

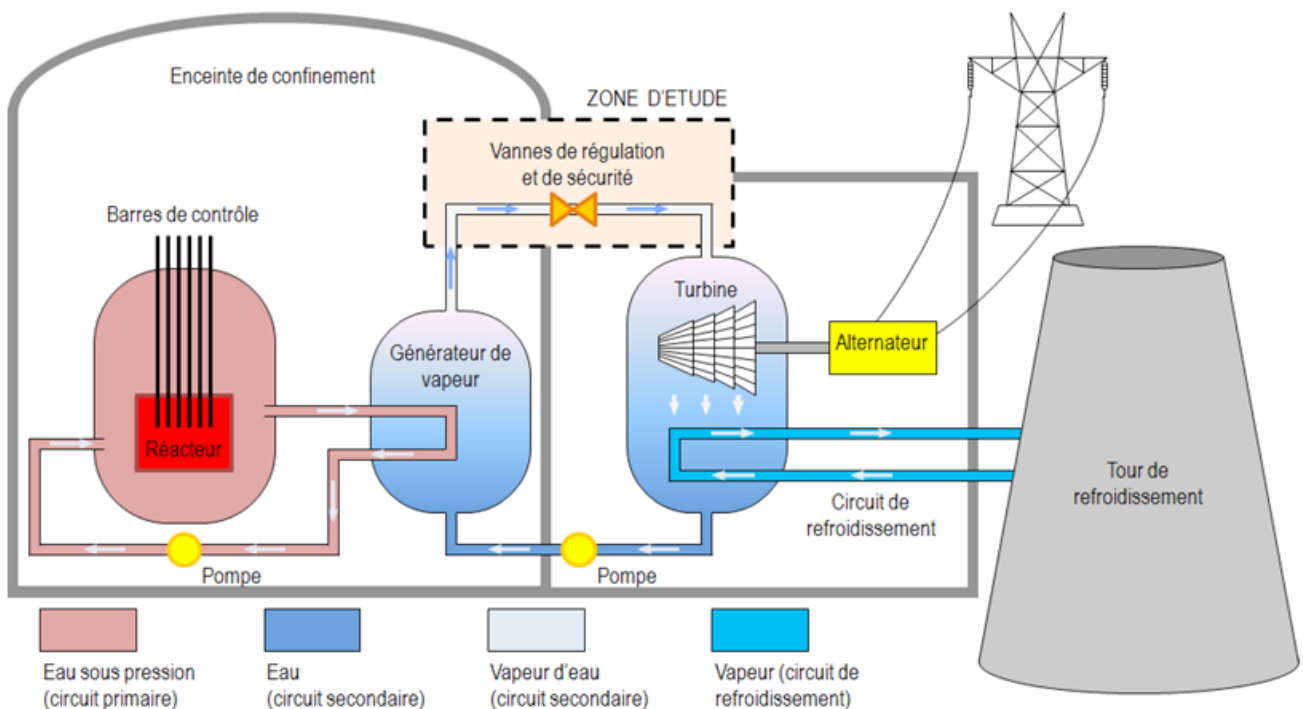
DS PCSI MPSI, décembre 2021, durée 2h

Corrigé sur le site : <http://perso.numericable.fr/starnaud/>

Exercice 1. Régulation d'un GTA (E3A MP 2017)

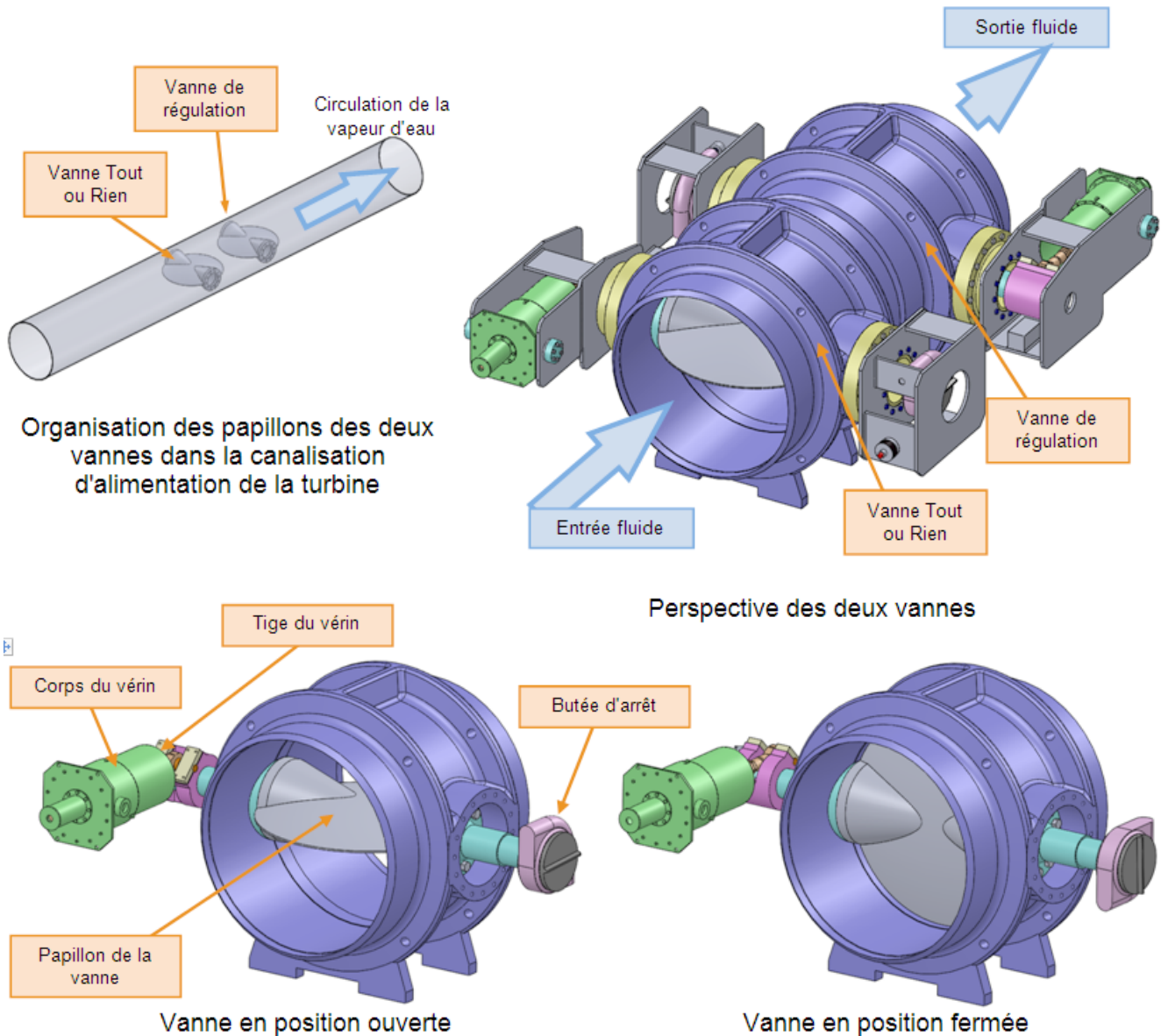
Régulation d'un GTA (Groupe Turbo-Alternateur) dans une centrale nucléaire

Une centrale nucléaire contient plusieurs transformations d'énergie. On va s'intéresser à la transformation de l'énergie thermique de la vapeur d'eau du circuit secondaire en énergie mécanique de rotation de la turbine. La zone d'étude se limite aux vannes de régulation et de sécurité.



L'objet de notre étude porte sur deux vannes installées sur le circuit secondaire. Ces deux vannes quasi identiques ont deux fonctions différentes :

- ✓ Vanne de régulation VI : permet de réguler le débit de vapeur et donc la fréquence de rotation de la turbine.
- ✓ Vanne Tout ou Rien VM : permet de couper le circuit en cas d'alerte de sécurité.



Le débattement angulaire de l'obturateur (papillon) est d'un quart de tour pour passer de la position section de passage nulle (vanne totalement fermée) à section de passage maximale (vanne totalement ouverte).

La fréquence du courant électrique produit par l'alternateur est liée à la vitesse de rotation de l'alternateur installé en bout d'arbre de la turbine. Cette vitesse de rotation est liée au débit de fluide circulant dans les canalisations d'alimentation de la turbine. Il est donc nécessaire de réguler ce débit.

Nous allons étudier les éléments de nature à garantir cette contrainte de vitesse de rotation du GTA et son contrôle en cas d'incident en relation avec le débit de vapeur du circuit secondaire alimentant la (ou les) turbine(s).

Asservissement en position de la vanne de régulation.

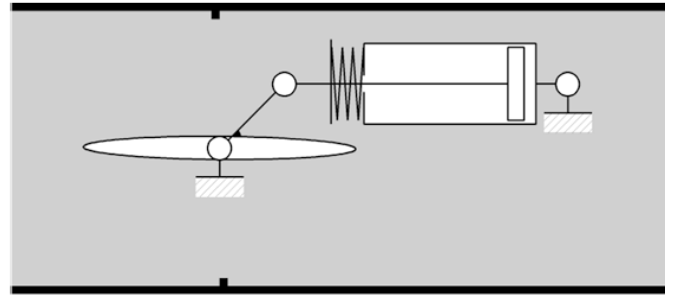
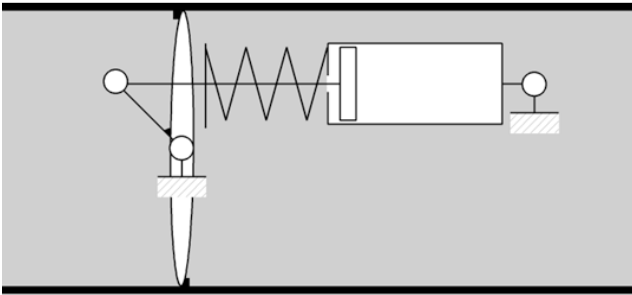
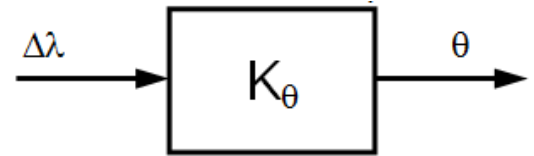
Le débit de vapeur alimentant la turbine est piloté par une vanne « quart de tour » dont la position angulaire est asservie.

L'objectif de cette partie est de vérifier les exigences du cahier des charges suivantes :

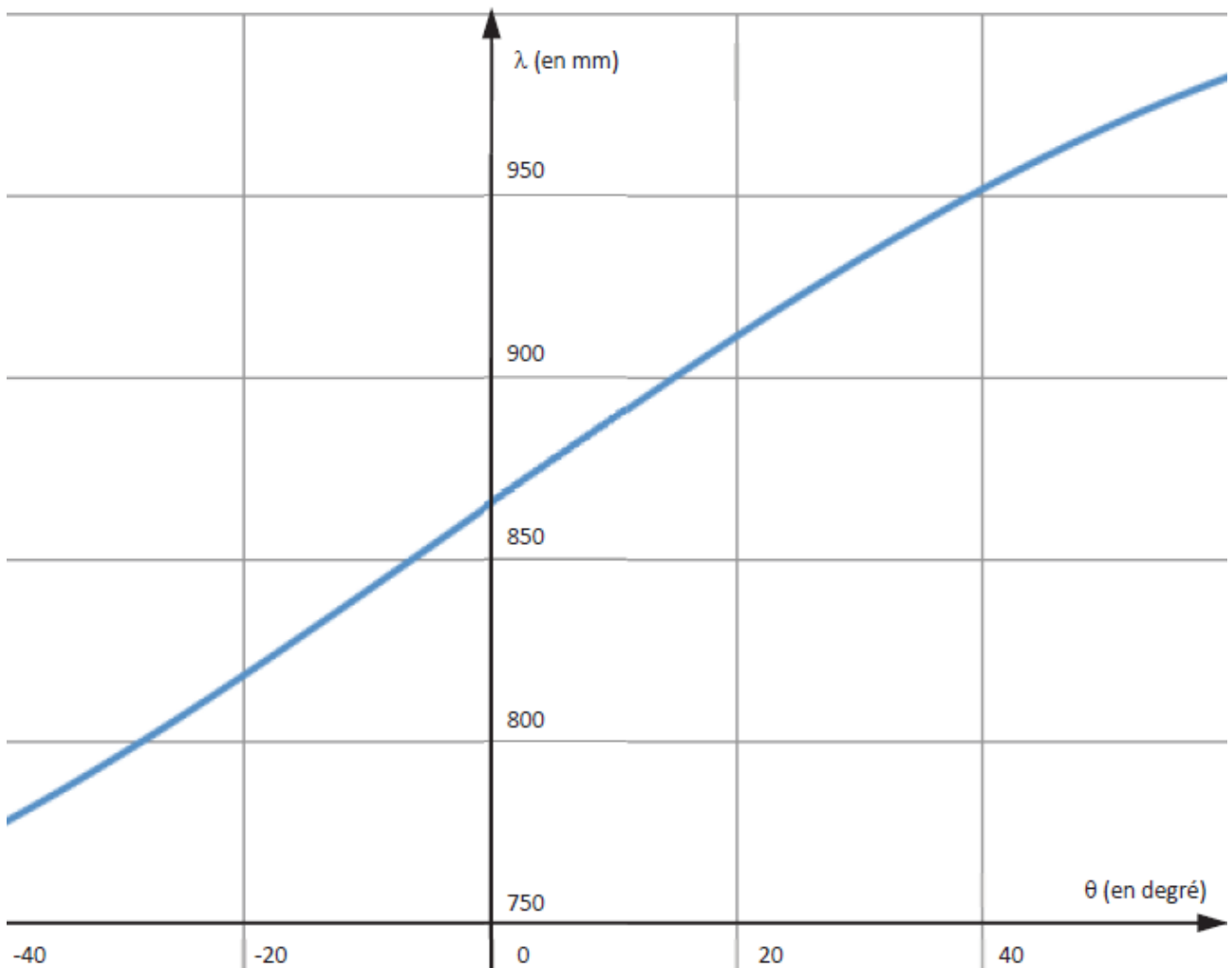
- ✓ Le temps de réponse à 5% de la vanne doit être inférieur à 2s.
- ✓ L'écart statique de position de la vanne doit être nul pour une entrée de type échelon.

Etude géométrique de la vanne

La vanne est mise en rotation par l'intermédiaire d'un vérin hydraulique dont le débit d'alimentation est contrôlé par une électrovanne.



Une simulation numérique du fonctionnement du mécanisme conduit au tracé de l'évolution du paramètre λ (translation du vérin) en fonction de l'angle θ (rotation de la vanne) □



- Q1** Identifier la valeur numérique du gain K_θ tel que $\theta = K_\theta \cdot \Delta\lambda$ (avec θ en radian et $\Delta\lambda$ en m) fournissant le modèle linéarisé du mécanisme d'ouverture. $\Delta\lambda$ caractérise la variation d'abscisse de la tige du vérin par rapport à la position centrée ($\theta = 0$).

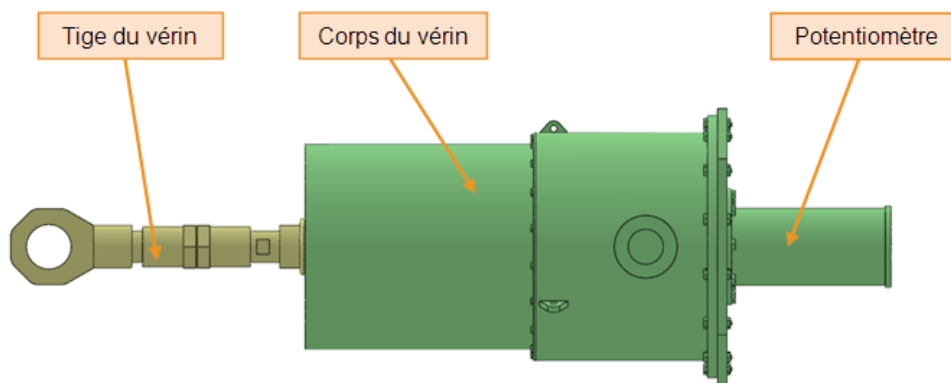
Modèle simplifié du comportement de l'asservissement de la vanne

Le vérin est alimenté par une électrovanne (entrée tension de commande $u(t)$, sortie débit $q(t)$ débit volumique) dont le comportement est modélisé par un gain pur de valeur K_{ev} .

La section utile du vérin est notée S . On a : $q(t) = S \cdot \frac{d\Delta\lambda}{dt}$

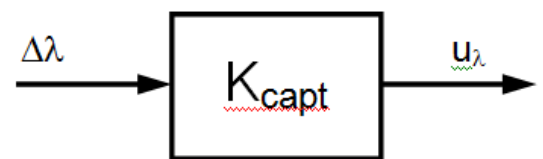
Q2 Déterminer la fonction de transfert du vérin, notée $H_v(p)$ du vérin entre le débit d'alimentation $Q(p)$ et la variation $\Delta\lambda(p)$ de la tige du vérin.

La mesure de l'angle $\theta(p)$ n'est pas réalisée directement, un potentiomètre rectiligne mesure le déplacement de la tige du vérin. Ce capteur de gain K_{capt} délivre une tension $u_\lambda(t)$ image de la position définie par $\Delta\lambda(t)$.



Le potentiomètre de comportement linéaire a une course électrique de 200mm et est alimenté par une tension de 24V.

Le signal délivré $u_\lambda(t)$ est proportionnel au déplacement et $0 \leq u_\lambda(t) \leq 24$.



Q3 Déterminer la valeur numérique du gain pur du potentiomètre K_{capt} à exprimer en unité SI. Préciser son unité.

Un bloc de gain k transforme la consigne angulaire $\theta_c(t)$ (exprimée en radian) en une tension $u_c(t)$.

Un correcteur de gain pur C amplifie l'écart entre la tension de consigne $u_c(t)$ et la tension issue du capteur et délivre la tension d'alimentation de l'électrovanne $u(t)$.

Cette tension amplifiée alimente l'électrovanne de commande du vérin de gain pur K_{ev} .

- Q4** Construire le schéma-bloc du système avec l'entrée $\theta_c(p)$ et la sortie $\theta(p)$. Préciser la fonction de transfert de chaque bloc sous forme littérale.
- Q5** Déterminer la fonction de transfert en boucle fermée $H_1(p)$. La mettre sous forme canonique et déterminer des paramètres caractéristiques.
- Q6** Quelle valeur donner à k pour avoir un gain statique unité de $H_1(p)$? Conclure quant à la validation du critère de précision du diagramme des exigences.

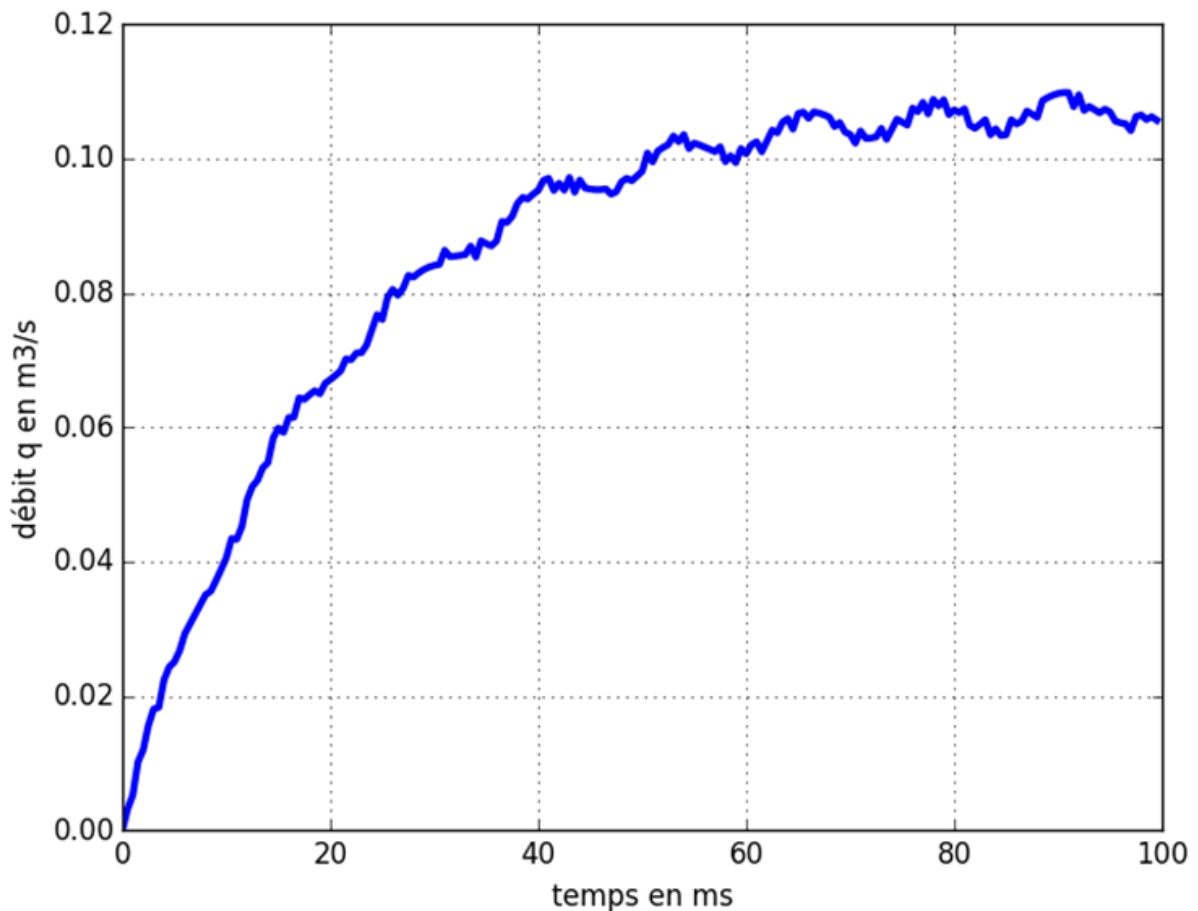
On donne les valeurs numériques suivantes : $S = 0,01 \text{ m}^2$ et $K_{ev} = 0,01 \text{ m}^3/(\text{s.V})$.

- Q7** Choisir la valeur numérique du gain C permettant de vérifier les exigences de rapidité.

Modèle affiné du comportement de la vanne

On choisit d'améliorer la représentativité du modèle en réalisant un essai sur l'électrovanne seule. On impose un échelon de tension de 10V et on mesure l'évolution du débit en sortie (en m^3/s).

La réponse temporelle est fournie sur la figure ci-dessous et sur le document réponses.



- Q8** Déterminer les paramètres caractéristiques de la fonction de transfert de

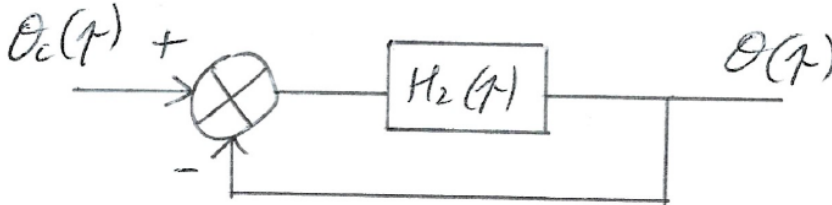
l'électrovanne :
$$H_{ev}(p) = \frac{K_{ev}}{1 + \tau_{ev} \cdot p} .$$

On utilise un correcteur proportionnel $C(p) = C$.

Q9 Mettre le schéma bloc de l'asservissement en position sous la forme d'un schéma bloc

à retour unitaire de forme suivante avec $H_2(p) = \frac{K_2}{p \cdot (1 + \tau_{ev} \cdot p)}$ et déterminer

K_2 en fonction de K_{capt} , C , K_{ev} et S .



Quel que soit le résultat précédent, on admet que $H_2(p) = \frac{126 \cdot C}{p \cdot (1 + 0,02 \cdot p)}$.

Q10 Déterminer la fonction de transfert en boucle fermée $H_3(p)$, la mettre sous la forme

canonique d'un système du second ordre :

$$H_3(p) = \frac{K_3}{\frac{p^2}{\omega_n^2} + \frac{2 \cdot z}{\omega_n} \cdot p + 1} \text{ et}$$

identifier ses paramètres caractéristiques.

Q11 Déterminer la valeur de C afin d'avoir le temps de réponse le plus rapide avec dépassement.

A l'aide de l'abaque donnant le temps de réponse réduit d'un système du second ordre, vérifier la validité de l'exigence de rapidité.

Conclure sur les performances de l'asservissement.

Exercice 2. Imagerie médicale (CCP MP 17)

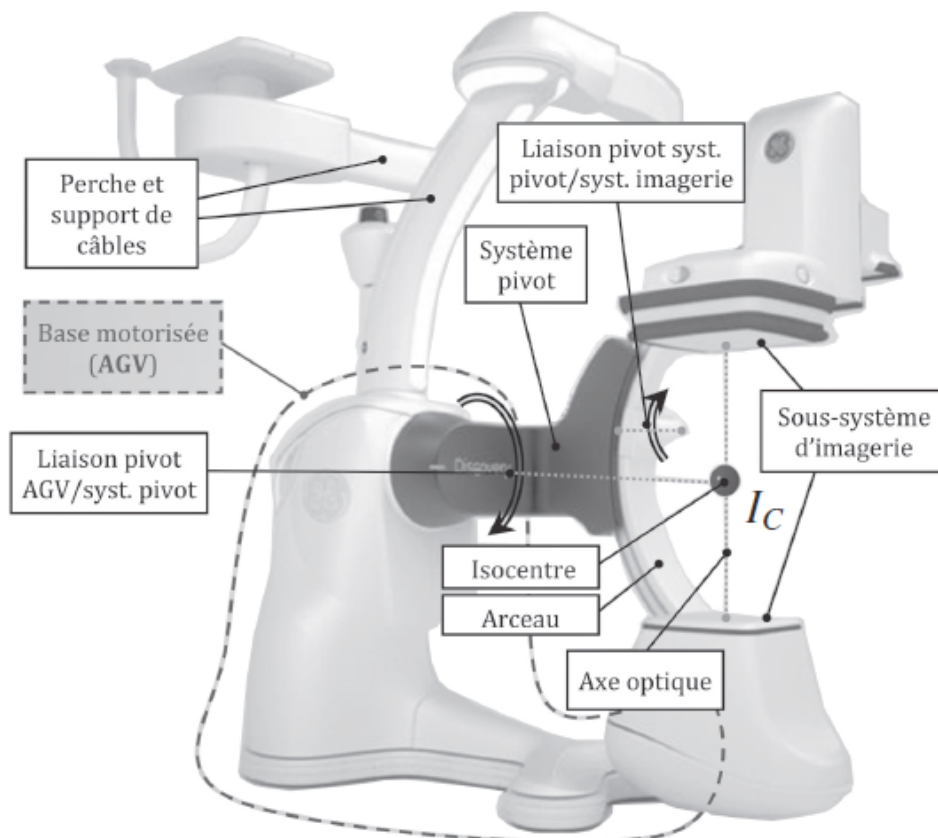
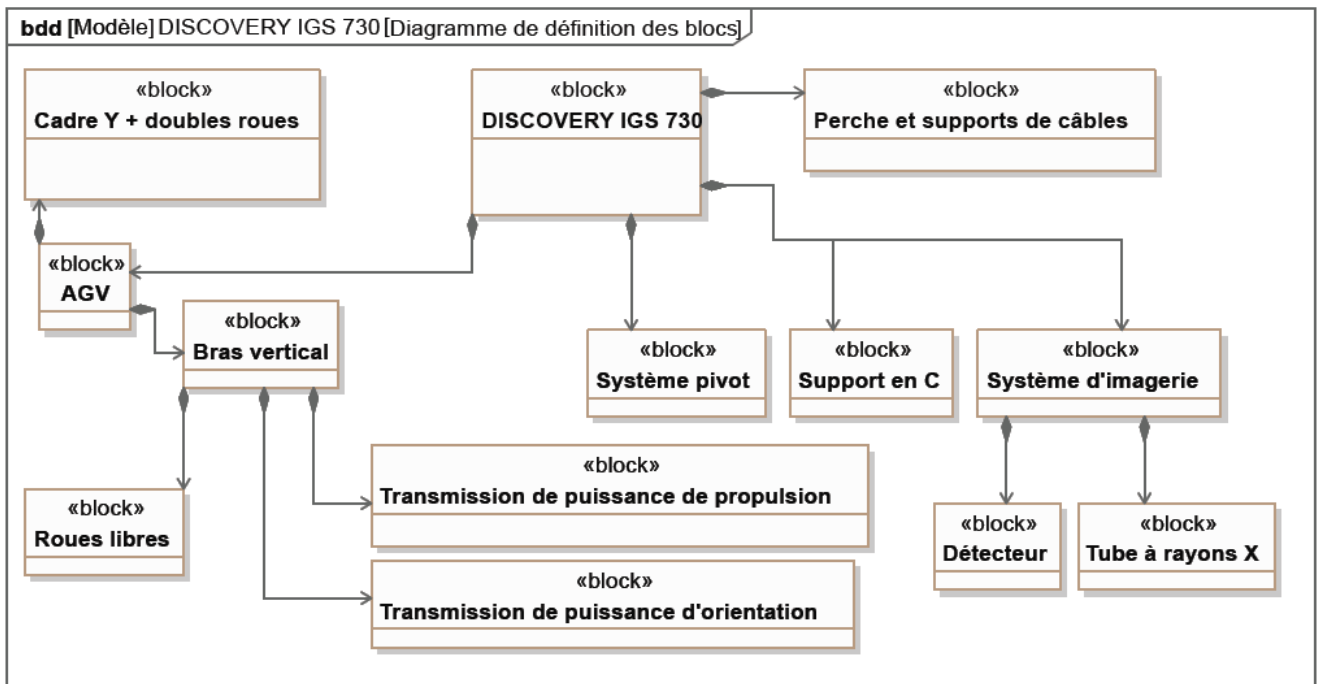
Le Discovery IGS 730 est le premier système mobile d'imagerie interventionnelle. Embarquant un ensemble de logiciels de traitement d'images pour les applications vasculaires, l'oncologie et la cardiologie et permettant un accès complet au patient, il guide les gestes de l'équipe médicale tout au long de l'intervention chirurgicale.



Le Discovery IGS 730 révolutionne le domaine de l'imagerie interventionnelle. Contrairement aux systèmes d'angiographie traditionnels, il n'est ni fixé au sol, ni suspendu au plafond, mais dispose d'une base motorisée guidée par laser qui transporte l'arceau d'imagerie.

Cette innovation technologique offre une mobilité totale au système qui peut, par exemple, rejoindre de manière autonome une position « parking » prédéfinie afin de laisser tout le champ disponible à l'équipe médicale pour s'occuper du patient. Ce gain de mobilité permet également une intégration aisée en milieu clinique, un accès facilité au patient et des possibilités de positionnement illimitées.

Diagramme de définition de blocs du Discovery IGS 730

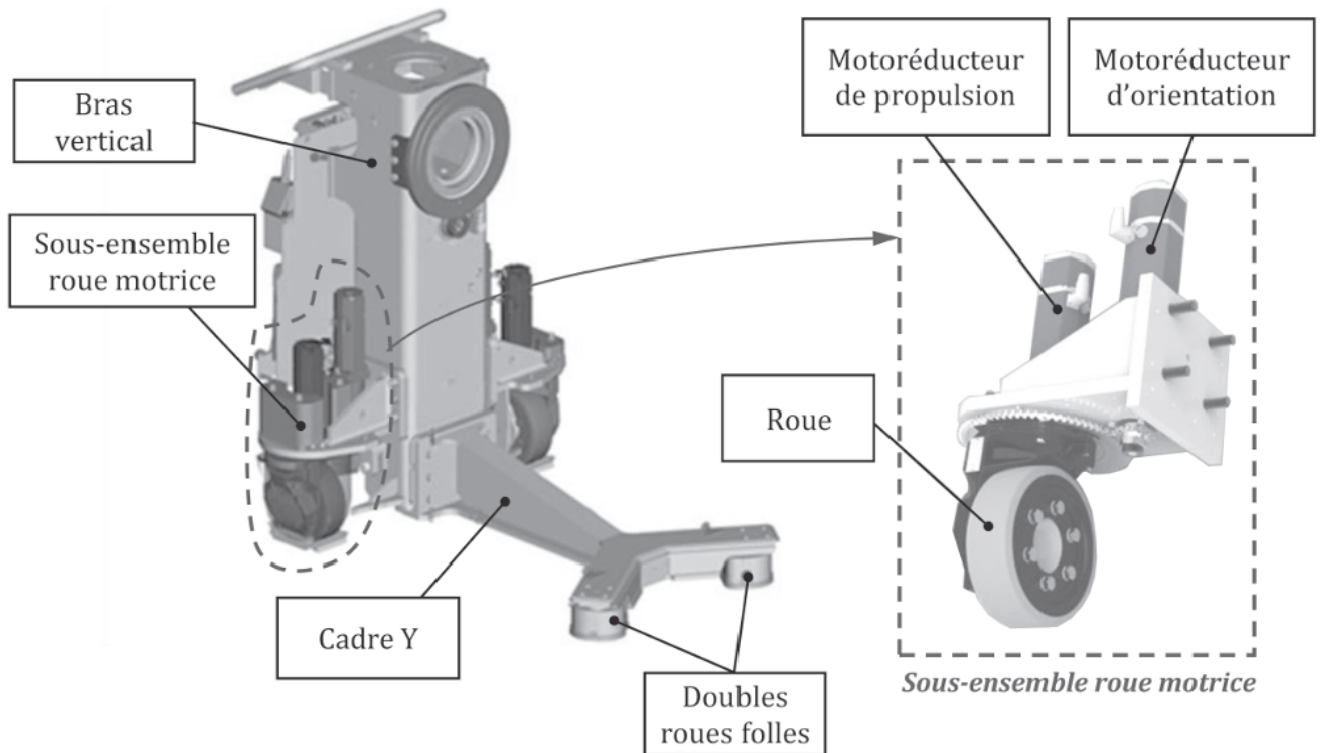


Le système Discovery IGS 730 est constitué principalement :

- ✓ D'une base motorisée, aussi appelée AGV (pour Automated Guided Vehicle, soit véhicule à guidage automatique).
- ✓ D'une perche et d'un support de câbles.
- ✓ Du sous-système d'imagerie supporté par un bras en « C » ou arceau. Le système d'imagerie est lié à la base motorisée par l'intermédiaire de deux liaisons pivot. Un point caractéristique appelé « isocentre » (point *IC*) est rattaché au sous-système d'imagerie. Il est défini comme l'intersection de l'axe optique et de l'axe de la liaison pivot AGV/système pivot.

La base motorisée AGV est constituée :

- ✓ D'une structure support, ou châssis, composée du bras vertical et du cadre Y.
- ✓ De deux sous-ensembles roue motrice et motorisation associée (un motoréducteur d'orientation et un motoréducteur de propulsion pour chaque roue).
- ✓ De deux doubles roues « folles » non motorisées.



Prévision des performances « l'asservissement en vitesse du mouvement de translation de l'AGV ».

Objectif : Vérifier que l'exigence d'asservissement en vitesse du mouvement de translation de la base motorisée AGV et ses sous-exigences sont respectées.

Les déplacements de la base motorisée AGV sont contrôlés de la manière suivante : au niveau de chacun des 2 moteurs, des boucles de vitesse et de position assurent l'asservissement en vitesse et position du système.

Nous ne nous intéresserons dans le sujet qu'à la boucle de vitesse.

L'objectif de cette partie est de déterminer les paramètres de réglage de chacune des boucles d'asservissement en vitesse lors d'un mouvement de translation de l'AGV par rapport au sol.

Étude préliminaire : moteurs brushless de propulsion

Hypothèses et modélisations :

- ✓ L'AGV se déplace en ligne droite, la consigne de vitesse est notée $v_c(t)$.
- ✓ Pour une vitesse $v(t)$ de la plateforme, les deux moteurs de propulsion tournent à la même vitesse angulaire $\omega_m(t)$, sont alimentés par une même tension de commande $u(t)$ et fournissent un même couple moteur $C_m(t)$.
- ✓ Les perturbations sont réparties sur chacun des axes des deux moteurs et sont modélisées par un même couple de perturbation équivalent appliqué sur chacun des axes moteurs $C_r(t)$.
- ✓ Les caractéristiques inertielles de la plateforme sont représentées au niveau de chaque axe moteur par un moment d'inertie équivalent J_{eq} .

Le comportement individuel d'un des deux moteurs brushless peut être approché par celui d'un moteur à courant continu avec les équations électromécaniques suivantes :

$$u(t) = R.i(t) + L.\frac{di(t)}{dt} + e(t) \qquad e(t) = K_e.\omega_m(t)$$

$$J_{eq}.\frac{d\omega_m(t)}{dt} = C_m(t) - C_r(t) \qquad C_m(t) = K_c.i(t)$$

Symbole	Désignation	Valeurs, unités
$u(t)$	Tension d'alimentation du moteur	[V]
$e(t)$	Tension contre-électromotrice dans un moteur	[V]
$i(t)$	Intensité du courant dans un moteur	[A]
$v(t)$	Vitesse de translation du système	[m/s]
$\omega_m(t)$	Vitesse angulaire de chacun des deux moteurs	[rad/s]
$C_m(t)$	Couple moteur appliqué par chacun des deux moteurs	[N.m]
$C_r(t)$	Couple de perturbation équivalent appliqué à chacun des deux axes moteurs	[N.m]
R	Résistance de l'induit d'un moteur	0,07 Ω
L	Inductance de l'induit d'un moteur	0,15 mH
K_e	Constante de vitesse d'un moteur	0,113 V/(rad/s)
K_c	Constante de couple d'un moteur	0,113 N · m/A
J_{eq}	Inertie équivalente de la moitié du système ramenée sur l'axe d'un moteur	$5,3 \times 10^{-3}$ kg · m ²

Q1 Déterminer les transformées de Laplace des équations du moteur en considérant des conditions initiales nulles. Compléter le schéma-bloc du document réponse par les transmittances (fonctions de transfert) manquantes.

Q2 Déterminer les expressions littérales des fonctions de transfert du moteur en poursuite

$H_1(p)$ et en régulation $H_2(p)$ telles que

$$\Omega_m(p) = H_1(p).U(p) + H_2(p).C_r(p)$$

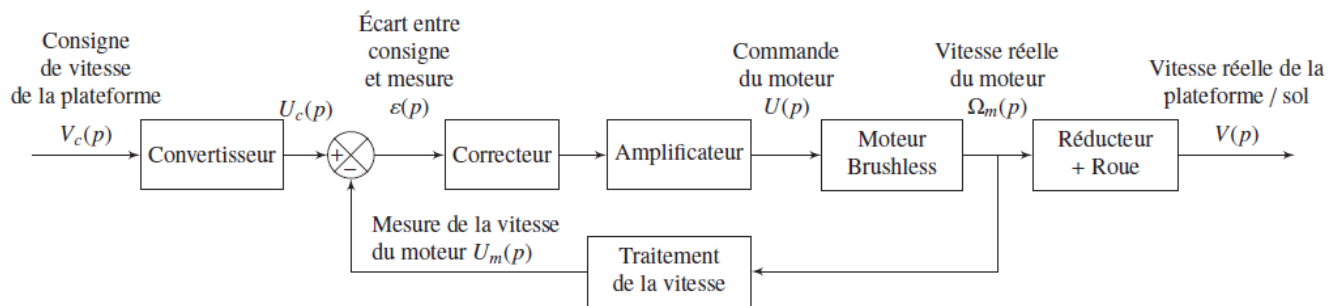
Étude de l'asservissement en vitesse de la base motorisée AGV

Le système est étudié en l'absence de perturbation, $C_r(t) = 0$.

Pour une consigne de vitesse $v_c(t)$ [m/s], les microcontrôleurs de pilotage génèrent une tension de consigne de rotation à appliquer à chaque moteur $u_c(t)$ [V].

Un traitement numérique de la vitesse relevée sur l'axe de chaque moteur fournit une tension mesurée $u_m(t)$ [V], image de la vitesse de rotation du moteur $\omega_m(t)$.

Un correcteur (défini par la suite) adapte le signal écart entre la tension de consigne et la tension mesurée, ce qui permet après correction et amplification, de définir la tension d'alimentation $u(t)$ à appliquer aux moteurs.



Blocs	Fonctions de transfert
Convertisseur	K_{conv} (à déterminer)
Correcteur	$C(p)$ (réglé par la suite)
Amplificateur	$K_A = 7,9$ sans unité
Traitement numérique de la vitesse	$K_{Vit} = 1,4 \times 10^{-3}$ V/(rad/s)
Réduction et roue	K_R (à déterminer)

Indépendamment des résultats trouvés précédemment, la fonction de transfert du moteur brushless sera prise égale à :

$$H_m(p) = \frac{K_m}{(1 + \tau_1 \cdot p) \cdot (1 + \tau_2 \cdot p)} = \frac{8,85}{(1 + 0,027 \cdot p) \cdot (1 + 0,0023 \cdot p)}$$

Le moteur est suivi d'un réducteur à deux étages :

- ✓ Le premier avec un rapport de réduction $k_1 = \frac{1}{4}$
- ✓ Le second avec un rapport de réduction $k_2 = \frac{1}{28,9}$

Le rayon r des roues motrices est $r = 115$ mm. On a $v(t) = r \cdot \omega_{roue}(t)$

Q3 Compléter le schéma-bloc sur le document réponse en y faisant figurer les fonctions de transfert sous forme littérale dans le domaine de Laplace avec des conditions initiales nulles, ainsi que les signes des sommateurs.

- Q4** Déterminer les expressions littérales et numériques en précisant les unités SI des gains K_R (ensemble réducteur et roue) et K_{conv} (convertisseur) en sachant que lorsque la vitesse réelle de l'AGV $v(t)$ est égale à la vitesse de consigne $v_c(t)$, l'écart $\varepsilon(t)$ doit être nul.

On donne un extrait du cahier des charges :

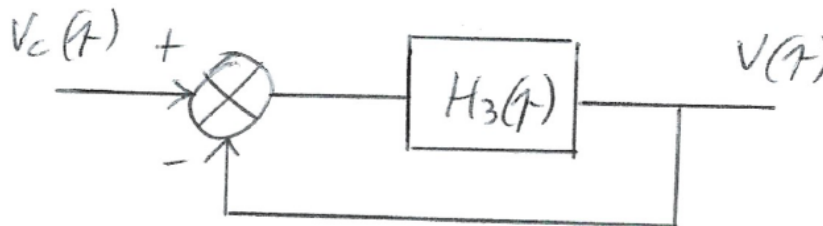
- ✓ L'asservissement en vitesse doit être précis.
- ✓ Il ne doit pas avoir de dépassement.
- ✓ Le temps de réponse à 5% ne doit pas dépasser 2 secondes.

Étude du système avec un correcteur proportionnel $C(p) = C = 100$.

- Q5** Mettre le schéma bloc de l'asservissement en vitesse sous la forme d'un schéma bloc

à retour unitaire de forme suivante avec $H_3(p) = \frac{K_3}{(1 + \tau_1 \cdot p) \cdot (1 + \tau_2 \cdot p)}$ et

déterminer K_3 en fonction de K_m , K_A , K_{vit} et C , faire l'application numérique.



Quel que soit le résultat précédent, on admet que $K_3 = 10$.

- Q6** Déterminer, en fonction de K_3 , τ_1 et τ_2 , l'expression de la fonction de transfert de la boucle de vitesse $H_4(p)$.

La mettre sous la forme canonique :

$$H_4(p) = \frac{K_4}{\frac{p^2}{\omega_n^2} + \frac{2 \cdot z}{\omega_n} \cdot p + 1}$$

Donner les expressions littérales et numériques de K_4 , ω_n et z .

- Q7** Déterminer l'erreur en régime permanent de la boucle de vitesse pour une entrée de type échelon unitaire.

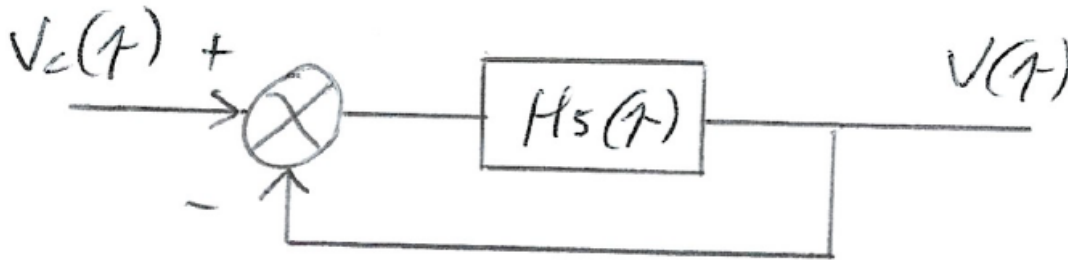
À l'aide de l'abaque donnant le temps de réponse réduit d'un système du second ordre, déterminer le temps de réponse à 5 % de la boucle de vitesse.

Conclure sur le respect des exigences du cahier des charges.

Étude du système avec un correcteur proportionnel intégral

$$C(p) = B \cdot \frac{1 + \tau_2 \cdot p}{p}$$

- Q8** Mettre le schéma bloc de l'asservissement en vitesse sous la forme d'un schéma bloc à retour unitaire de forme suivante avec $H_5(p) = \frac{K_5}{p \cdot (1 + \tau_1 \cdot p)}$ et déterminer K_5 en fonction de K_m , K_A , K_{vit} et B .



Quel que soit le résultat précédent, on admet que $K_5 = 0,1 \cdot B$.

- Q9** Déterminer, en fonction, τ_1 et B l'expression de la fonction de transfert en boucle fermée $H_6(p)$.

La mettre sous la forme canonique suivante :

$$H_6(p) = \frac{K_6}{\frac{p^2}{\omega_n^2} + \frac{2 \cdot z}{\omega_n} \cdot p + 1}$$

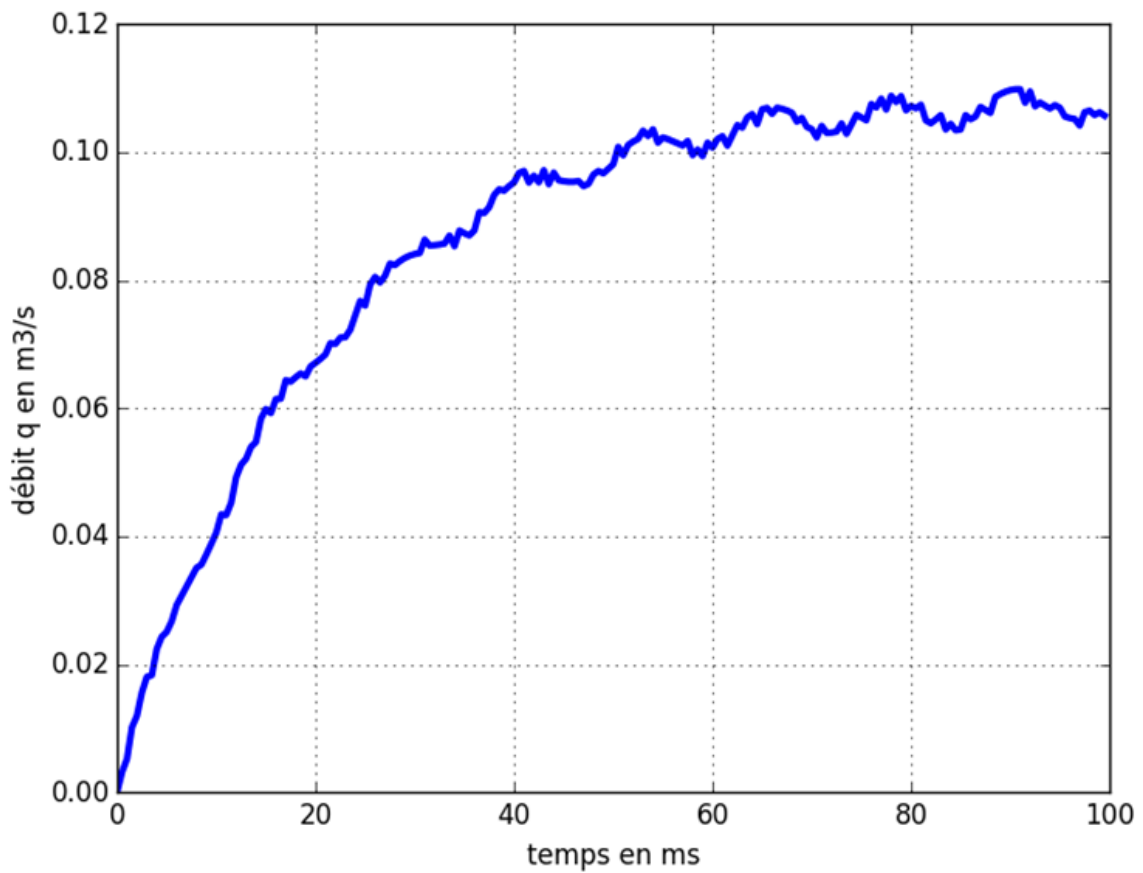
Donner les expressions littérales de K_6 , ω_n et z .

- Q10** Déterminer, les expressions littérales et numériques de B afin d'avoir le temps de réponse le plus rapide sans dépassement.
En déduire les performances de l'asservissement (précision en réponse à un échelon unitaire, rapidité, dépassement).
Conclure sur le respect des exigences du cahier des charges.

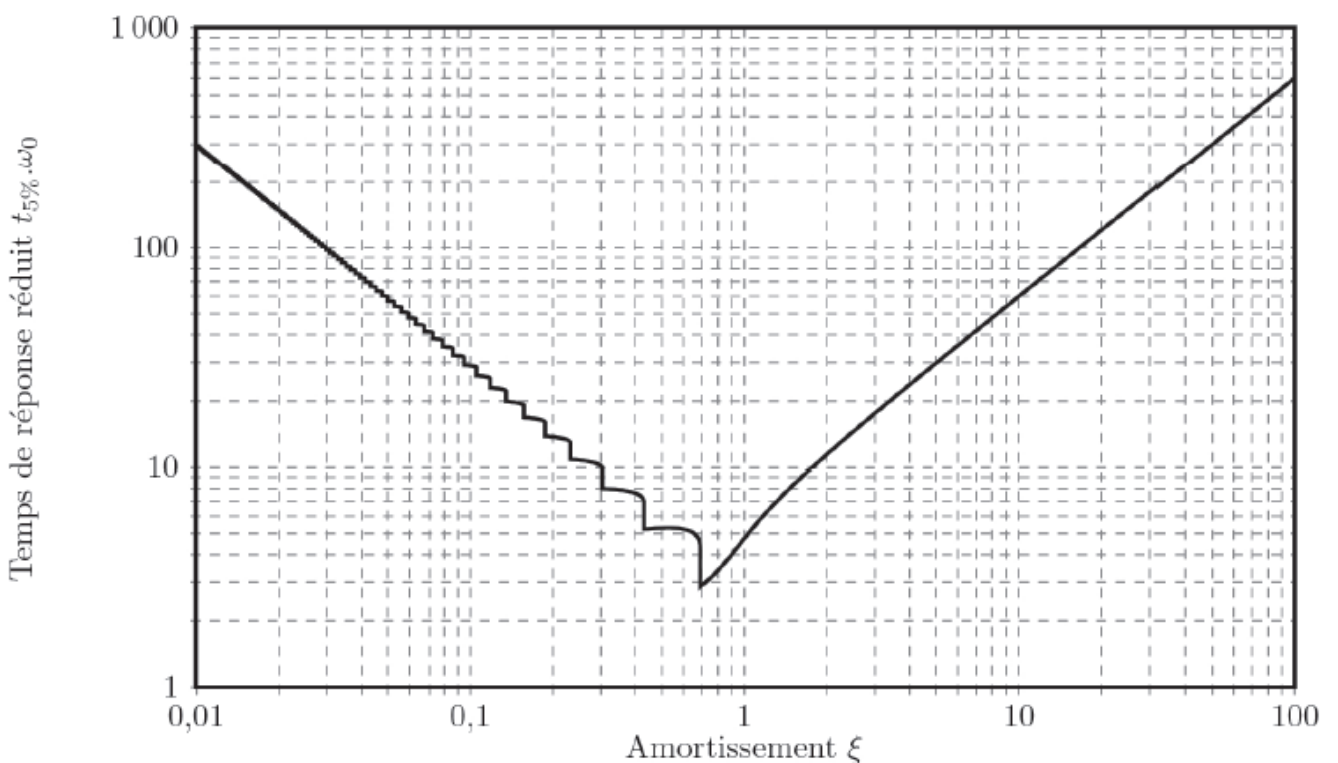
- Q11** Les courbes du document réponse représentent la réponse réelle relevée sur la base motorisée AGV et le résultat obtenu par simulation numérique pour une entrée en échelon d'amplitude 0,3 m/s. Comparer quantitativement les résultats au cahier des charges et conclure sur les écarts.

DS PCSI MPSI, décembre 2021, Document réponses

Exercice 1. Régulation d'un GTA (E3A MP 2017)

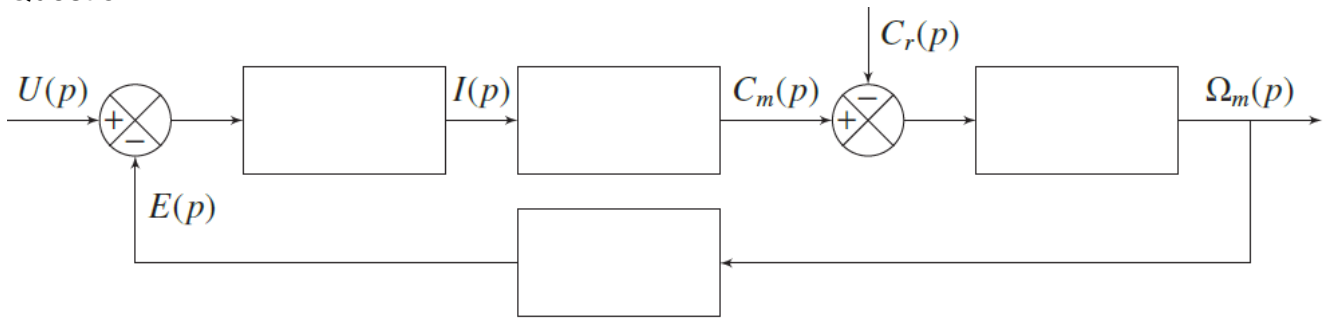


Abaque donnant le temps de réponse réduit d'un système du second ordre

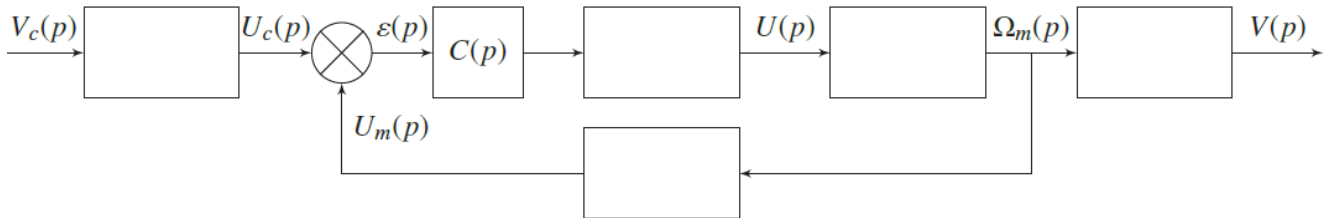


Exercice 3. Imagerie médicale (CCP MP 17)

Question 1



Question 3



Question 11

