

DS PCSI1, octobre 2022, durée 1h

*Corrigé sur le site : <http://perso.numericable.fr/starnaud/>***Exercice 1.**

1. Soit le système dont le comportement est défini par l'équation différentielle suivante :

$$3 \cdot \frac{ds(t)}{dt} + 5 \cdot s(t) = 3 \cdot e(t)$$

Déterminer la fonction de transfert.

Déterminer la réponse temporelle de ce système à un échelon unitaire.

2. Soit le système dont le comportement est défini par l'équation différentielle suivante :

$$\frac{d^2s(t)}{dt^2} + 10 \cdot \frac{ds(t)}{dt} + 34 \cdot s(t) = 7 \cdot e(t)$$

Déterminer la fonction de transfert.

Déterminer la réponse temporelle de ce système à une impulsion.

Tableau des transformées usuelles :

<i>Domaine temporel</i>	<i>Domaine de Laplace</i>	<i>Domaine temporel</i>	<i>Domaine de Laplace</i>
$\delta(t)$	1	$\sin \omega t$	$\frac{\omega}{p^2 + \omega^2}$
K	$\frac{K}{p}$	$\cos \omega t$	$\frac{p}{p^2 + \omega^2}$

Exercice 2.

Donner les performances du système asservi dont on donne la réponse à un échelon unitaire dans le document réponses (faire les tracés sur le graphique).

Exercice 3. Vanoise express (E3A PSI 2014)

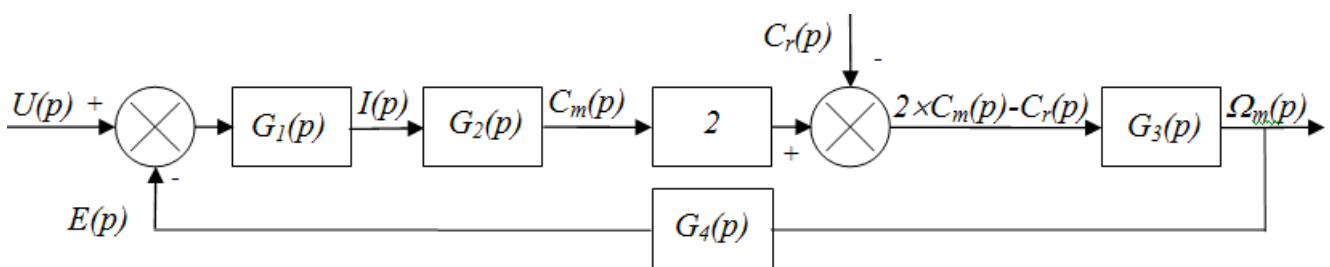
Le sujet porte sur le téléphérique Vanoise Express qui relie les domaines skiables de « La Plagne » et « Les Arcs ». Il est réalisé par la société POMAGALSKI. C'est un téléphérique sans pylônes, d'une seule portée de gare à gare, ce qui permet de diminuer l'impact sur l'environnement et de préserver la beauté du paysage.



Afin de respecter les consignes de vitesse pour un trajet entre « Les Arcs » et « La Plagne », il est nécessaire que l'asservissement de vitesse des moteurs à courant continu ait des qualités en précision, stabilité et rapidité.

Modélisation des moteurs à courant continu

On donne le schéma bloc de la motorisation :



Equations de fonctionnement du moteur :

Equation électrique :
$$u(t) = R.i(t) + L.\frac{di(t)}{dt} + e(t)$$

Equation mécanique :
$$2 \times C_m(t) - C_r(t) = J.\frac{d\omega_m(t)}{dt} + f.\omega_m(t)$$

$$C_m(t) = k_T.i(t) \quad k_T : \text{Constante de couple moteur.}$$

$$e(t) = k_E.\omega_m(t) \quad k_E : \text{Constante électrique moteur.}$$

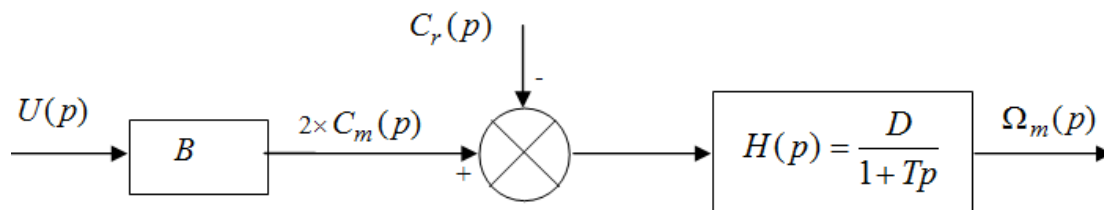
- ✓ $u(t)$: Tension d'alimentation des moteurs.
- ✓ $i(t)$: Intensité traversant un moteur.
- ✓ $e(t)$: Force contre électromotrice d'un moteur.
- ✓ $\omega_m(t)$: Vitesse de rotation d'un moteur.
- ✓ $C_m(t)$: Couple d'un seul moteur.
- ✓ $C_r(t)$: Couple de perturbation engendré par le poids du téléphérique dans une pente et par l'action du vent.

Hypothèses et données :

- ✓ On suppose les conditions initiales nulles.
- ✓ L : inductance d'un moteur.
- ✓ R : résistance interne d'un moteur.
- ✓ f : coefficient de frottement visqueux équivalent ramené sur l'axe des moteurs.
- ✓ J : moment d'inertie total des pièces en rotation, ramené sur l'axe des moteurs.

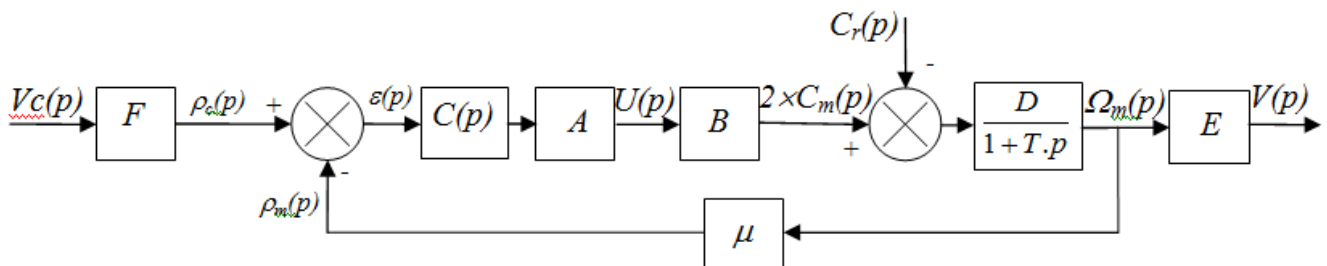
Q1. Déterminer les fonctions de transfert $G_1(p)$, $G_2(p)$, $G_3(p)$ et $G_4(p)$.

Après avoir fait des hypothèses simplificatrices, le schéma bloc du moteur peut se mettre sous la forme suivante :



La motorisation modélisée ci-dessus est insérée dans une boucle d'asservissement de vitesse.

On utilise pour cela les éléments suivants : Un capteur de vitesse (de type génératrice tachymétrique), un adaptateur, un correcteur, un variateur et un mécanisme (constitué d'un réducteur et d'une poulie entraînant un câble).

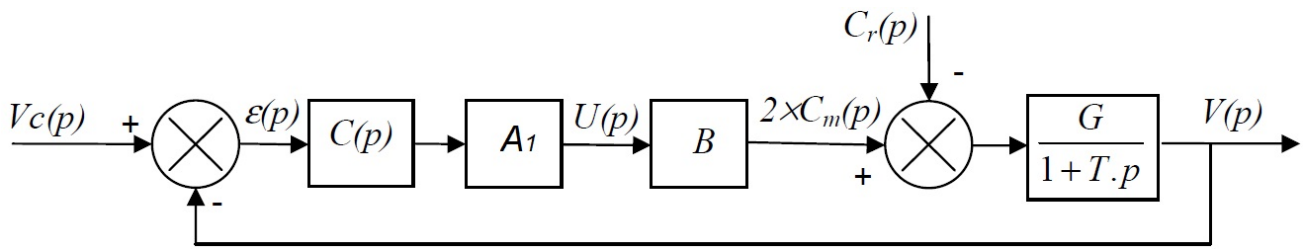


Q2. Préciser à quels éléments correspondent F , $C(p)$, A , E et μ .

Q3. Donner l'expression de F en fonction de E et μ pour que l'écart soit nul lorsque la sortie est égale à l'entrée.

Par transformation du schéma bloc, le système est mis en retour unitaire.

On obtient le résultat ci-dessous :



Q4. Déterminer A_1 et G en fonction de A , E , D et μ .

On prend un correcteur proportionnel : $C(p) = C$.

Q5. Déterminer les fonctions de transfert $H_1(p)$ et $H_2(p)$ tel que :

$$V(p) = H_1(p) \times V_c(p) - H_2(p) \times C_r(p).$$

Q6 Mettre $H_1(p)$ et $H_2(p)$ sous forme canonique.

Après l'application numérique avec $C = 10$, on a :
$$H_1(p) = \frac{K_1}{1 + T.p} = \frac{0,95}{1 + 0,47.p}$$

On donne un extrait du cahier des charges :

- ✓ Erreur statique nulle en l'absence de perturbations.
- ✓ Temps de réponse : $t_{5\%} < 3s$.
- ✓ Dépassement : $D\% < 5\%$.

Q7 Tracer la réponse à un échelon unitaire de vitesse.

Donner les performances de l'asservissement.

Conclure sur le respect des exigences du cahier des charges.

Q8 Quelle est l'influence d'une augmentation de C ?

On utilise maintenant un correcteur intégral :
$$C(p) = \frac{C}{p}$$

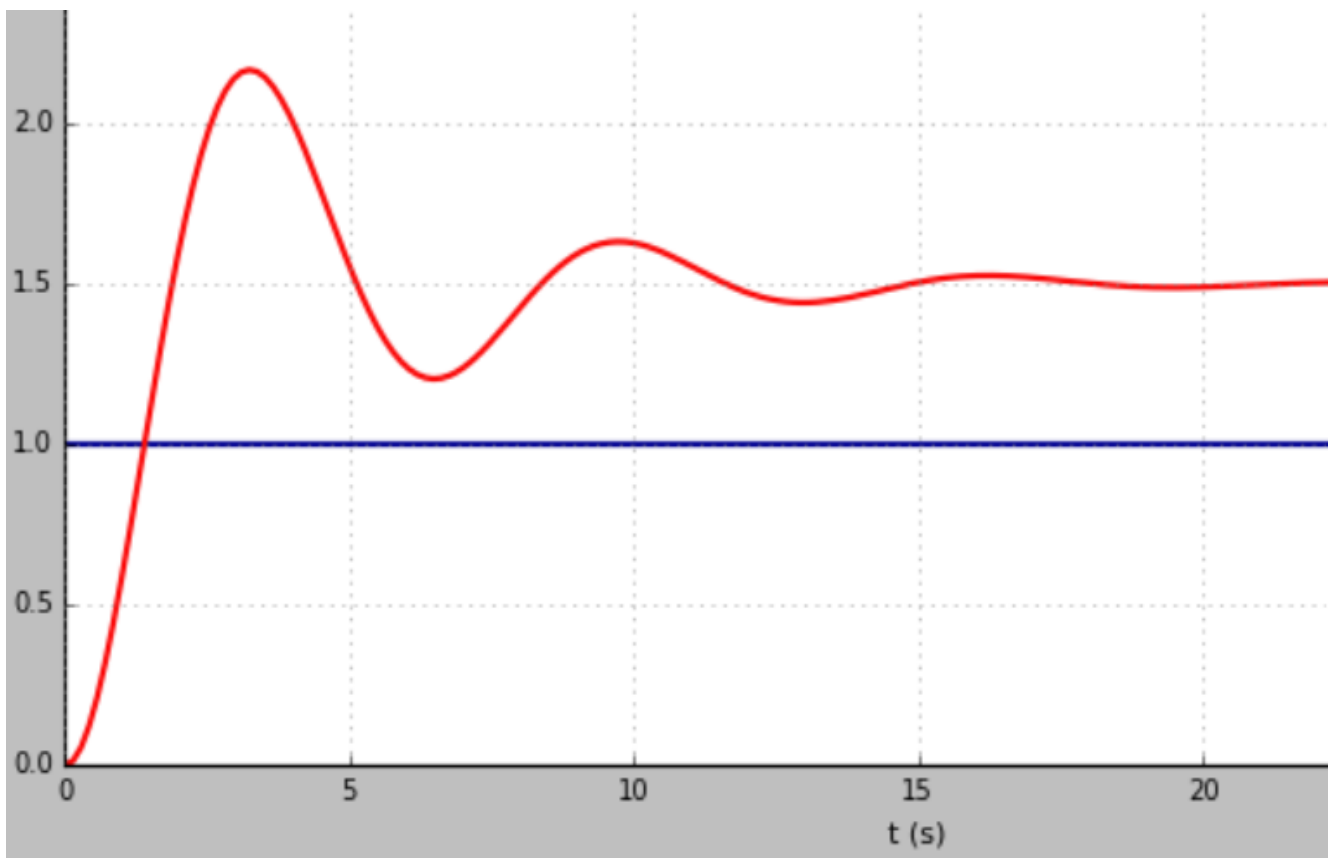
Q9 Déterminer la nouvelle fonction de transfert
$$H_1(p) = \frac{V(p)}{V_c(p)}$$

Avec ce correcteur intégral, on donne dans le document réponse, la réponse à un échelon unitaire et à une perturbation à $t=20s$.

Q10 Déterminer les performances de cet asservissement.

Documents réponses, DS PCSI1, octobre 2022

Exercice 2.



Exercice 4.

