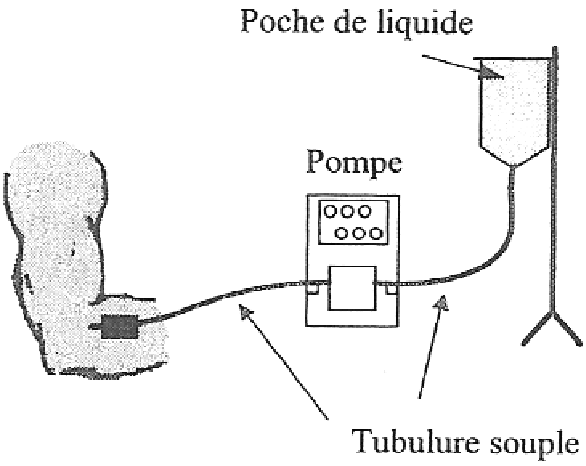
TD Cinématique 4 : Contact entre 2 solides

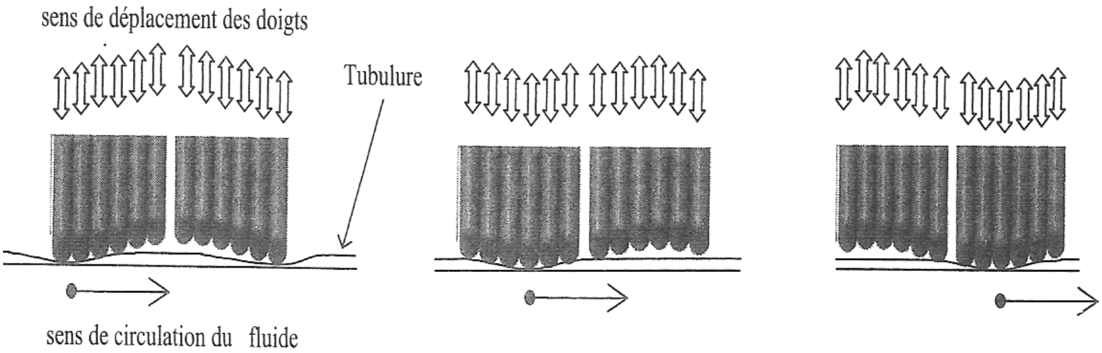
Exercice 1 Pompe « Medicare »

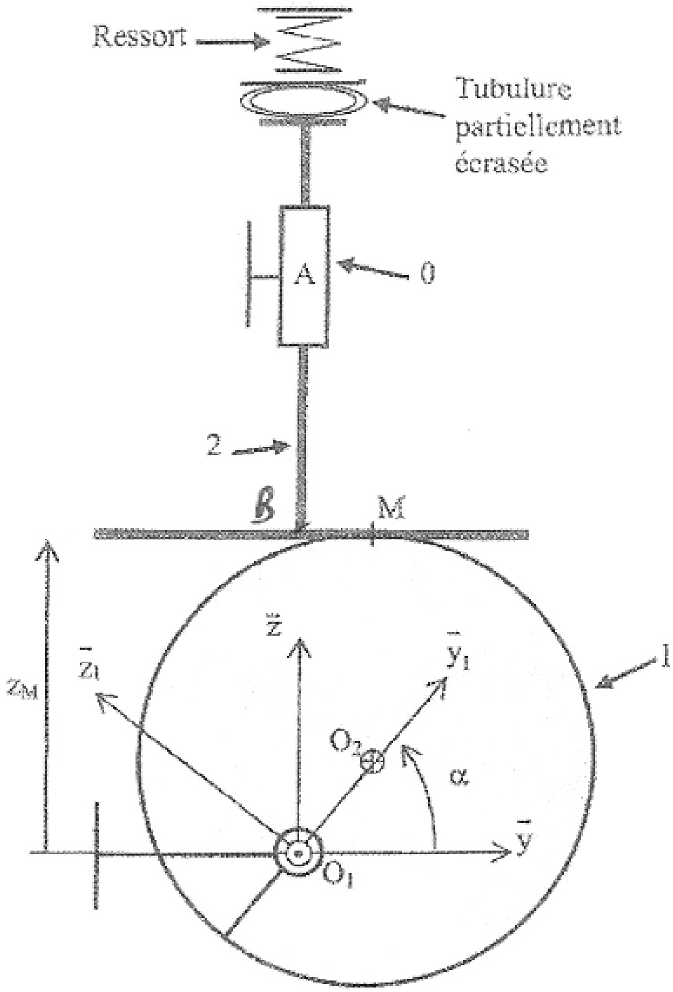


La pompe Medicare Optimal est une pompe volumétrique utilisée en milieu hospitalier.

Elle permet d'assurer la mise en mouvement des médicaments et des nutriments liquides délivrés en perfusion.

La pompe agit sur la tubulure souple en animant des doigts d'un mouvement de translation rectiligne alternative. Les dessins ci-dessous représentent différentes positions des doigts (2) en cours de fonctionnement (mouvement de vague).





On étudie l'ensemble constitué :

- ✓ Du bâti (0).
- ✓ D'un arbre excentrique (1).
- ✓ D'un doigt (2).

On donne :

$\overrightarrow{O_1O_2} = e.\vec{y}_1$,

$\overrightarrow{O_2M} = R.\vec{z}$

$\overrightarrow{O_1B} = z.\vec{z}$

Questions

1. *Exprimer la vitesse de glissement* $V(M \in 2/1)$.
2. *En déduire en fonction de* α *et* $\dot{\alpha}$.

Exercice 2 Véhicule à 4 roues

Un véhicule à quatre roues roulant sur une surface plane (S_0) est schématisé sur les deux figures données (la roue (2) n'est pas représentée sur la deuxième figure).

Au solide de référence (S_0) est fixé le repère $R(O,\vec{x}_0,\vec{y}_0,\vec{z}_0)$.

Le châssis (S) est un rectangle formé par les quatre points A_1, A_2, A_3 et A_4.

Le repère $R(C,\vec{x},\vec{y},\vec{z})$ est lié à (S) avec $(\vec{x}_0,\vec{x})=\psi$.

C est le milieu de (A_3A_4) avec $\overrightarrow{A_4A_3}=2.d.\vec{x}$ et $\overrightarrow{A_3A_2}=l.\vec{y}$.

Les quatre roues sont assimilées à des disques identiques, d'épaisseur négligeable, de rayon r.

Chaque roue (Si) a pour centre Ai et pour axe une droite Di située dans le plan de rectangle ($A_1A_2A_3A_4$).

Soit $(A_i,\vec{q}_i)$ un axe lié à la roue (Si) et situé dans son plan, on pose $(\vec{z},\vec{q}_i)=\theta_i$.

Soit $\vec{u}_1$ un vecteur unitaire orientant l'axe de la roue avant (S_1), $(\vec{x},\vec{u}_1)=(\vec{y},\vec{v}_1)=\psi_1$.

Soit $\vec{u}_2$ un vecteur unitaire orientant l'axe de la roue avant (S_1), $(\vec{x},\vec{u}_2)=(\vec{y},\vec{v}_2)=\psi_2$.

Chaque roue est en contact avec la surface plane en un point I_i.

On suppose que les roues roulent sans glisser sur la surface plane (S_0).

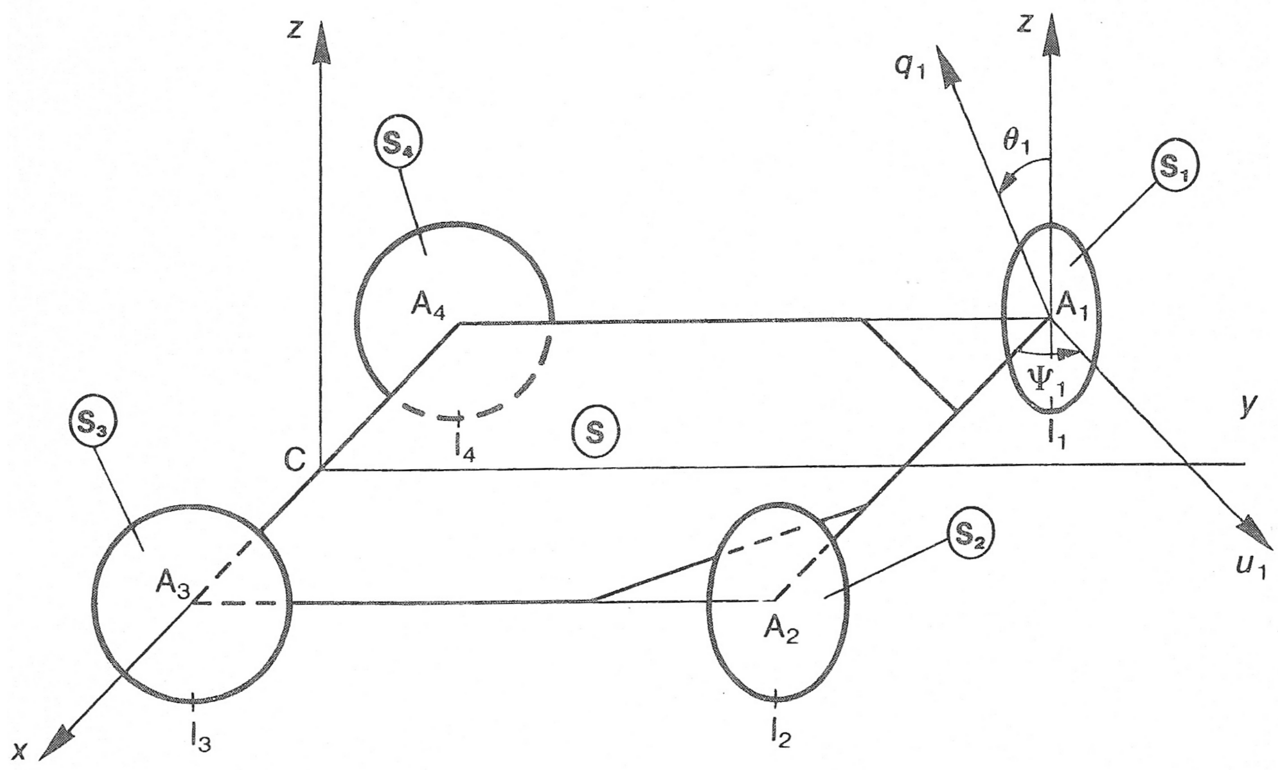
Soit I le centre instantané de rotation du mouvement de (S) par rapport à (R_0).

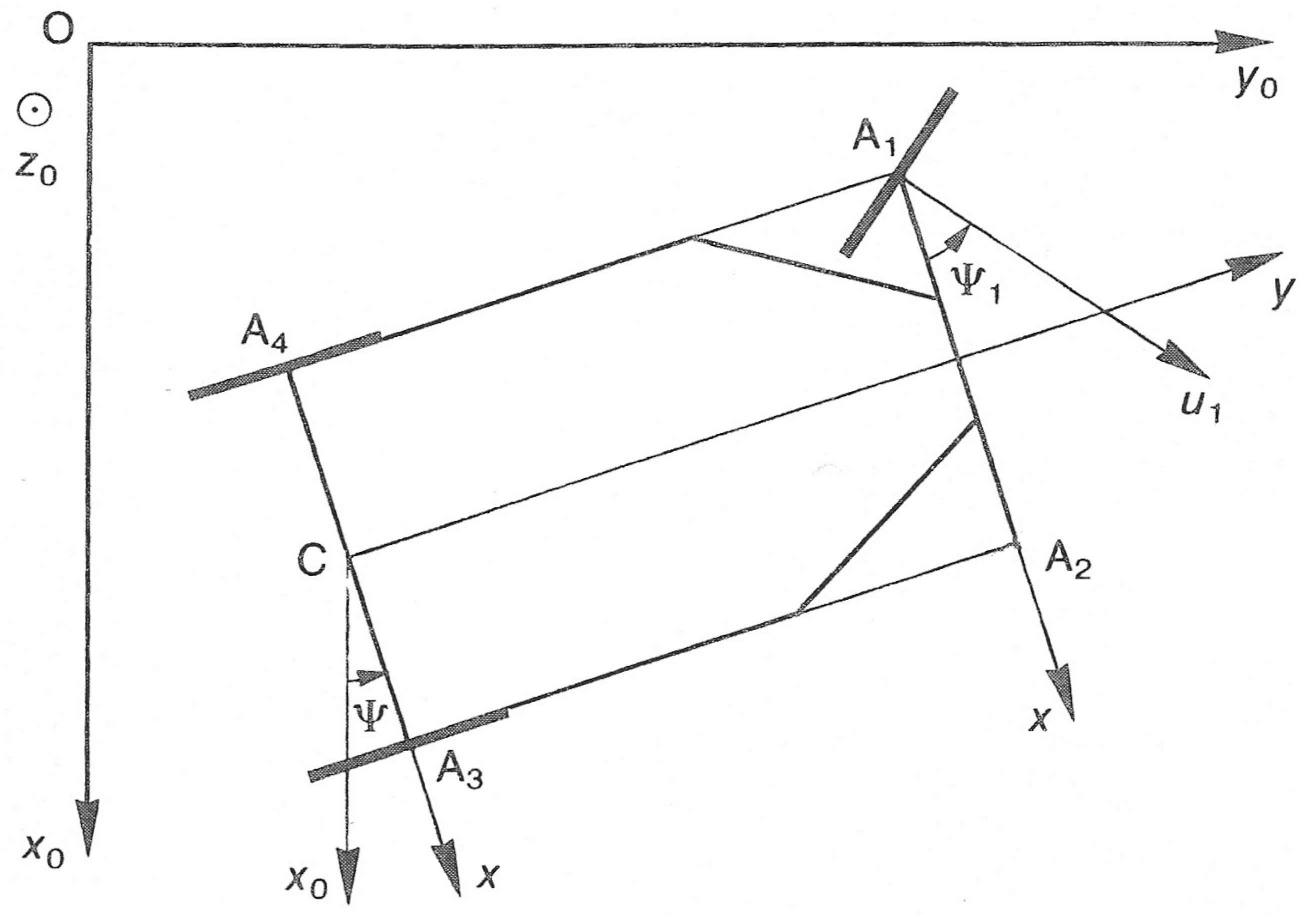
On pose $\overrightarrow{IC}=\rho.\vec{x}$ et $\vec{V}(C\in S/R_0)=V.\vec{y}$.

Avec V vitesse du véhicule et ρ rayon du virage.

Questions.

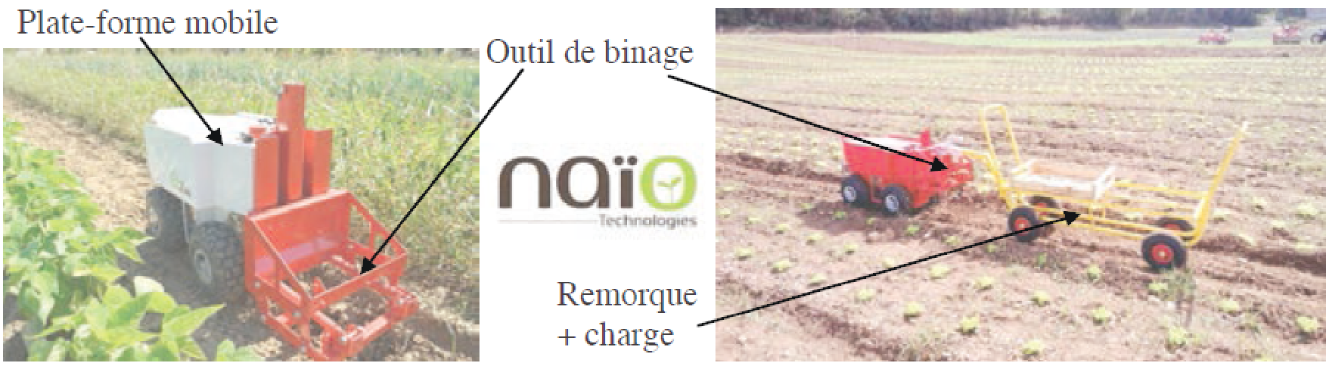
1. *Déduire des directions de $\vec{V}(A_1\in S/R_0)$ et de $\vec{V}(A_4\in S/R_0)$, la position du point I, centre instantané de rotation du mouvement de (S) par rapport à (R_0).*
2. *Représenter la roue (2). Conclure.*
3. *Si besoin à l'aide d'une figure, déterminer ψ_1 et ψ_2 en fonction de l, ρ et d*
4. *Rappel : on a $\vec{V}(I\in S/R_0)=\vec{0}$, en déduire une relation entre V, ρ et $\dot{\psi}$.*
5. *Soit R_1 la distance entre les points A_1 et I, en écrivant qu'il y a roulement sans glissement en I_1, déterminer $\dot{\theta}_1$ en fonction de r, R_1 et $\dot{\psi}$.*
6. *Soit R_2 la distance entre les points A_2 et I, déterminer de même $\dot{\theta}_2$ en fonction de r, R_2 et $\dot{\psi}$. Conclure.*


z
z
q1
θ1
S4
S1
A4
A1
Ψ1
S3
S
y
C
I4
I1
S2
u1
A3
A2
x
I3
I2

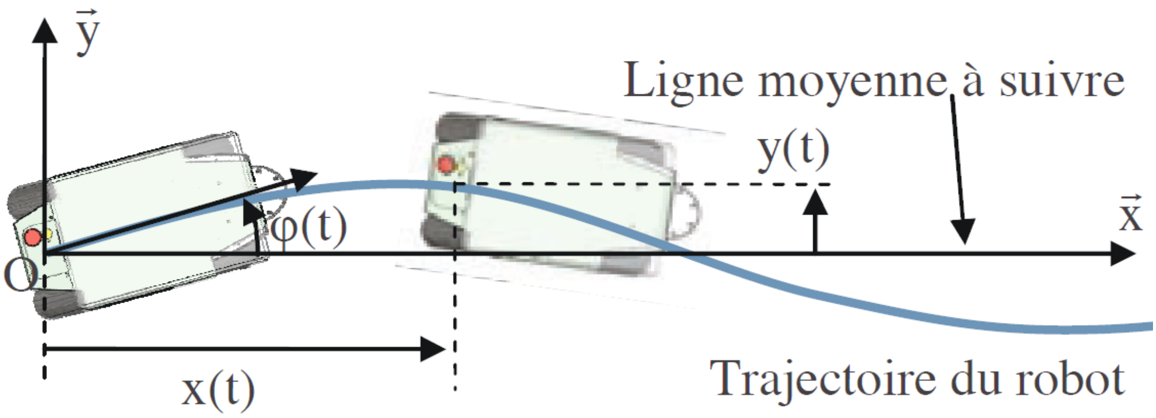

O
y0
z0
A1
Ψ1
y
A4
u1
C
A2
Ψ
A3
x
x0
x0
x

Exercice 3 Robot de maraichage (CCP MP 2016)

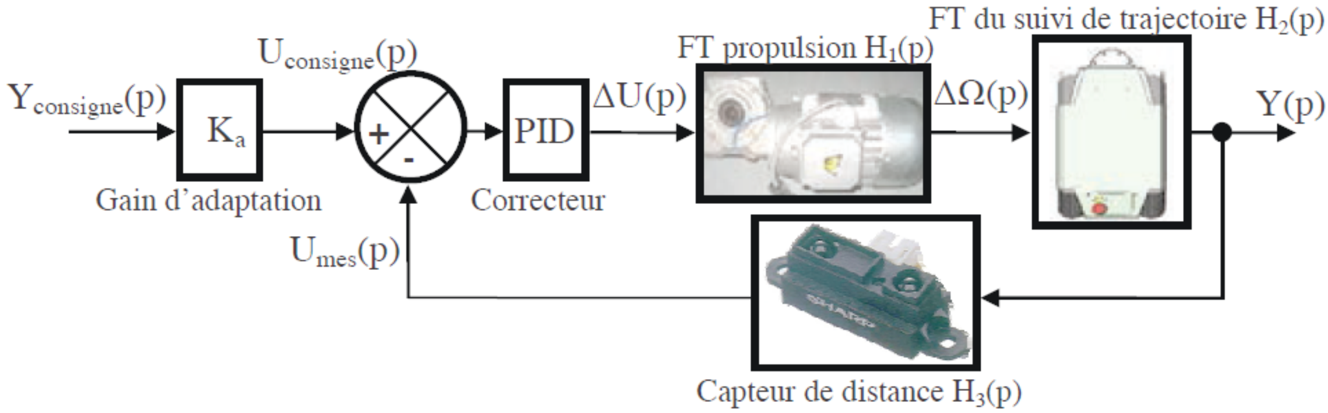
Le robot de maraîchage « Oz 440 » est un outil autonome agricole, capable d'assister les maraîchers dans les tâches les plus pénibles comme le transport de charges lors des récoltes et le désherbage mécanique à l'aide d'un outil de binage.



Ce robot est constitué d'une plate-forme mobile électrique à 4 roues motrices sur laquelle sont fixés divers outils et capteurs. On souhaite valider le comportement du robot vis-à-vis du critère de précision lorsqu'il suit une allée de culture. On s'intéresse donc à l'asservissement de position du robot suivant la ligne moyenne à suivre dans l'allée.



La variable $y(t)$ correspond à la distance d'un point particulier du robot par rapport à la ligne moyenne dans le rang de culture. Le modèle de l'asservissement de suivi de l'allée du robot est donné par le schéma-bloc suivant :



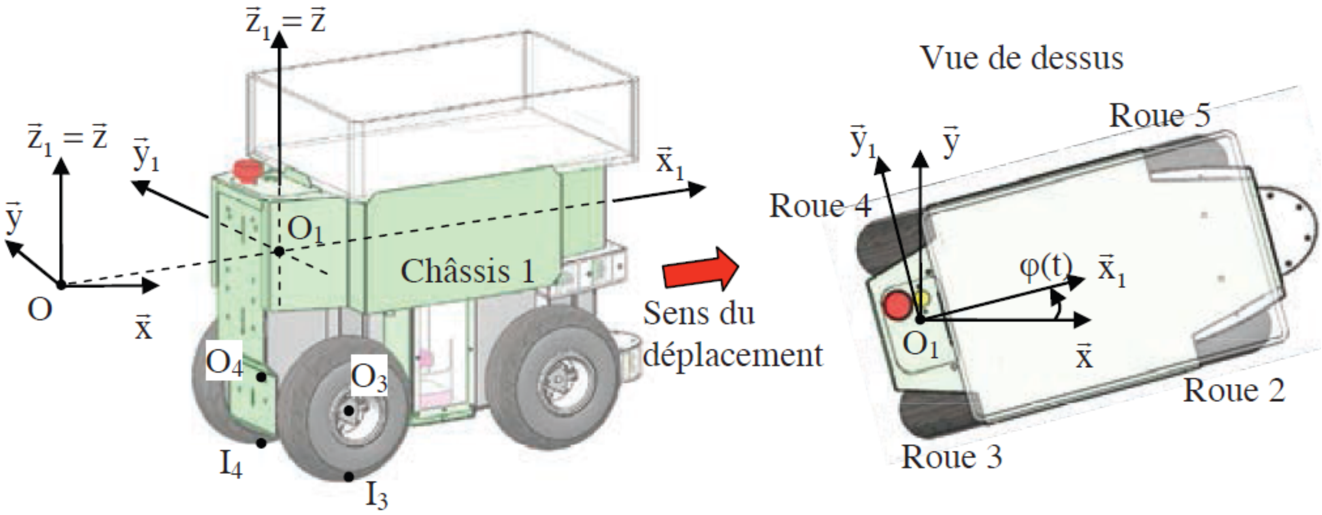
Le comportement du groupe de propulsion se caractérise par 3 fonctions de transfert successives : $H_1(p)$ du groupe de propulsion, $H_2(p)$ du suivi de la trajectoire et $H_3(p)$ du bloc « capteur de distance ».

Détermination de la fonction de transfert $H_2(p)$ du suivi de la trajectoire

La modélisation par schéma bloc du suivi de la trajectoire est donnée.

$$\Delta\Omega(p) \longrightarrow \boxed{H_{21}(p)} \xrightarrow{\varphi(p)} \boxed{H_{22}(p)} \longrightarrow Y(p)$$

La position du robot est repérée dans le plan $(O,\vec{x},\vec{y})$ par ses coordonnées x(t) et y(t) ainsi que par l'angle du robot avec la ligne moyenne φ(t).



Référentiel fixe : $R_0(O,\vec{x},\vec{y},\vec{z})$.

Référentiel lié au robot : $R_1(O_1,\vec{x}_1,\vec{y}_1,\vec{z}_1=\vec{z})$.

Référentiel lié à la roue arrière droite : $R_3(O_1,\vec{x}_3,\vec{y}_3=\vec{y}_1,\vec{z}_3)$.

Référentiel lié à la roue arrière gauche : $R_4(O_1,\vec{x}_4,\vec{y}_4=\vec{y}_1,\vec{z}_4)$.

$$\vec{\Omega}(3/1)=\omega_d.\vec{y}_1 \qquad \vec{\Omega}(4/1)=\omega_g.\vec{y}_1$$

$$\vec{\Omega}(1/0)=\frac{d\varphi}{dt}.\vec{z} \qquad \vec{V}(O_1\in 1/0)=V.\vec{x}_1$$

I_3 et I_4 sont les points de contact de la roue arrière droite et de la roue arrière gauche avec le sol.

$\overrightarrow{I_3O_3}=\overrightarrow{I_4O_4}=r.\vec{z}$ avec r correspondant au rayon des roues.

$\overrightarrow{O_3O_1}=e.\vec{y}_1+h.\vec{z}$ $\qquad \overrightarrow{O_4O_1}=-e.\vec{y}_1+h.\vec{z}$ $\qquad$ e = 0,15 m.

$\overrightarrow{OO_1}=x(t).\vec{x}+y(t).\vec{y}$

La fixation de l'outil à l'arrière du robot apporte une charge supplémentaire sur les roues arrières, ce qui permet de considérer que les roues arrières **roulent sans glisser** sur le sol.

Questions.

1. Donner la condition vectorielle de roulement sans glissement en I_3. A partir de cette condition, déterminer l'équation scalaire liant V, $\frac{d\varphi}{dt}$ et ω_d.

   Donner ensuite la condition de roulement sans glissement en I_4 puis, à partir de cette condition, déterminer l'équation scalaire liant V, $\frac{d\varphi}{dt}$ et ω_g.

2. A partir des équations précédentes, déterminer la relation liant $\Delta\omega = \omega_d - \omega_g$ et $\frac{d\varphi}{dt}$ puis la fonction de transfert $H_{21}(p) = \frac{\Phi(p)}{\Delta\Omega(p)}$ où $\Phi(p)$ représente la transformée de Laplace de l'angle $\varphi(t)$ (on suppose la condition initiale nulle $\varphi(0) = 0$).

Pendant une petite variation de temps dt, le déplacement longitudinal du robot est noté $dx(t)$ et le déplacement latéral $dy(t)$.

De plus, on suppose que l'angle du robot avec la ligne moyenne $\varphi(t)$ ne varie pas pendant l'intervalle de temps dt.

Questions.

3. *Faire un schéma puis déterminer la relation liant $dx(t)$, $dy(t)$ et l'angle $\varphi(t)$.*

   En déduire l'expression de $\dot{y}(t) = \frac{dy(t)}{dt}$ en fonction de V et de $\varphi(t)$ en linéarisant l'expression à l'ordre 1 dans l'hypothèse où l'angle $\varphi(t)$ reste petit.

4. *En déduire l'expression de la fonction de transfert $H_{22}(p) = \frac{Y(p)}{\Phi(p)}$ où $Y(p)$ représente la transformée de Laplace du déplacement latéral du robot $y(t)$ (on suppose toujours, par ailleurs, la condition initiale nulle $y(0) = 0$).*

5. *En déduire la fonction de transfert $H_2(p)$ du suivi de trajectoire à partir des résultats trouvés précédemment.*