

# DS MPSI1, mars 2022, durée 1h

Corrigé sur le site : <http://perso.numericable.fr/starnaud/>

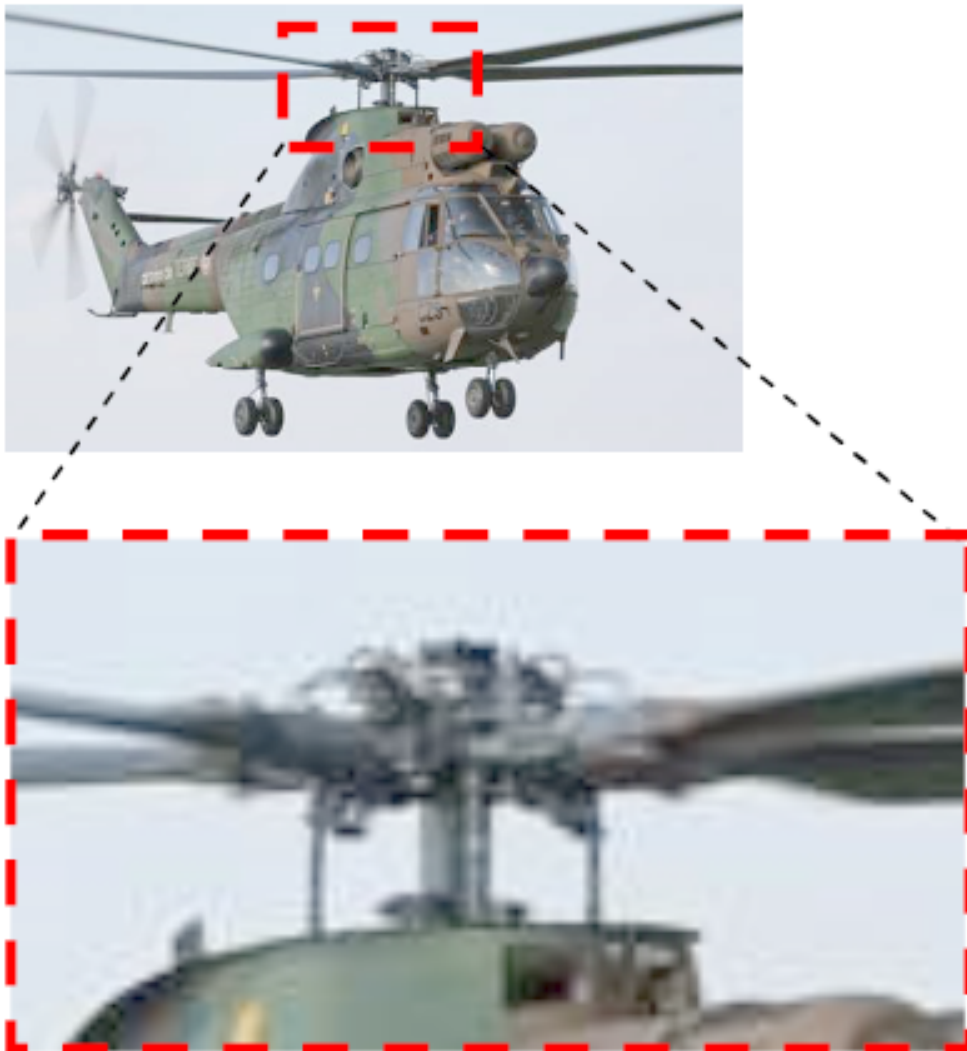
## Exercice 1.

La sustentation d'un hélicoptère est assurée par un rotor ou ensemble de pales tournant autour d'un axe vertical.

Ce rotor, entraîné par un moteur, assure à la fois la sustentation et la propulsion de l'hélicoptère.

Ce dernier est donc capable de vol stationnaire, de décollage et d'atterrissage vertical et de déplacement dans toutes les directions.

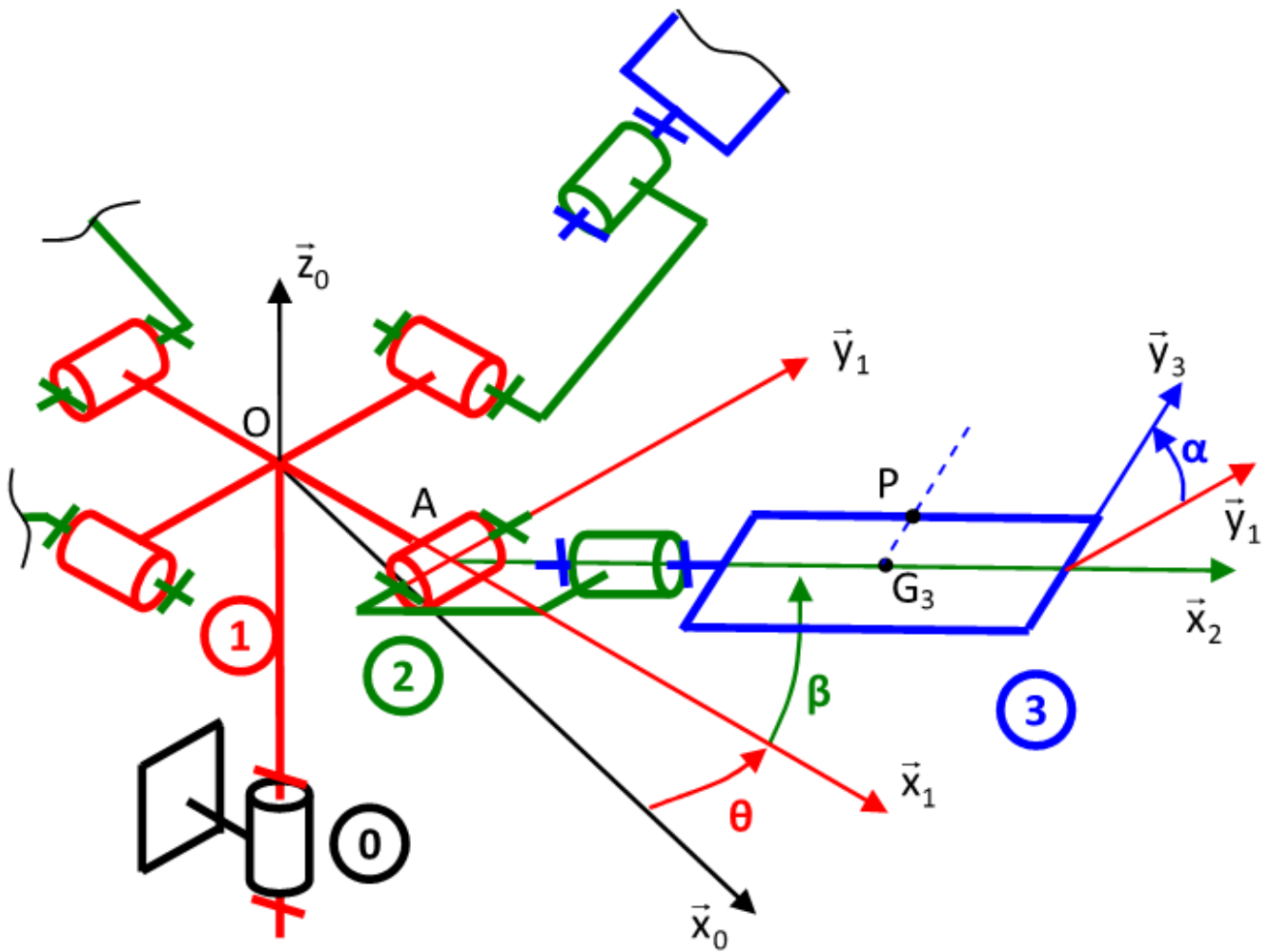
Un rotor nécessaire à la stabilisation de l'appareil est placé à l'extrémité du fuselage.



Le schéma cinématique représente un modèle simplifié du rotor principal de l'hélicoptère.

Il comprend :

- ✓ Le fuselage (0) de repère  $R_0(O, \vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$ .
- ✓ Le moyeu central (1) de repère  $R_1(O, \vec{x}_1, \vec{y}_1, \vec{z}_1)$  en liaison pivot d'axe  $(O, \vec{z}_0)$  avec (0). On a  $\vec{z}_1 = \vec{z}_0$  et  $\theta = (\vec{x}_0, \vec{x}_1) = (\vec{y}_0, \vec{y}_1)$  paramètre de rotation du moyeu.
- ✓ Le pied de pale (2) de repère  $R_2(A, \vec{x}_2, \vec{y}_2, \vec{z}_2)$  en liaison pivot d'axe  $(A, \vec{y}_1)$  avec (1). On a  $\vec{y}_1 = \vec{y}_2$ ,  $\overline{OA} = a \cdot \vec{x}_1$  et  $\beta = (\vec{x}_1, \vec{x}_2) = (\vec{z}_1, \vec{z}_2)$  angle de battement.
- ✓ La pale (3) de repère  $R_3(A, \vec{x}_3, \vec{y}_3, \vec{z}_3)$  en liaison pivot d'axe  $(A, \vec{x}_2)$  avec (2). On a  $\vec{x}_3 = \vec{x}_2$ ,  $\alpha = (\vec{y}_2, \vec{y}_3) = (\vec{z}_2, \vec{z}_3)$  angle de pas et  $\overline{AG_3} = b \cdot \vec{x}_2$ .



### Questions

1. Réaliser les figures de changement de base des rotations de 1/0 et 2/1.
2. Déterminer la vitesse du point  $G_3$  appartenant au solide (2) dans son mouvement par rapport à (0) :  $\vec{V}(G_3 \in 2/0)$  en dérivant la position.  
Préciser les vitesses relative et d'entraînement.
3. Déterminer cette vitesse en utilisant la relation de Varignon et la composition de mouvement.

## Exercice 2.

On s'intéresse à un camion benne, dont une photo et un schéma cinématique sont donnés.

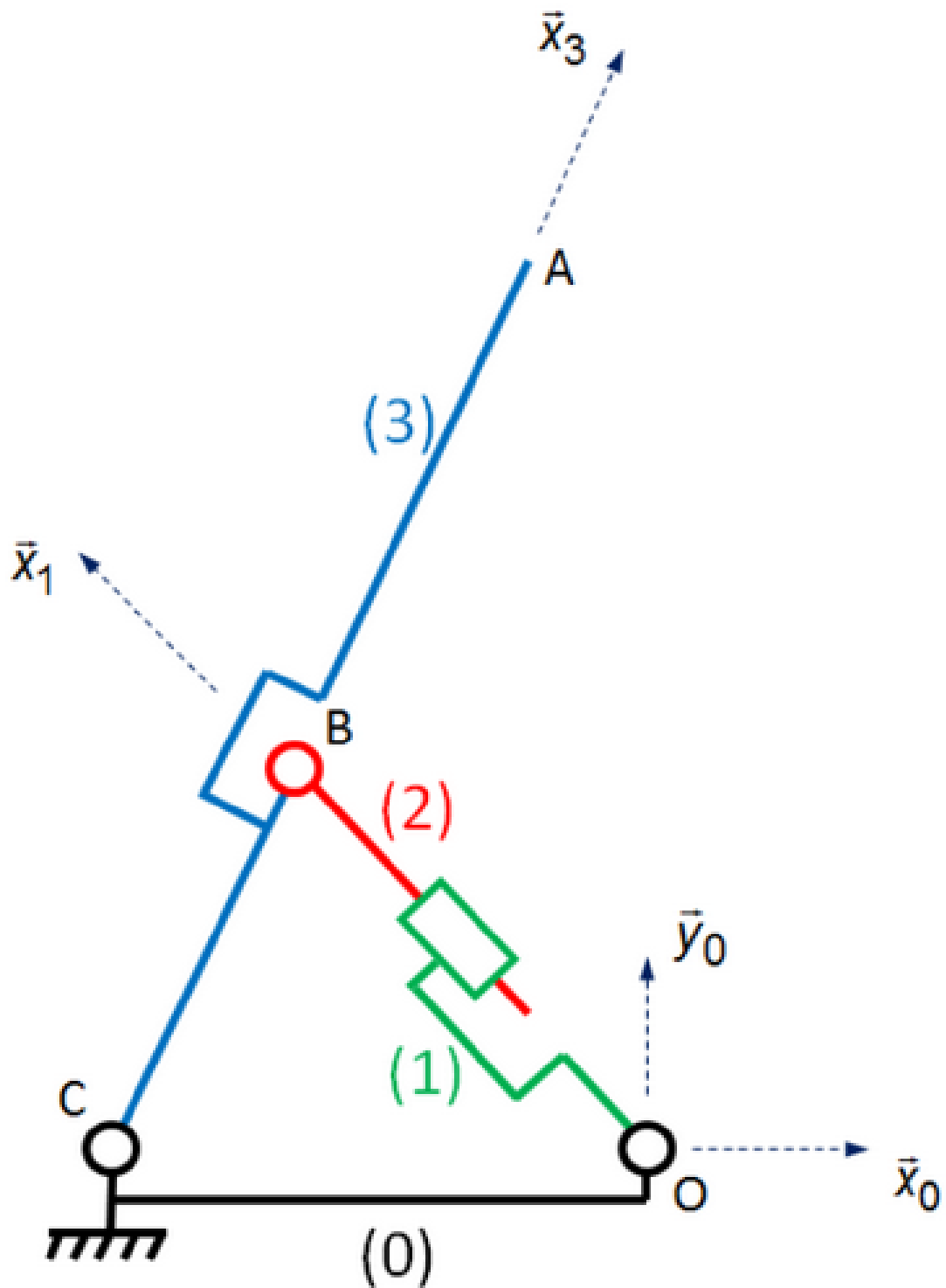


Ce système est constitué de quatre solides :

- ✓ Le châssis (0), de repère associé  $R_0(O, \vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$
- ✓ Le corps (1) d'un des deux vérins hydrauliques, de repère associé  $R_1(O_1, \vec{x}_1, \vec{y}_1, \vec{z}_1)$  avec  $\alpha$  l'angle entre  $\vec{x}_0$  et  $\vec{x}_1$ .
- ✓ La tige (2) d'un des deux vérins hydrauliques, de repère associé  $R_2(A, \vec{x}_2, \vec{y}_2, \vec{z}_2)$  tel que les bases (B1) et (B2) sont identiques et  $\vec{OB} = \lambda \cdot \vec{x}_1$  avec  $\lambda$  variable.
- ✓ La benne (3), de repère associé  $R_3(G, \vec{x}_3, \vec{y}_3, \vec{z}_3)$  avec  $\beta$  l'angle entre  $\vec{x}_0$  et  $\vec{x}_3$ .

On donne :  $\vec{OC} = -a \cdot \vec{x}_0$     et     $\vec{CB} = b \cdot \vec{x}_3$

On cherche une relation entre la translation du vérin et la rotation de la benne.



### Questions

1. Représenter les figures de changement de base.
2. Ecrire la fermeture géométrique, en déduire une expression de  $\lambda$  en fonction de  $\beta$  et des constantes du mécanisme.

# Gyropode à usage professionnel HUBLEX

## Présentation générale

Le système étudié dans ce sujet, appelé Hublex, est un gyropode professionnel destiné à faciliter le déplacement des collaborateurs au sein d'entreprises, administrations, hôpitaux... lorsque ces lieux sont de grandes tailles. La **figure 1** montre un exemple d'utilisation dans l'entrepôt d'une entreprise de logistique.

Il est en effet prouvé que les déplacements piétons sur les lieux de travail peuvent générer, s'ils sont répétitifs, des fatigues extrêmes ainsi que des troubles musculo-squelettiques. Il n'est pas rare, par exemple, qu'au cours d'une journée, des employés marchent plusieurs kilomètres sur leur lieu de travail, parfois sous la forme de micro-déplacements. C'est dans ce contexte qu'a été conçu, en France, le Hublex.

Ce gyropode doit permettre de réduire la fatigue des collaborateurs afin d'augmenter leur bien-être. Sa particularité est d'avoir été spécifiquement créé pour s'intégrer dans un environnement de travail grâce à des caractéristiques techniques qui le différencient des gyropodes classiques :

- Prise en main en moins de 5 minutes.
- Maniabilité optimisée.
- Faible largeur, inférieure à 40 cm.
- Léger, moins de 12 kg.
- Utilisable 24 h/24 grâce à sa batterie interchangeable.

On peut voir, **figure 2**, une vue générale du produit. Les principales exigences du système sont présentées dans le diagramme d'exigences (voir **D6** du **document réponse**).

## Description du produit

Le Hublex se caractérise par une conception originale alliant une structure et une motorisation à la fois épurées mais aussi très modernes (voir **figure 3**). Le châssis est constitué de pièces évidées et les roues sont sans moyeu (« hubless » en anglais). La liaison pivot entre chaque roue et le châssis est astucieusement réalisée par l'intermédiaire de liaisons quasi ponctuelles, ce qui permet de limiter le coût et la quantité de matière nécessaire à sa réalisation.

Chaque roue possède sa propre motorisation constituée d'une machine synchrone avec autopilotage permettant de s'affranchir de l'utilisation d'un réducteur. La transmission se résume à un galet directement lié à l'arbre moteur entraînant la roue (voir **figure 4**).



**Figure 1** - Hublex en utilisation dans une entreprise de logistique



**Figure 2** - Vue générale du Hublex

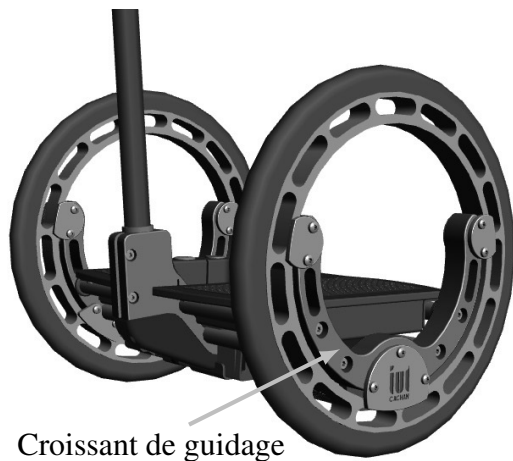


Figure 3 - Vue extérieure de la structure

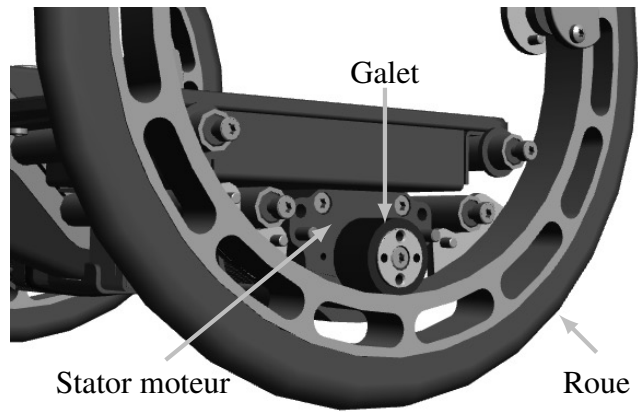


Figure 4 - Détail de la transmission par galet (sans croissant de guidage)

### Principe de fonctionnement général

Les principaux composants constituant un Hublex sont rassemblés dans le diagramme de bloc interne (figure 5).

Le pilote commande la direction et la vitesse. Pour avancer ou reculer, il influe sur l'inclinaison du châssis du Hublex en se penchant en avant ou en arrière. Cette inclinaison, mesurée grâce à une centrale inertielle, correspond à une consigne d'accélération imposée par le pilote. Lorsqu'il se penche, l'équilibre de l'ensemble {Hublex + pilote} est assuré par le Hublex lui-même grâce à un asservissement visant à le redresser.

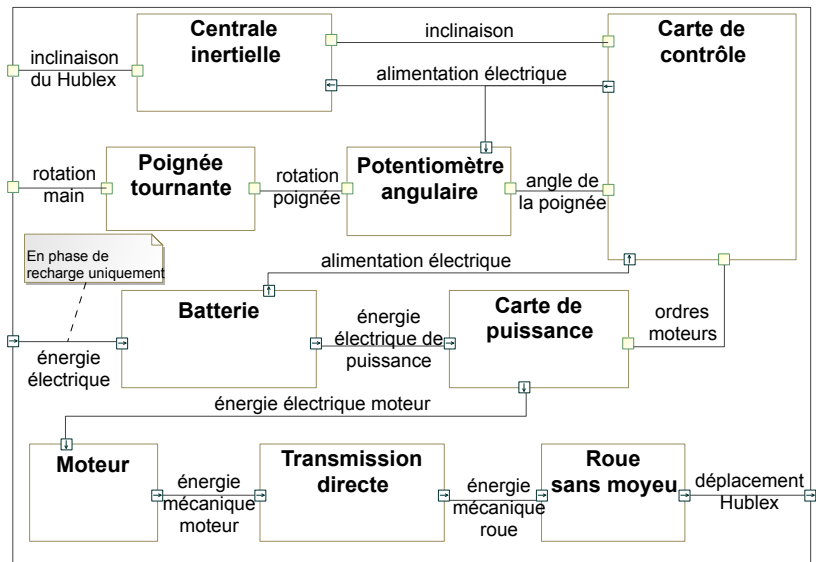


Figure 5 - Diagramme de bloc interne

La trajectoire du Hublex est, quant à elle, imposée par le pilote à l'aide d'une poignée située au bout du manche qu'il tourne en fonction de la direction souhaitée. Ainsi, la vitesse de chaque moteur est construite à partir de ces deux commandes. C'est la carte de contrôle qui génère la consigne d'intensité électrique imposée au moteur par l'intermédiaire d'un onduleur situé dans la carte de puissance.

**Q1.** Compléter le schéma fonctionnel du **DR1**, en précisant le nom des composants associés aux fonctions, ainsi que le type de chaque flux (I pour information, E pour énergie, M pour matière). On y reportera uniquement les composants présents dans le diagramme de bloc interne (figure 5).

## Partie I - Génération de la consigne des vitesses moteurs

**Objectif :** analyser le comportement cinématique du Hublex en virage et sur sol plat, afin d'obtenir la consigne de vitesse à imposer aux moteurs permettant de répondre notamment aux exigences « 1.1.1 » et « 1.4.3 ».

### I.1 - Paramétrage du Hublex en trajectoire circulaire

Le Hublex dispose de deux moteurs permettant d'entraîner chaque roue indépendamment l'une de l'autre. Le mode de transmission utilisé est un mode direct par friction, de rapport  $k = 0,092$ , entre un galet solidaire de l'arbre moteur gauche 4 et la jante de la roue gauche 2. La transmission côté droit est identique. Les arbres moteurs gauche 4 et droit 5 ne sont pas représentés.

On note  $\vec{V}(M, S_i/\mathcal{R}_j)$  la vitesse du point  $M$  dans le mouvement du solide  $S_i$  par rapport au repère  $\mathcal{R}_j$ .

Le paramétrage est donné sur les **figures 6, 7 et 8**. On définit :

- Le repère  $\mathcal{R}_0 (O_0, \vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$  lié au sol 0.
- Le repère  $\mathcal{R}_1 (O_1, \vec{x}_1, \vec{y}_1, \vec{z}_1)$  lié au châssis 1 du Hublex, avec  $O_1$  le point situé au centre du châssis 1 et sur l'axe de rotation des roues tel que  $\vec{V}(O_1, S_1/\mathcal{R}_0) = V \vec{y}_1$ .
- Le repère  $\mathcal{R}_2 (A, \vec{x}_2, \vec{y}_2, \vec{z}_2)$  lié à la roue gauche 2, avec  $A$  le centre de la roue gauche.
- Le repère  $\mathcal{R}_3 (B, \vec{x}_3, \vec{y}_3, \vec{z}_3)$  lié à la roue droite 3, avec  $B$  le centre de la roue droite.

On note le vecteur constant  $\vec{AB} = L \vec{x}_1$  et  $R$  le rayon d'une roue.

On s'intéresse à une trajectoire du Hublex (châssis 1) par rapport au sol de type circulaire, de centre  $O_0$  et de rayon de courbure  $r_c$ , telle que définie **figure 8**. Les roues sont en contact avec le sol au point  $I$  (pour la roue gauche 2) et au point  $J$  (pour la roue droite 3). On fera l'hypothèse de **roulement sans glissement** des roues sur le sol en ces points. Le graphe des liaisons associé est donné **figure 9**.

On définit :

- La position angulaire du châssis 1 par rapport au sol 0 par l'angle  $\theta_{10}$ , autour de  $\vec{z}_0 = \vec{z}_1$  tel que  $\theta_{10} = (\vec{x}_0, \vec{x}_1) = (\vec{y}_0, \vec{y}_1)$ .
- La position angulaire de la roue gauche 2 par rapport au châssis 1 par l'angle  $\theta_{21}$ , autour de  $\vec{x}_1 = \vec{x}_2$  tel que  $\theta_{21} = (\vec{y}_1, \vec{y}_2) = (\vec{z}_1, \vec{z}_2)$ .
- La position angulaire de la roue droite 3 par rapport au châssis 1 par l'angle  $\theta_{31}$ , autour de  $\vec{x}_1 = \vec{x}_3$  tel que  $\theta_{31} = (\vec{y}_1, \vec{y}_3) = (\vec{z}_1, \vec{z}_3)$ .

On note :

- Les vitesses angulaires associées :  $\omega_{10} = \frac{d\theta_{10}}{dt}$ ,  $\omega_{21} = \frac{d\theta_{21}}{dt}$  et  $\omega_{31} = \frac{d\theta_{31}}{dt}$ .
- La vitesse de rotation de l'arbre moteur gauche 4 (respectivement arbre moteur droit 5), non représenté sur les figures, par rapport au châssis 1 par  $\omega_{41}$  (respectivement  $\omega_{51}$ ).

### I.2 - Étude de la cinématique pour une trajectoire circulaire

**Q2.** Donner sans démonstration la relation entre  $V$ ,  $r_c$  et la vitesse de rotation  $\omega_{10}$ .

**Q3.** En utilisant l'hypothèse de roulement sans glissement, établir la relation entre  $V$ ,  $\omega_{10}$ ,  $\omega_{21}$  et les constantes  $L$  et  $R$ .

**Q4.** En déduire l'expression de la vitesse de rotation du moteur gauche  $\omega_{41}$  en fonction de  $V$ ,  $\omega_{10}$ , du rapport de transmission  $k$  et d'autres paramètres géométriques.

**Q5.** En déduire la relation entre  $V$ ,  $\omega_{10}$  et la vitesse de rotation du moteur droit  $\omega_{51}$ .

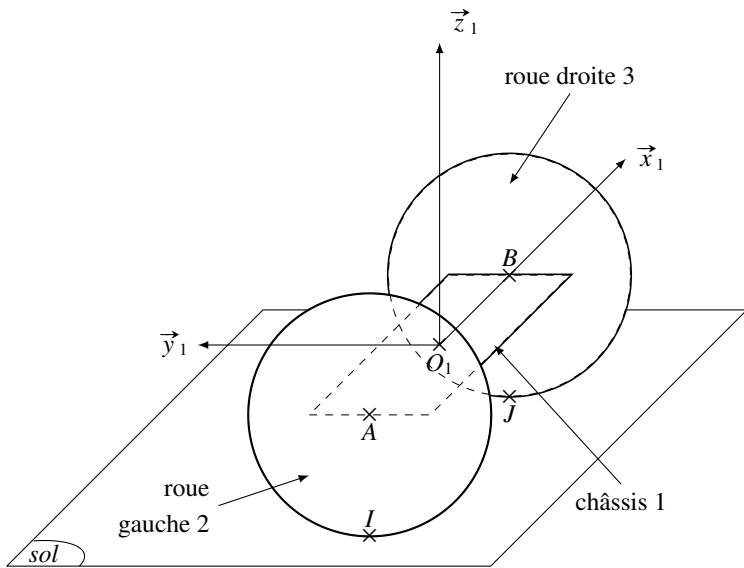


Figure 6 - Paramétrage du Hublex en perspective

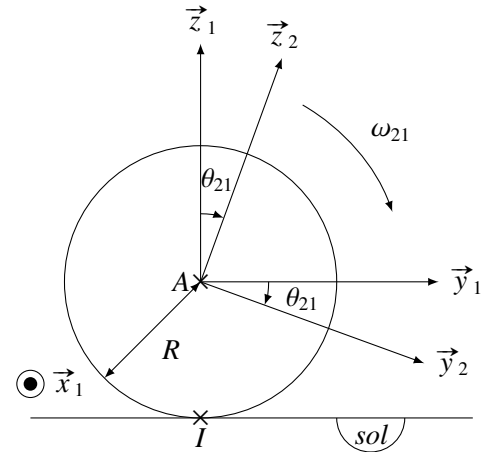


Figure 7 - Paramétrage de la roue gauche 2

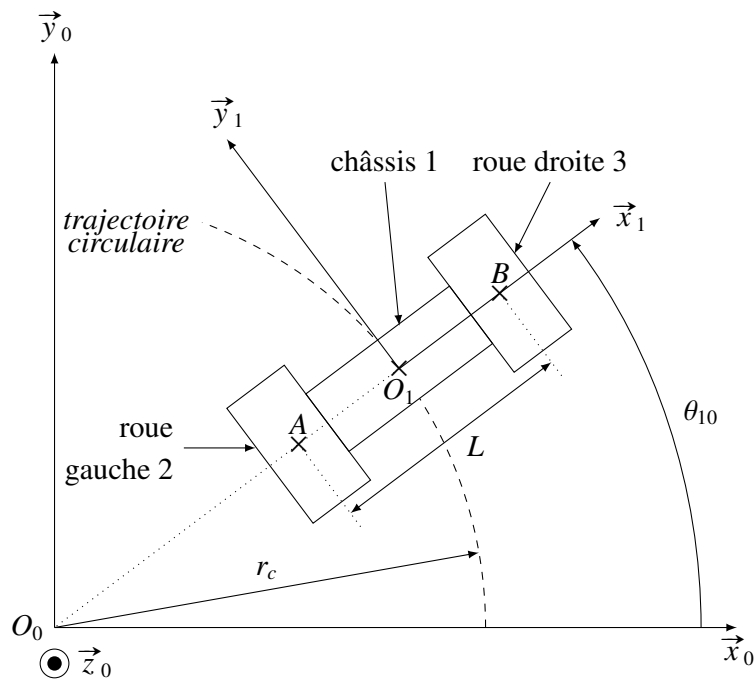


Figure 8 - Hublex dans une trajectoire circulaire

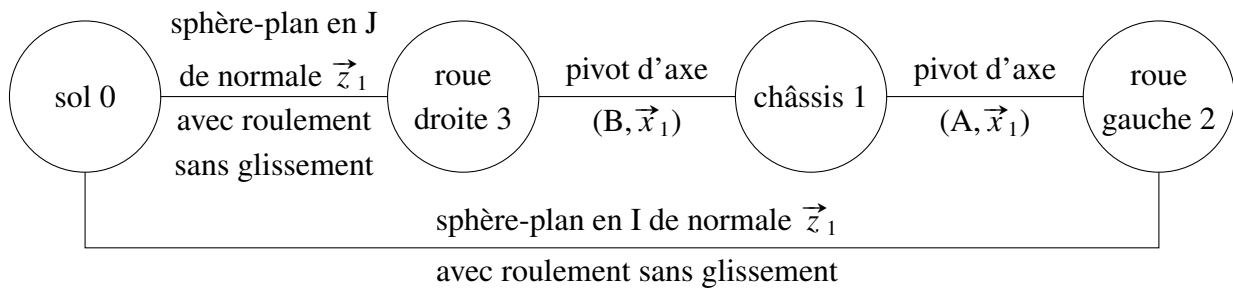


Figure 9 - Graphe des liaisons