laquelle le piéton s'incline vers l'avant pour débiter le mouvement).

Les virages à droite et à gauche sont quant à eux commandés par la rotation de la poignée directionnelle située sur la droite du guidon.

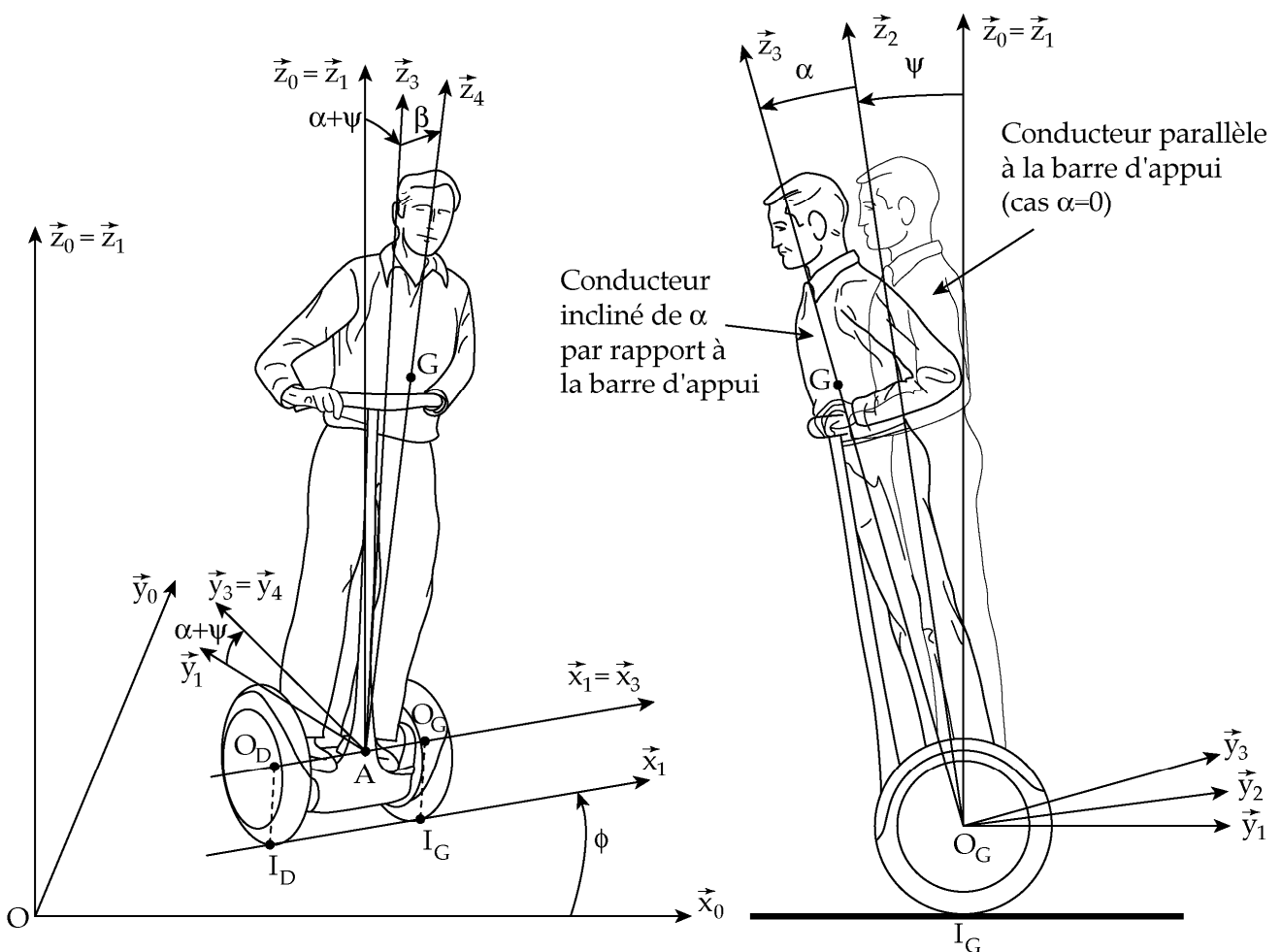
Tout comme le cerveau permet à l'homme de tenir debout sans tomber grâce à l'oreille interne, le système comporte un dispositif d'asservissement d'inclinaison, maintenant la plate forme du véhicule à l'horizontale ou encore la barre d'appui, supposée orthogonale à cette plate forme, à la verticale.

### Modèle de comportement mécanique

- ✓ Soit  $R_0(O, \vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$  un repère supposé galiléen lié à la route tel que  $\vec{z}_0$  soit dirigé suivant la verticale ascendante.
- ✓  $R_1(A, \vec{x}_1, \vec{y}_1, \vec{z}_0)$  un repère en rotation par rapport à  $R_0$  autour de  $\vec{z}_0$  tel que  $\vec{x}_1$  soit colinéaire à l'axe commun des roues et A le point milieu de l'axe des roues. On pose  $\varphi = (\vec{x}_0, \vec{x}_1) = (\vec{y}_0, \vec{y}_1)$  l'angle de virage.
- ✓  $R_2(A, \vec{x}_1, \vec{y}_2, \vec{z}_2)$  un repère lié au châssis du chariot, en rotation autour de  $(A, \vec{x}_1)$  par rapport à  $R_1$  tel que  $\vec{z}_2$  soit colinéaire à la barre d'appui. On pose  $\psi = (\vec{y}_1, \vec{y}_2) = (\vec{z}_0, \vec{z}_2)$  l'angle d'inclinaison du châssis par rapport à la verticale.

- ✓  $R_3(A, \vec{x}_1, \vec{y}_3, \vec{z}_3)$  un repère intermédiaire en rotation par rapport à  $R_2$ , autour de  $(A, \vec{x}_1)$ . On pose  $\alpha = (\vec{y}_2, \vec{y}_3) = (\vec{z}_2, \vec{z}_3)$  l'angle d'inclinaison arrière-avant du conducteur.
- ✓  $R_4(A, \vec{x}_4, \vec{y}_3, \vec{z}_4)$  un repère lié au conducteur, considéré comme un solide indéformable, en rotation par rapport à  $R_3$  autour de  $(A, \vec{y}_3)$  tel que l'axe  $(A, \vec{z}_4)$  passe par le centre de gravité G du conducteur. On pose  $\beta = (\vec{x}_3, \vec{x}_4) = (\vec{z}_3, \vec{z}_4)$  l'angle d'inclinaison gauche-droite du conducteur et  $\overrightarrow{AG} = h \cdot \vec{z}_4$  avec h constante positive.

Paramétrage cinématique du système et figure simplifiée dans le cas  $\beta = 0$  (soit  $\vec{z}_3 = \vec{z}_4$ )



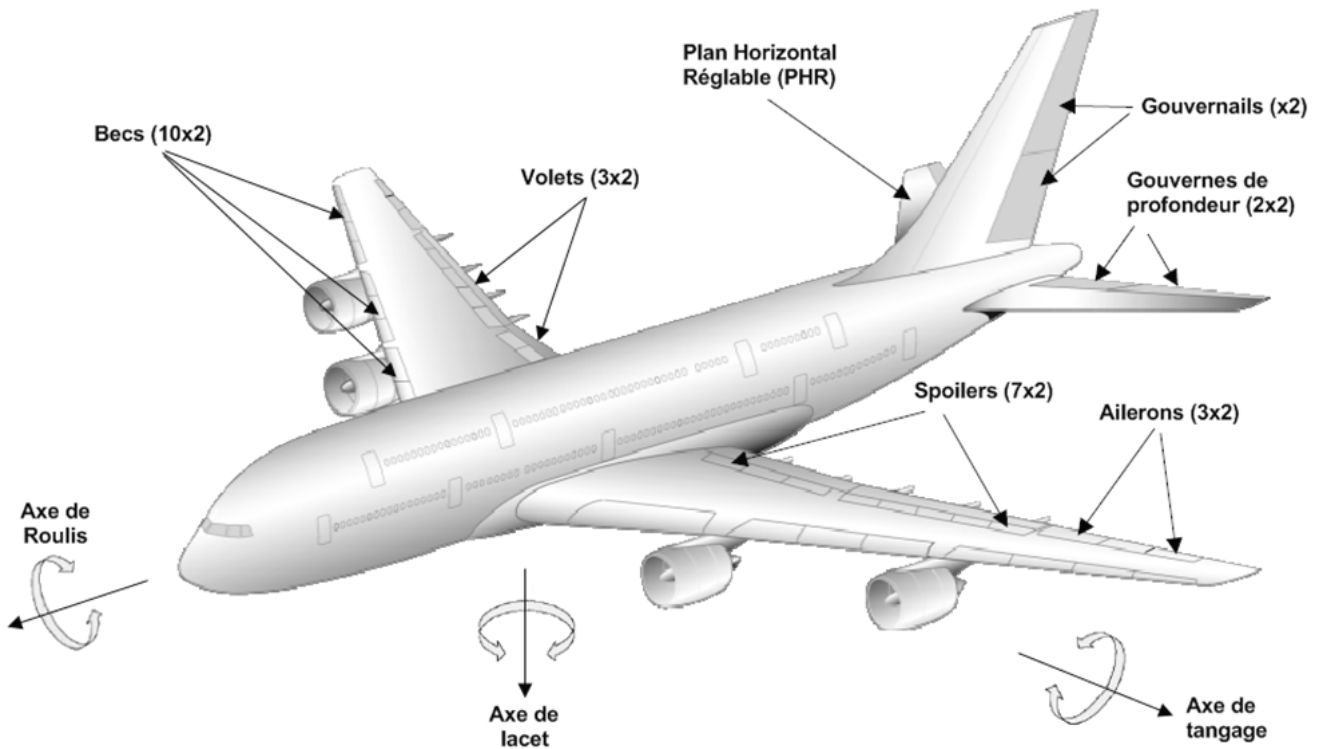
**Questions**

1. Dessiner les figures planes de changement de base associées à chacun des paramètres angulaires.
2. Déterminer les coordonnées du vecteur de position  $\overrightarrow{AG}$  dans la base  $(\vec{x}_1, \vec{y}_1, \vec{z}_0)$ .

## Exercice 4 : Gouverne de l'airbus A380 (CCP MP 09)

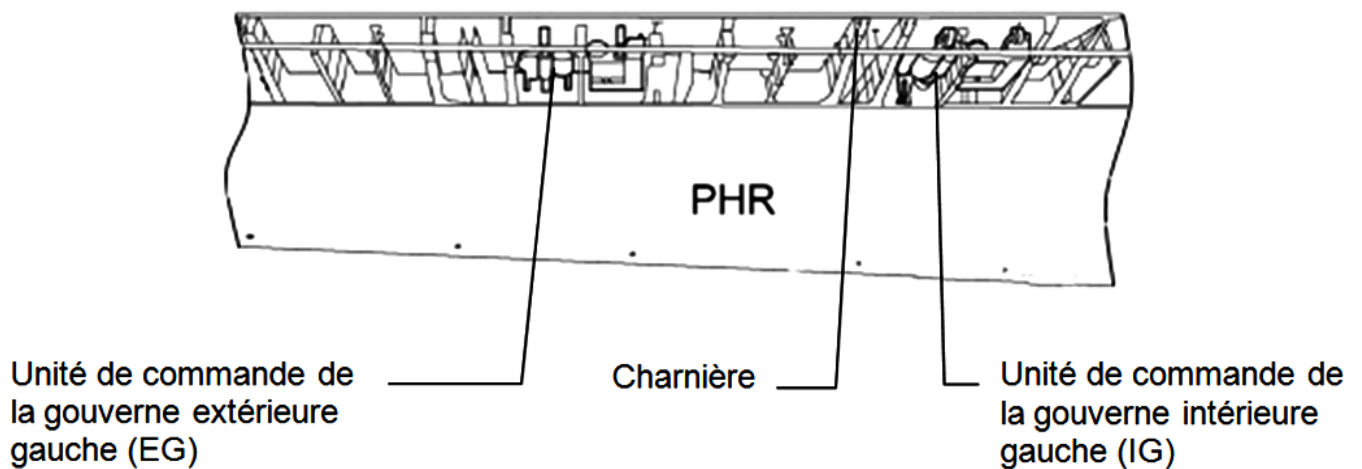
Pour piloter un avion, il est nécessaire de pouvoir contrôler en permanence ses évolutions dans l'espace suivant trois directions ou axes :

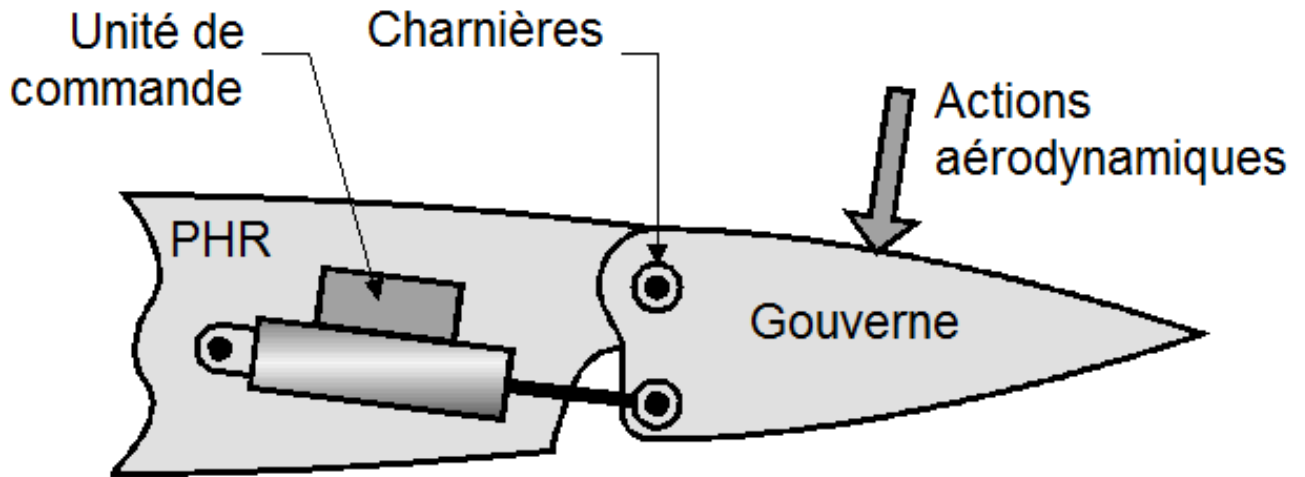
- ✓ L'axe de lacet (vertical).
- ✓ L'axe de roulis (horizontal et dans la direction de la marche).
- ✓ L'axe de tangage (horizontal et perpendiculaire à la marche).



### Les gouvernes de profondeur

L'Airbus A 380 est équipé de quatre gouvernes de profondeur disposées symétriquement sur le plan horizontal réglable (PHR) de l'avion.

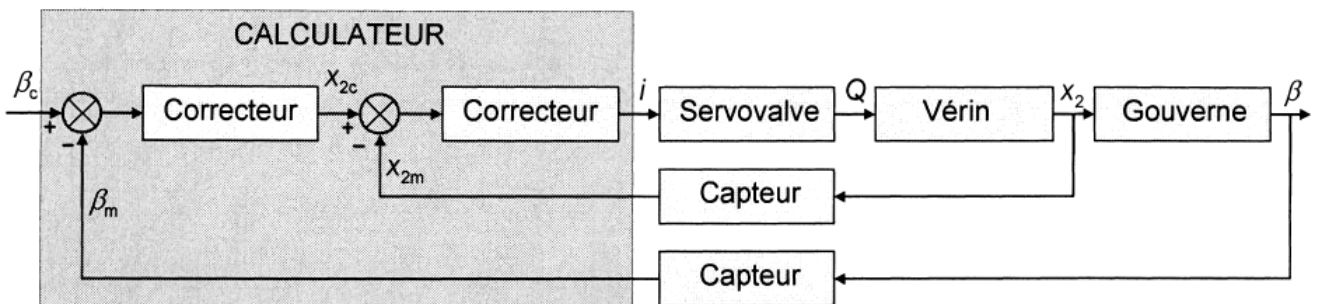




Problème posé :

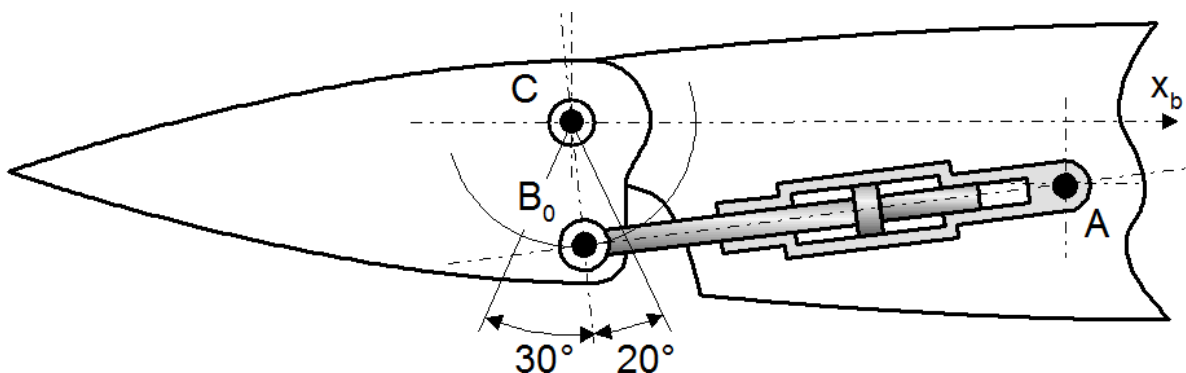
On se propose de modéliser le comportement de la gouverne afin :

- ✓ De vérifier que la course du vérin est compatible avec le débattement des gouvernes.
- ✓ De réaliser l'asservissement en position de la gouverne.



Éléments du cahier des charges

Fonction	Critères	Niveaux
FT1-2	Distance nominale $L_0$ entre attachements en position neutre	700 mm
	Longueur du bras de levier $R$	155 mm
	Course maxi de la tige du vérin à partir de la position neutre	$\pm 90$ mm
	Section utile du vérin $S$	57,1 cm <sup>2</sup>



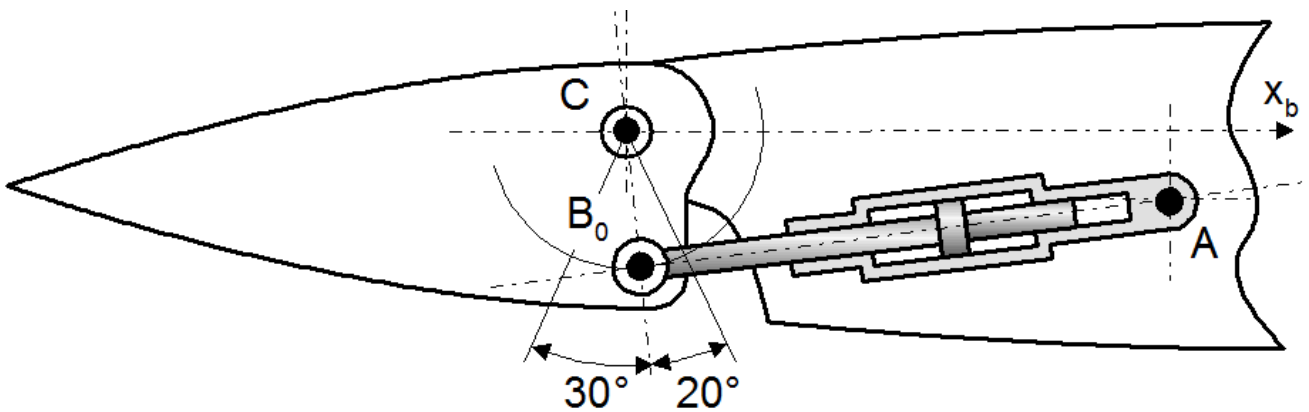
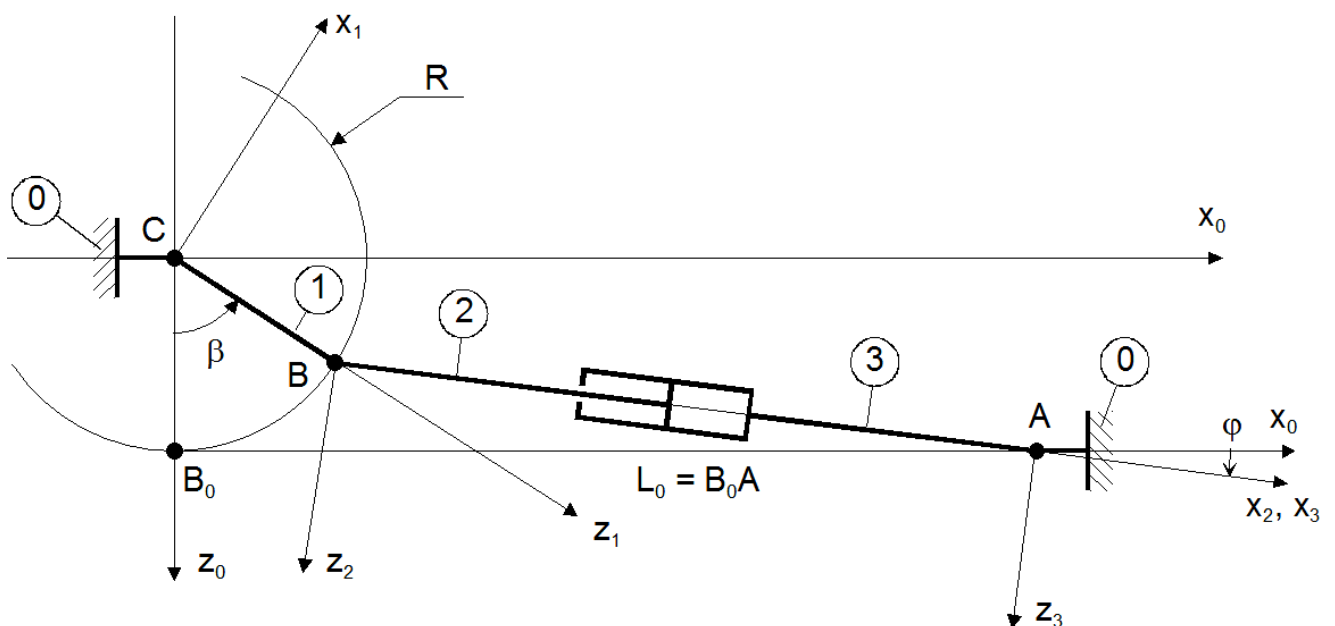


Schéma de la gouverne :



On utilise les repères et notations suivants :

- ✓  $R_0(C, x_0, y_0, z_0)$  : Repère lié au PHR **0** .
- ✓  $R_1(C, x_1, y_1, z_1)$  : Repère lié à la gouverne **1** .
- ✓  $R_2(B, x_2, y_2, z_2)$  : Repère lié à la tige du vérin **2** .
- ✓  $R_3(A, x_3, y_3, z_3)$  : Repère lié au corps du vérin **3** .

Le PHR a une liaison pivot d'axe  $(A, \vec{y}_0)$  avec le corps du vérin et une liaison pivot d'axe  $(B, \vec{y}_0)$  avec la gouverne.

La tige du vérin a une liaison pivot d'axe  $(B, \vec{y}_0)$  avec la gouverne et une liaison pivot glissant avec le corps du vérin. L'angle  $\varphi = (x_0, x_3) < 0$ .

$L=AB$

En position neutre  $\beta = 0^\circ$ ,  $L_0 = AB_0 = 700 \text{ mm}$  et  $AB_0$  perpendiculaire à  $B_0C$  .

## Questions

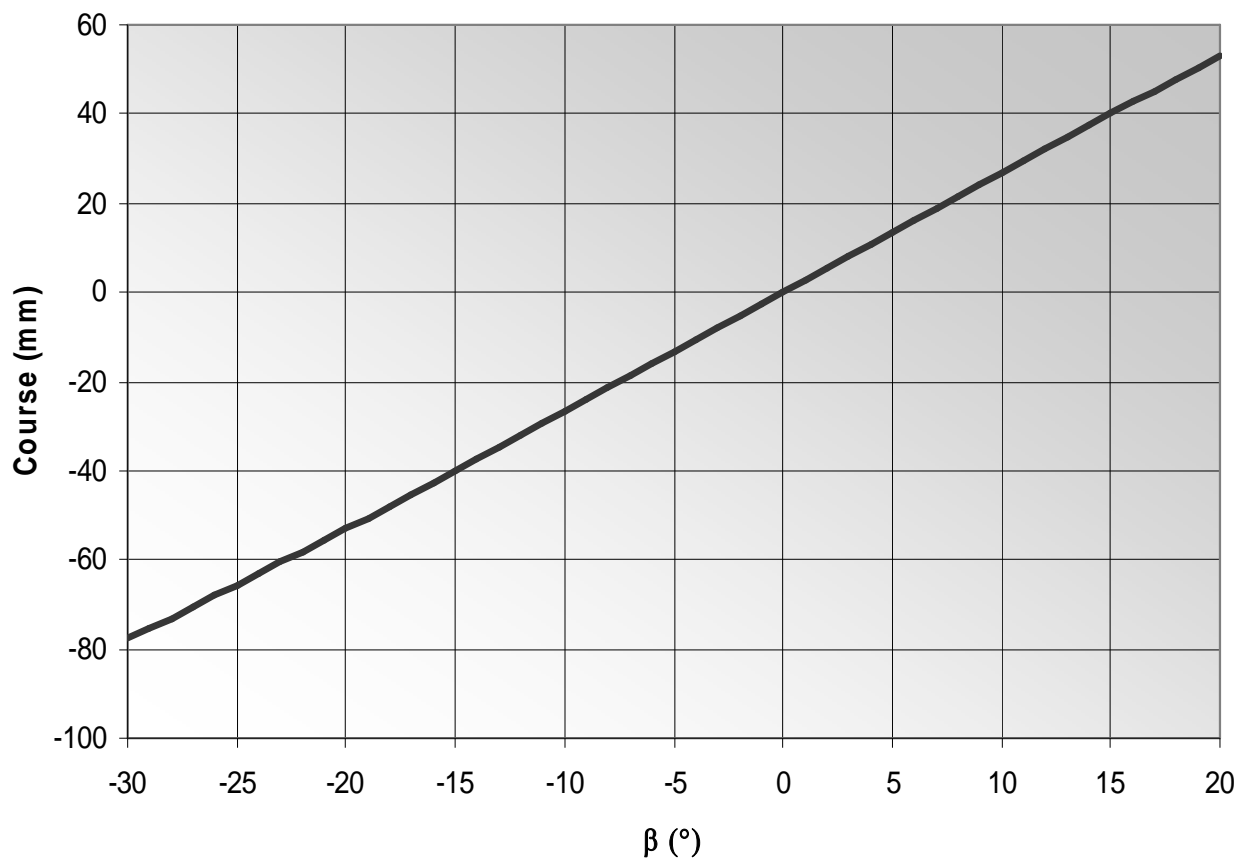
1. Ecrire la fermeture géométrique, en déduire les relations :

$$\tan \varphi = \frac{R(\cos \beta - 1)}{L_0 - R \cdot \sin \beta}$$

$$L = \sqrt{2R^2 + L_0^2 - 2R(R \cos \beta + L_0 \sin \beta)}$$

2. En déduire l'expression de la course  $x_2$  du vérin en fonction de  $\beta$  et vérifier qu'elle est compatible avec les spécifications du cahier des charges pour  $\beta = -30^\circ$  et  $\beta = 20^\circ$ .

La figure suivante représente l'évolution de la course  $x_2$  du vérin en fonction de  $\beta$ . Elle autorise l'hypothèse selon laquelle l'évolution de  $\beta$  en fonction de  $x_2$  est linéaire, c'est-à-dire de la forme  $\beta = K_G \cdot x_2$  avec  $\beta$  en radians et  $x_2$  en mètres.



3. Déterminer  $K_G$ .