

MPSI1

DM de SI pour le jeudi 7 avril 2022

Corrigé prochainement sur le site :
<http://perso.numericable.fr/starnaud/>

Ce DM comporte :

- ✓ Un sujet, pages 2 à 8.
- ✓ Une page représentant le Diagramme des exigences

Systeme de télé-échographie

Présentation

1. Mise en situation

L'échographie est une technique d'imagerie médicale basée sur l'exploitation de la réflexion d'une onde ultrasonore au niveau des interfaces physiologiques entre organes. Non irradiante, peu coûteuse et mobile, elle représente l'examen d'imagerie médicale le plus pratiqué au monde. En contrepartie, sa réalisation nécessite un manipulateur expert en imagerie médicale, capable d'analyser les images échographiques en temps réel afin d'orienter la sonde en conséquence. L'analyse et l'expertise sont donc réalisées pendant l'examen. De ce fait, cette technique d'imagerie est qualifiée de "manipulateur dépendant" : sa mise en œuvre est difficilement envisageable sur des sites isolés.

La robotisation de cette technique permet toutefois d'en élargir le champ d'application. Grâce à la télé-échographie robotisée (**figure 1**), il devient possible de réaliser une échographie sur un patient situé sur un site isolé (appelé site patient), alors même que le spécialiste en imagerie médicale se trouve sur un site distant de celui où est pratiqué l'examen (appelé site expert).



Figure 1 - Principe de la télé-échographie

Sur le site patient (**figure 1a**) équipé du robot porte-sonde, d'un échographe et d'un système de visioconférence, un professionnel de santé est chargé de positionner le robot porte-sonde sur le patient et de le maintenir au cours de l'examen. Depuis le site expert distant (**figure 1b**), le médecin dirige l'examen échographique. En manipulant une sonde fictive, il donne une consigne de position pour la sonde, que le robot exécute au contact du patient. Réalisant le lien entre les deux sites, le réseau de communication (ISDN, 4G, satellite...) permet en temps réel, le contrôle du robot, la visioconférence ainsi que la transmission des images échographiques.

2. Analyse système partielle

Le diagramme d'exigences (**D5** du **document réponse**), présente un extrait du cahier des charges du système de télé-échographie.

La **figure 2** décrit le robot porte-sonde constitué :

- d'une structure porteuse **0** ;
- d'un module de rotation, composé des sous-ensembles **1, 2, 3**, permettant d'orienter la sonde en lui imposant trois rotations (R_1, R_2, R_3) suivant les axes 1 à 3 ;
- du porte-sonde **4** sur lequel est fixé la sonde échographique **S**. La translation **T** suivant l'axe 4 permet de contrôler l'effort de contact sonde/peau du patient.

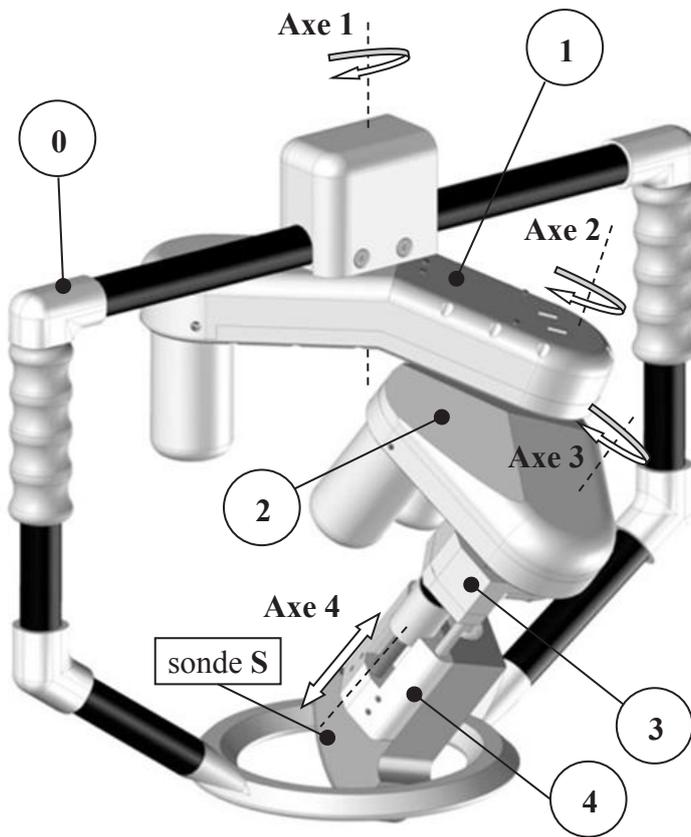


Figure 2 - Robot porte-sonde

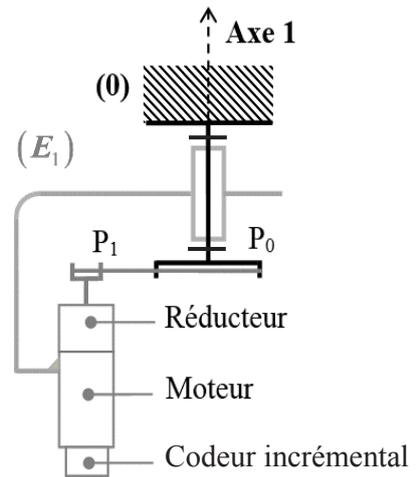


Figure 3 - Chaîne cinématique associée à l'axe 1

Réducteur (R)	Rapport de réduction $r = 1/30,7$
Poulie P ₀	Diamètre D ₀ = 42 mm
Poulie P ₁	Diamètre D ₁ = 13 mm

Tableau 1 - Caractéristiques de la transmission

On nomme E_1 l'ensemble {1, 2, 3, 4}.

La chaîne fonctionnelle assurant la rotation R_1 de l'ensemble E_1 autour de l'axe 1 est décrite par le schéma cinématique de la figure 3 et le diagramme de blocs internes de la figure 4.

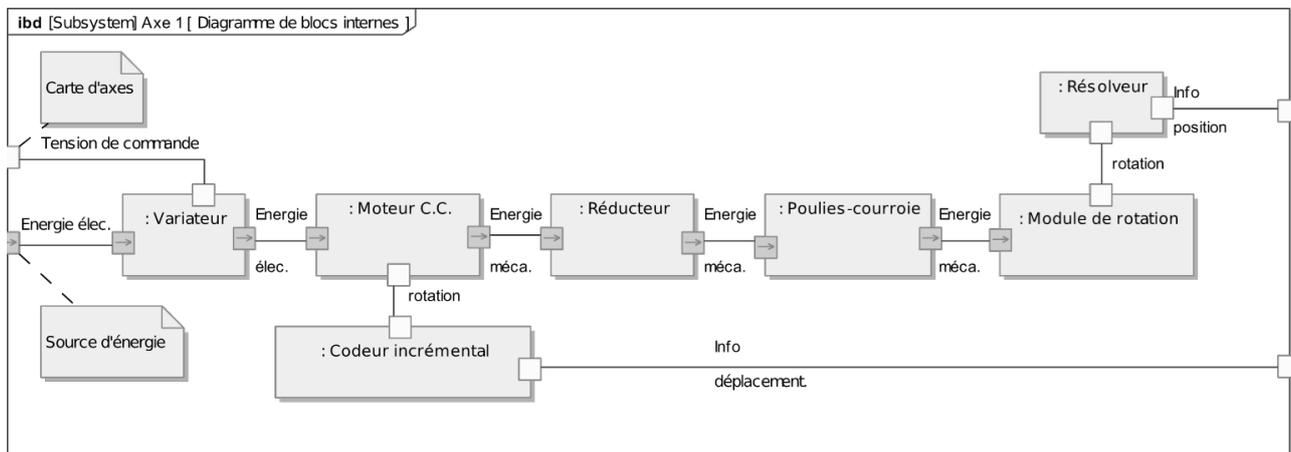


Figure 4 - Diagramme de blocs internes de l'axe 1

3. Problème posé

Afin que le praticien soit en mesure d'obtenir une image échographique d'intérêt, le système de télé-échographie doit lui permettre d'orienter la sonde de manière à trouver la meilleure incidence entre le plan ultrasonore et la partie de l'organe examinée. La qualité du positionnement de la sonde sur le patient qui conditionne l'obtention d'images d'intérêt nécessite de maîtriser notamment :

- le mouvement imposé à la sonde par le robot porte-sonde ;
- la commande, depuis un site distant, des différents axes du robot porte-sonde.

L'objectif de cette étude est de vérifier certaines performances du système afin de valider partiellement le respect des exigences liées au positionnement de la sonde échographique.

4. Démarche proposée

Le respect des exigences 1.1 relatives au déplacement de la sonde fait l'objet de la **Partie I**. Celle-ci a pour objectif de vérifier que la structure mécanique retenue est compatible avec les exigences liées au mouvement à imposer à la sonde (exigence 1.1.1) et à l'espace de travail attendu (exigence 1.1.2). La spécification de certaines de ces exigences, à partir d'une analyse du geste médical, fait par ailleurs l'objet de la **Partie IV**.

Le respect des exigences 1.2 relatives à la commande du robot porte-sonde est abordé à travers les points suivants :

- prévision des performances et synthèse de la commande du premier axe du robot, en vitesse (exigence 1.2.1.1) et en position (exigence 1.2.1.2) , objet de la **Partie II** ;
- mise en place d'une commande synchronisée entre les différents axes (exigence 1.2.1.3) et validation des performances de la commande distante depuis le site expert (exigence 1.2.3), objet de la **Partie V**.

La **Partie III** aborde la problématique du dimensionnement du moteur associé à l'axe 1.

Partie I - Validation des performances cinématiques du robot porte-sonde

***Objectif** : vérifier que les différentes exigences 1.1 relatives au déplacement de la sonde peuvent être satisfaites.*

Modélisation cinématique du robot porte-sonde

Le schéma cinématique du robot porte-sonde et le paramétrage associé sont donnés dans les **figures 5** et **6**.

I.1 - Validation de l'exigence " Nature du mouvement " (exigence 1.1.1)

***Objectif** : vérifier que l'architecture du robot porte-sonde est compatible avec la nature du mouvement attendu.*

Afin de trouver la meilleure incidence entre le plan ultrasonore et la partie de l'organe examinée, et pour obtenir une image d'échographie contenant les informations qu'ils cherchent, les praticiens imposent à la sonde un déplacement sphérique autour du point de contact O , soit une composition de trois rotations. C'est donc naturellement le mouvement attendu lors de la manipulation de la sonde par le robot. Pour la suite de l'étude, on considère que dans sa position initiale, la sonde est en contact avec le patient. Sur le schéma cinématique de la **figure 5**, le point O_S , extrémité de la sonde, est alors confondu avec le point O , origine du repère lié au patient.

Le torseur cinématique associé au mouvement relatif du solide j par rapport au solide i noté $\{v_{j/i}\}$ est défini par ses éléments de réduction suivant :

$$\{v_{j/i}\} = \left\{ \begin{array}{c} \overrightarrow{\Omega}_{j/i} \\ \overrightarrow{V}_{j/i}(P) \end{array} \right\}_P .$$

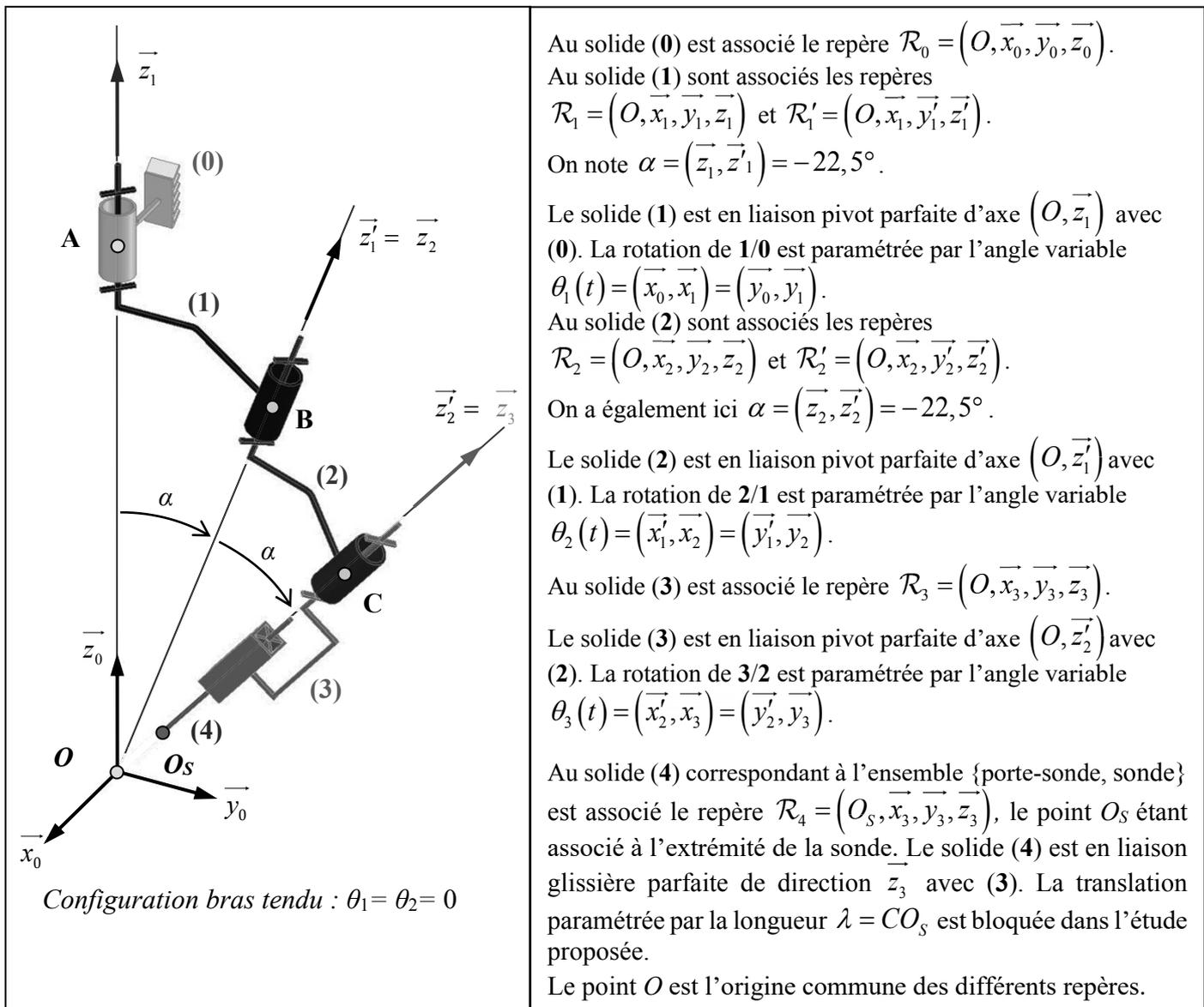


Figure 5 - Schéma cinématique et paramétrage du robot porte-sonde, configuration " bras tendu "

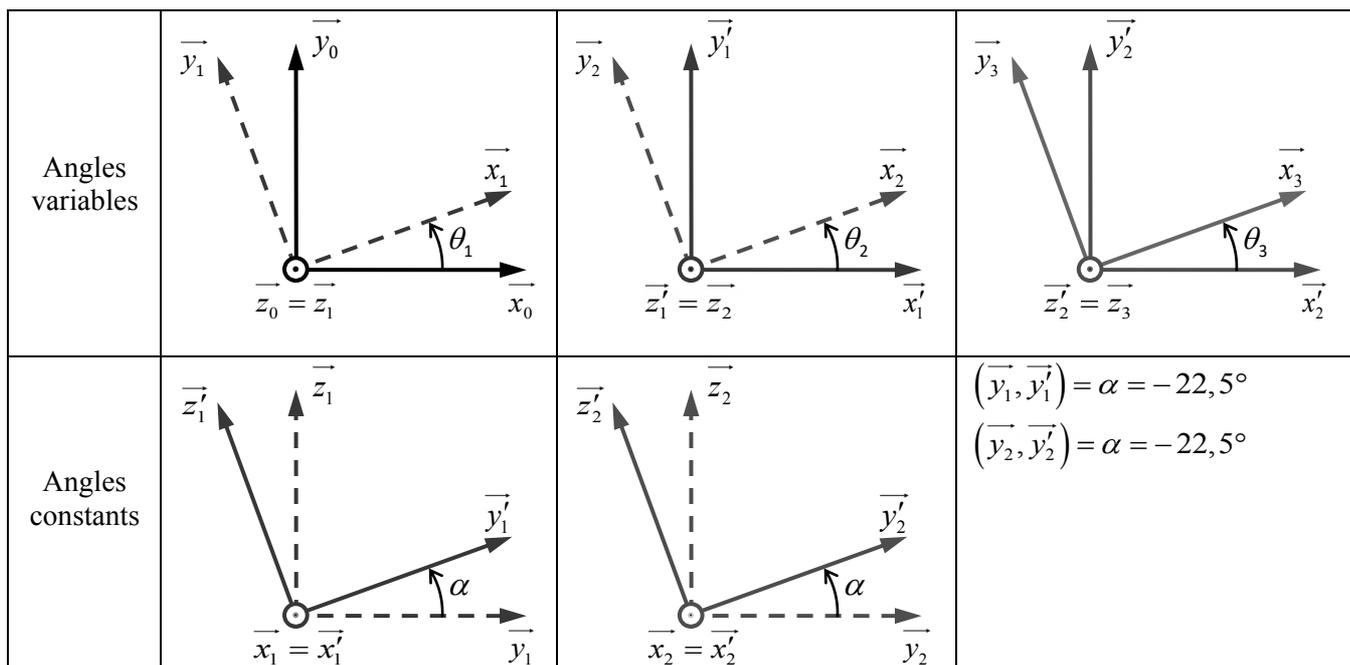


Figure 6 - Figures de changement de base associées au robot porte-sonde

- Q1.** En appliquant la loi de composition de mouvement sur les vecteurs vitesses au point O , montrer que $\vec{V}_{S/O}(O_S) = \vec{0}$ avec la structure proposée.
- Q2.** En appliquant la loi de composition de mouvement sur les vecteurs taux de rotation, justifier, sans développer les calculs, qu'il est *a priori* possible d'orienter le repère \mathcal{R}_3 lié à la sonde par rapport au repère \mathcal{R}_0 , par 3 rotations suivant les vecteurs de la base $(\vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$.
- Q3.** Conclure quant à la validation de l'exigence 1.1.1.

I.2 - Validation de l'exigence " Espace de travail " (exigence 1.1.2)

Objectif : vérifier l'étendue de l'espace de travail (exigence 1.1.2).

L'espace de travail d'un robot est défini comme l'ensemble des positions et orientations accessibles par le repère lié à son organe terminal. En se limitant à la configuration où la sonde reste en contact avec le patient (les points O_S et O restent confondus), la détermination de l'espace de travail revient ici à définir l'ensemble des orientations possibles pour l'ensemble {porte-sonde, sonde}, c'est-à-dire celles du repère $\mathcal{R}_3 = (O, \vec{x}_3, \vec{y}_3, \vec{z}_3)$ par rapport au repère $\mathcal{R}_0 = (O, \vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$.

Orientation de la sonde par rapport au patient

À la sonde (S) est associé le repère $\mathcal{R}_S = (O_S, \vec{x}_S, \vec{y}_S, \vec{z}_S)$ défini sur la **figure 7**. Ce repère est coïncidant avec le repère \mathcal{R}_3 . Le contact sonde/patient est assimilé à un contact ponctuel au point O_S . L'orientation de la sonde par rapport au patient est paramétrée par trois rotations successives $R_1(\psi)$, $R_2(\theta)$ et $R_3(\phi)$ auxquelles sont associés les angles d'Euler (ψ, θ, ϕ) (**figures 7 et 8**) :

- $\psi = (\vec{x}_0, \vec{u}) = (\vec{y}_0, \vec{v})$ est associé à la rotation R_1 autour de \vec{z}_0 (**précession**) ;
- $\theta = (\vec{v}, \vec{w}) = (\vec{z}_0, \vec{z}_S)$ est associé à la rotation R_2 autour du vecteur nodal \vec{u} (**nutation**) ;
- $\phi = (\vec{u}, \vec{x}_S) = (\vec{w}, \vec{y}_S)$ est associé à la rotation R_3 autour de \vec{z}_S (**rotation propre**).

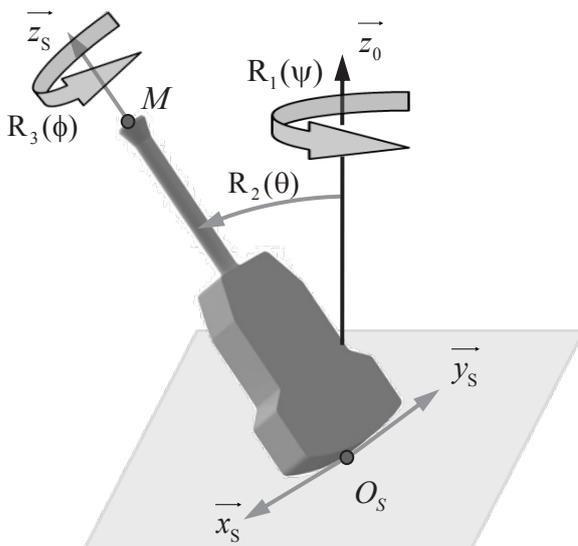


Figure 7 - Repère lié à la sonde et rotations

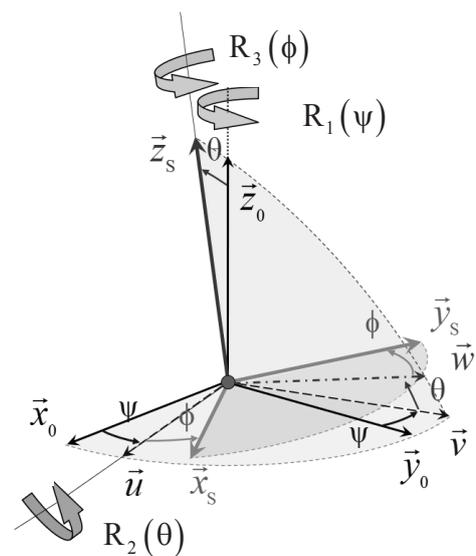


Figure 8 - Angles d'Euler

Élaboration d'un modèle géométrique direct partiel

L'orientation de la sonde est paramétrée dans l'espace opérationnel (X) par les angles d'Euler (ψ, θ, ϕ) . Elle est liée à la configuration du robot définie quant à elle dans l'espace articulaire (Q) par les angles $(\theta_1, \theta_2, \theta_3)$ paramétrant les rotations autour des axes 1, 2 et 3. La détermination de l'espace de travail nécessite d'établir la relation entre les coordonnées opérationnelles (ψ, θ, ϕ) et les coordonnées articulaires $(\theta_1, \theta_2, \theta_3)$, c'est-à-dire élaborer le modèle géométrique direct du robot.

Q4. L'orientation de l'axe de la sonde étant définie par le vecteur $\vec{z}_s = \vec{z}_3$, déterminer les expressions des projections de ce vecteur dans la base $(\vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$, en fonction des coordonnées opérationnelles (ψ, θ) .

De la même manière, il est possible d'exprimer ce vecteur en projection dans la base $(\vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$, en fonction des coordonnées articulaires (θ_1, θ_2) , ce qui conduit à :

$$\vec{z}_3 = \begin{pmatrix} \cos \alpha \sin \alpha \sin \theta_1 + \sin \alpha (\cos \alpha \sin \theta_1 \cos \theta_2 + \cos \theta_1 \sin \theta_2) \\ -\cos \alpha \sin \alpha \cos \theta_1 - \sin \alpha (\cos \alpha \cos \theta_1 \cos \theta_2 - \sin \theta_1 \sin \theta_2) \\ \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha \cos \theta_2 \end{pmatrix}_{(\vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)} .$$

Q5. Par identification des projections suivant \vec{z}_0 , déterminer l'expression de l'angle de nutation θ en fonction des coordonnées articulaires. Commenter le résultat obtenu et proposer une analyse de la courbe donnée en **figure 9**.

Q6. Montrer qu'en procédant de même avec les projections suivant \vec{x}_0 et \vec{y}_0 , on obtient les expressions suivantes permettant de calculer l'angle de précession ψ :

$$\cos \psi = \frac{\sin \alpha (-\sin \theta_1 \sin \theta_2 + \cos \alpha \cos \theta_1 (1 + \cos \theta_2))}{\sin \theta}$$

$$\sin \psi = \frac{\sin \alpha (\cos \theta_1 \sin \theta_2 + \cos \alpha \sin \theta_1 (1 + \cos \theta_2))}{\sin \theta} .$$

Des relations similaires non présentées ici peuvent être obtenues pour la rotation propre ϕ . L'ensemble de ces résultats permet notamment d'obtenir les courbes de la **figure 10** qui représentent les évolutions des angles de précession et de rotation propre pour $\theta_1 = 0^\circ$ et $\theta_2 \in [0^\circ, 180^\circ]$.

Q7. À partir d'une analyse des courbes obtenues, préciser en justifiant la réponse :

- les configurations dans lesquelles se trouve le robot pour les valeurs extrêmes de l'angle de nutation θ relatives à la courbe de la **figure 9** ;
- les valeurs associées de l'angle $\beta = (\vec{x}_0, \vec{x}_s)$;
- la nature et les caractéristiques de la surface générée par le mouvement de l'axe de la sonde (O, \vec{z}_s) .

Q8. En considérant les rotations suivant les axes 1 ($\theta_1 \in [-180^\circ, 180^\circ]$) et 3 ($\theta_3 \in [0^\circ, 360^\circ]$), conclure quant à l'ensemble des orientations théoriquement possibles pour la sonde.

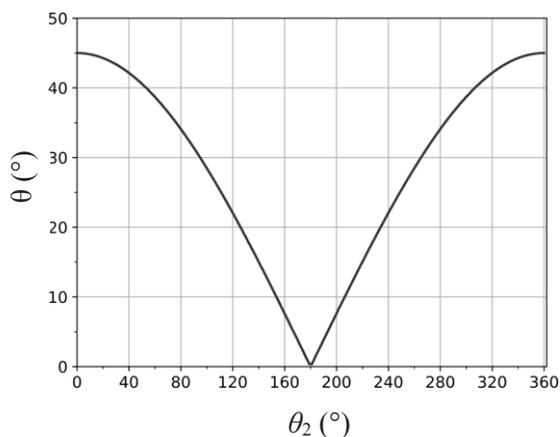


Figure 9 - Évolution de l'angle de nutation θ en fonction du paramètre articulaire θ_2

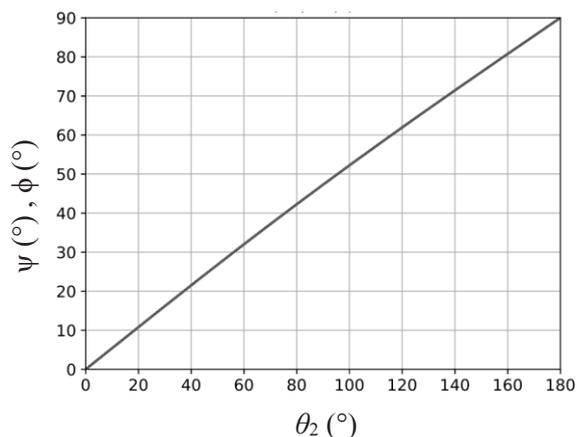


Figure 10 - Évolution des angles ψ et ϕ (les courbes sont ici confondues)

Prise en compte des butées articulaires

En pratique, l'espace de travail est limité par la présence de butées mécaniques sur les articulations, liées aux contraintes de mise en œuvre technique. En prenant comme référence la position du robot "bras tendu", les valeurs de ces butées sont telles que pour les deux premiers axes : $\theta_1 \in [-165^\circ, 165^\circ]$, $\theta_2 \in [20^\circ, 340^\circ]$. Il n'y a pas de limitation sur l'axe 3 pour lequel $\theta_3 \in [0^\circ, 360^\circ]$. L'espace de travail peut être décrit à partir des positions accessibles par le point M , extrémité du vecteur unitaire \vec{z}_s d'origine O_s , porté par l'axe de la sonde (**figure 7**). Les points de coordonnées (z_{sx}, z_{sy}, z_{sz}) associés à ces positions ont été représentés sur la **figure 11** (le pas d'échantillonnage des paramètres articulaires θ_1 et θ_2 est de 2°) pour deux configurations (a) et (b).

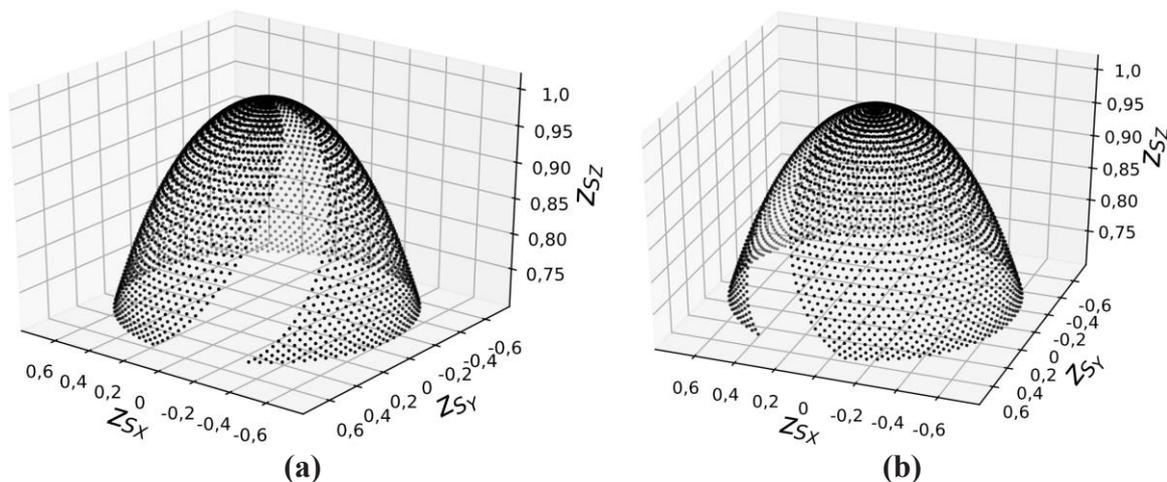


Figure 11 - Représentation de l'espace de travail, $\theta_2 \in [20^\circ, 180^\circ]$ (a) et $\theta_2 \in [180^\circ, 340^\circ]$ (b)

Q9. À partir de l'analyse des tracés de la **figure 11**, conclure quant à la validation de l'exigence 1.1.2, liée à l'espace de travail attendu.

Soit la fonction f , définie de l'espace articulaire (Q) vers l'espace opérationnel (X), dont les applications coordonnées (f_1, f_2) sont telles que $f_1(\theta_1, \theta_2) = \theta$ et $f_2(\theta_1, \theta_2) = \psi$.

Q10. La fonction f est-elle bijective ? Justifier votre réponse en vous appuyant sur les tracés de la **figure 11** et proposer une interprétation. Quelles seront les conséquences lors de la conception de la commande du robot ?

D5 - Diagramme d'exigences

