

DS2 MPSI PCSI novembre 2022

Corrigé sur le site : <http://perso.numericable.fr/starnaud/>

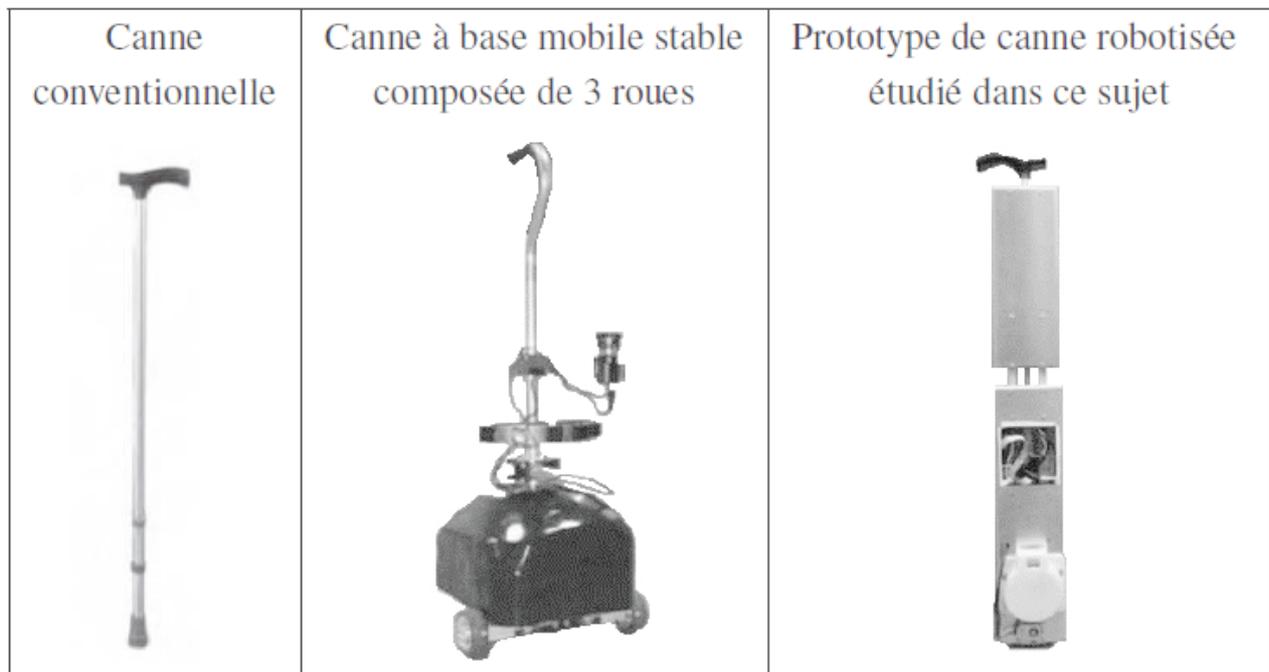
Exercice 1. Cane motorisée (CCP PSI 2018)

L'amélioration de la mobilité des personnes âgées ou rencontrant des troubles de la marche demeure un des enjeux majeurs de l'assistance à la personne. Un dispositif d'assistance à la marche peut être prescrit lors de l'apparition de troubles de la locomotion.

Parmi les nombreux dispositifs proposés, la canne et le déambulateur demeurent les plus utilisés, l'utilisation de la canne étant privilégiée lors de troubles mineurs ou n'affectant qu'une des deux jambes.

Afin de contribuer à l'amélioration de l'assistance apportée par ces deux dispositifs conventionnels, la robotisation de ceux-ci a été entreprise. Ainsi, de nombreux déambulateurs robotisés ont été conçus afin d'offrir une assistance continue lors de la marche. En revanche, le développement des cannes robotisées s'est traduit par une différenciation marquée par rapport aux cannes conventionnelles (voir tableau).

En effet, l'utilisation de bases mobiles stables sur lesquelles sont fixées des cannes, conduit à l'obtention de dispositif encombrant.



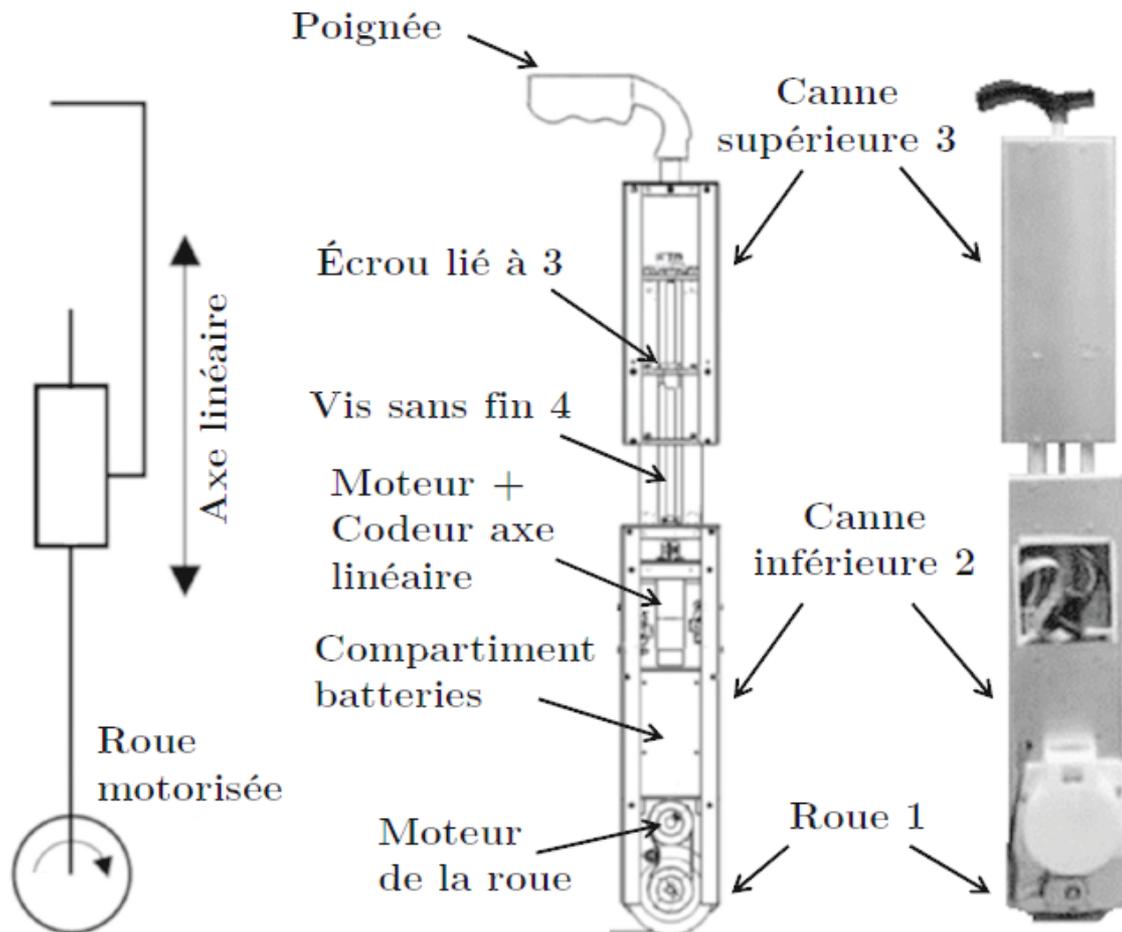
Pour plus de compacité et pour garder les attributs d'une canne conventionnelle, le prototype de canne étudié dans ce sujet est composé d'un axe télescopique et d'une roue à son extrémité, tous deux motorisés.

Il conserve ainsi un encombrement réduit et permet de synchroniser les mouvements avec le cycle de la marche. La canne suit ainsi activement le mouvement de la jambe « invalide » durant la phase de balancement et offre un point d'appui stable pendant la phase d'appui.

L'objectif de cette étude est de concevoir et valider une commande permettant au prototype de canne d'assister au mieux la marche du patient.

Présentation du prototype de canne robotisée étudié

Le prototype de canne robotisée envisagé conserve une forme longiligne, un point d'appui au sol ainsi qu'un encombrement et un poids réduits. La canne robotisée, dont la structure mécanique est présentée en figure suivant, se compose d'un axe linéaire motorisé et d'une roue motorisée située à son extrémité.



La commande de l'axe linéaire doit assurer les performances suivantes :

- ✓ Précision : 5 %
- ✓ Dépassement autorisé : 5 %
- ✓ Temps de réponse : $tr_{5\%} = 60$ ms

Étude de l'exigence « Commande de l'axe linéaire ».

Le maintien d'une hauteur constante lors de la phase d'appui revient finalement à asservir en position le déplacement $x(t)$ de la canne supérieure (3) par rapport à la canne inférieure (2).

Au cours de cette phase, l'angle de la hanche varie de 15° à -10° .

Cette variation impose un déplacement relatif $x(t)$ quasi linéaire de l'ordre de quelques centimètres. Pour la suite, afin d'ajuster le réglage du correcteur, on se place dans le cas plus contraignant.

Ce cas correspond à une consigne en échelon de 10 mm tout en prenant en compte l'action F_p du patient en H , agissant ainsi comme une perturbation pour le déplacement $x(t)$.

Le modèle causal retenu pour l'étude du comportement de l'axe linéaire perturbé est représenté par le schéma-bloc donné dans le document réponses.

Dans ce modèle, on note :

$X_c(p)$ la transformée de Laplace de la consigne de déplacement $x_c(t)$ en mètre,

$X(p)$ la transformée de Laplace du déplacement $x(t)$ en mètre,

$F_p(p)$ la transformée de Laplace de l'effort exercé par le patient sur la canne $F_p(t)$ en N,

$\Omega_m(p)$ la transformée de Laplace de la vitesse de rotation du moteur $\omega_m(t)$ en rad/s,

$C_m(p)$ la transformée de Laplace du couple moteur $C_m(t)$ en N.m,

$C(p)$ la fonction de transfert du bloc correcteur.

On donne l'équation du mouvement :
$$J \cdot \frac{d\omega_m(t)}{dt} = C_m(t) - f \cdot \omega_m(t) - \frac{\text{pas}}{2\pi} \cdot F_p(t)$$

Avec : J : moment d'inertie de l'ensemble.

f : frottements visqueux.

pas : le pas de la vis.

$F_p(t)$: action du patient sur la canne.

On considère pour la suite que le moteur adopte le même comportement que celui d'un moteur à courant continu. Les équations de comportement sont rappelées ci-après :

$$u_m(t) = R \cdot i_m(t) + L \cdot \frac{di_m(t)}{dt} + e(t)$$

$$e(t) = K_e \cdot \omega_m(t) \quad C_m(t) = K_c \cdot i_m(t)$$

Avec : $u_m(t)$ la tension moteur, $i_m(t)$ le courant moteur, $C_m(t)$, le couple moteur et $e(t)$ la force contre-électromotrice.

Le dispositif vis/écrou permettant la transformation de l'angle de rotation de la vis (en radians) en déplacement de l'écrou (en mètre) est modélisé par le bloc de gain pur K_{ve} .

Le comportement du codeur incrémental est modélisé par un gain pur K_{codeur} . On précise que la sortie de ce bloc est de type numérique (en incréments) et l'entrée est une position angulaire (en radians).

On place en amont du comparateur un bloc de gain pur K_{adapt} de manière à convertir la consigne $X_c(p)$ en une grandeur en incréments directement comparable à la sortie $\theta_{mes}(p)$ du capteur.

Question 1

Compléter le schéma bloc du document réponse en indiquant dans les blocs les différentes fonctions de transfert. Indiquer de plus la position angulaire moteur $\theta_m(t)$.

Question 2

Déterminer les fonctions de transfert $H_{m1}(p)$ et $H_{m2}(p)$ tels que

$$\Omega_m(p) = H_{m1}(p) \cdot U_m(p) + H_{m2}(p) \cdot F_p(p).$$

Le codeur a une résolution de 500 incréments par tour.

Le mécanisme vis/écrou translate du « pas » pour un tour du moteur (pas = 3 mm).

Question 3

Déterminer les expressions puis les valeurs numériques de K_{ve} (en incrément/rad) et K_{codeur} (en mm/rad).

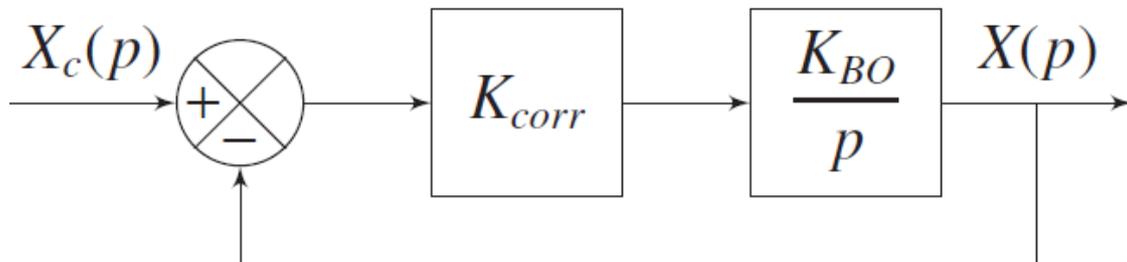
La valeur du gain pur K_{adapt} est prise de manière à ce que l'écart $\varepsilon(p)$ soit nul lorsque $X_c(p) = X(p)$.

Question 4

Donner l'expression, puis la valeur numérique en précisant les unités du gain pur K_{adapt} permettant de satisfaire cette condition.

Correction proportionnelle

Pour la suite, on modélise le comportement du système non perturbé par le schéma bloc suivant :



On a $K_{BO} = 1/30$. On considère un correcteur à action proportionnelle $C(p) = K_{corr} = 1$.

Question 5

Déterminer l'expression de la fonction de transfert en boucle fermée $H_1(p) = \frac{X(p)}{X_c(p)}$.

La mettre sous forme canonique $H_1(p) = \frac{K_1}{1 + \tau_1 \cdot p}$ et déterminer ses paramètres caractéristiques.

Question 6

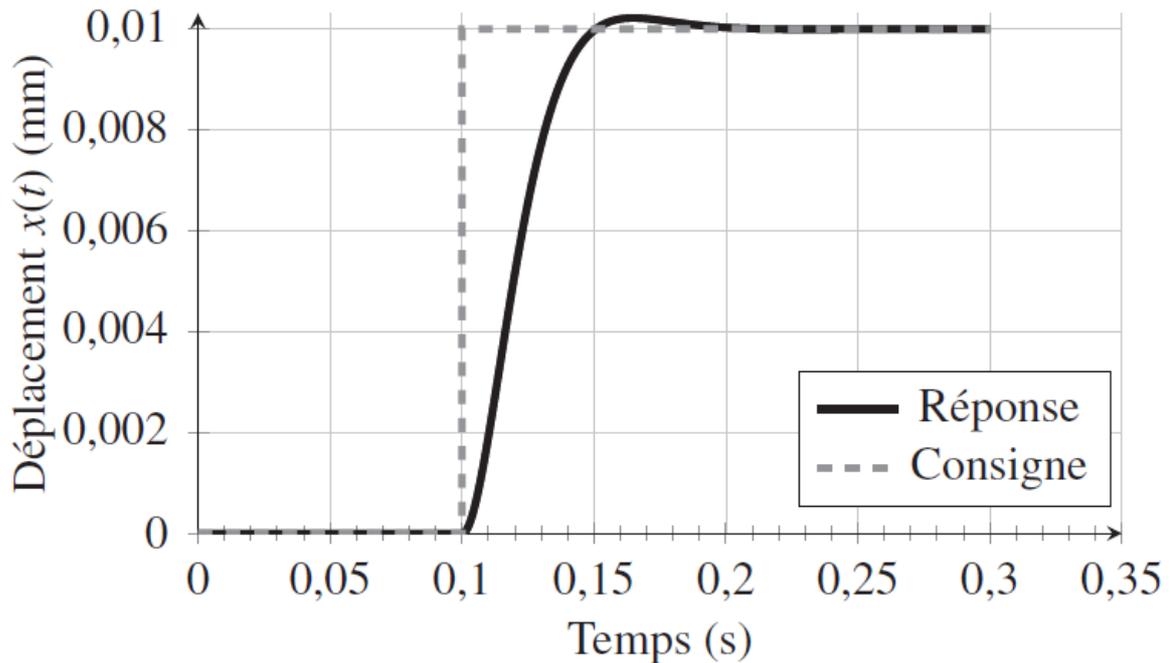
En déduire les performances de cette modélisation pour $C(p) = K_{corr} = 1$.
Conclure vis-à-vis des exigences d'asservissement de l'axe linéaire.

On se propose de modifier la valeur de K_{corr} de manière à vérifier l'exigence de rapidité de l'asservissement.

Question 7

Déterminer la valeur numérique à donner à K_{corr} pour assurer le temps de réponse à 5% lié à l'exigence de rapidité de l'asservissement de l'axe linéaire.

La figure suivante donne l'évolution de la réponse temporelle $x(t)$ du système réel non perturbé à un échelon en déplacement de valeur finale $X_c = 10 \text{ mm}$, pour une correction proportionnelle $K_{\text{corr}} = 1500$.



Question 8

L'évolution de la réponse du système est-elle cohérente avec le comportement du modèle retenu? Justifier. Quelle modification faudrait-il apporter au modèle approché pour retrouver cette forme de réponse temporelle ?

Pour la suite, on modélise la fonction de transfert en boucle ouverte du système avec le

correcteur par : $H_{BO}(p) = \frac{K_{\text{corr}} \cdot K_{BO}}{p \cdot (1 + \tau_{BO} \cdot p)}$ avec $K_{BO} = \frac{1}{30}$ et $\tau_{BO} = 0,009 \text{ s}$

Question 9

Déterminer l'expression de la fonction de transfert en boucle fermée $H_2(p) = \frac{X(p)}{X_c(p)}$.

La mettre sous forme canonique $H_2(p) = \frac{K_2}{\frac{p^2}{\omega_n^2} + \frac{2 \cdot z}{\omega_n} \cdot p + 1}$ et déterminer ses

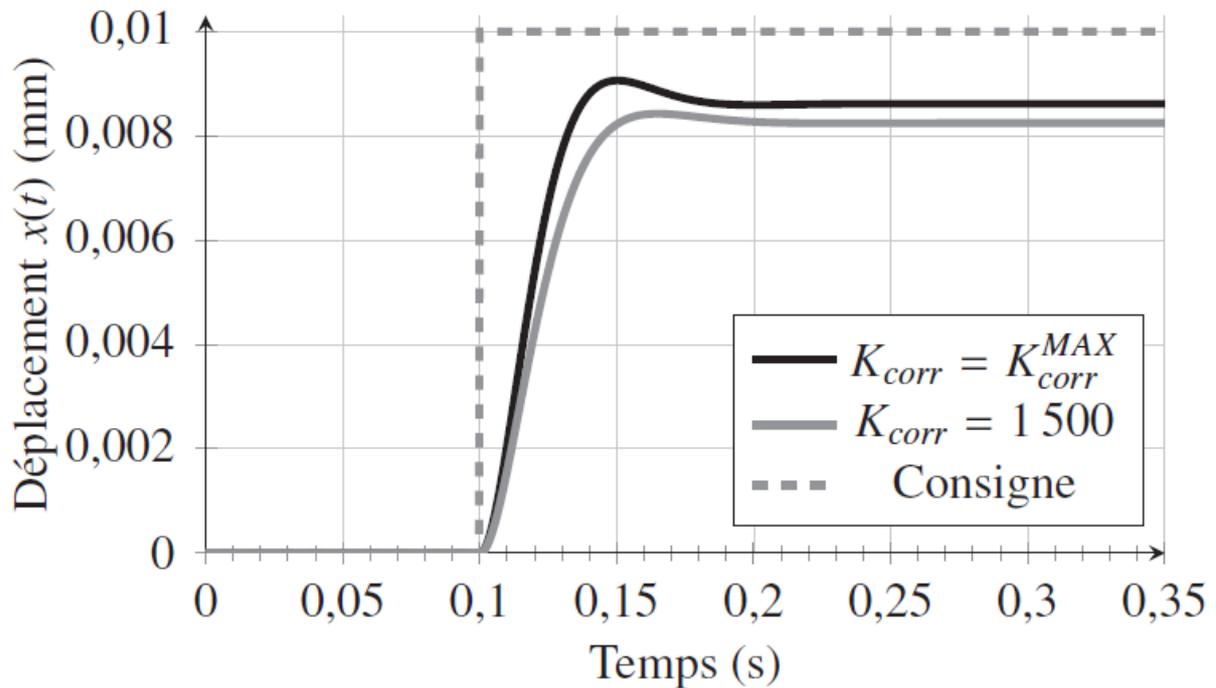
paramètres caractéristiques.

Question 10

Déterminer $K_{\text{corr}} = K_{\text{corr}}^{\text{MAX}}$ afin d'avoir le temps de réponse le plus rapide avec dépassement. Déterminer alors la valeur du temps de réponse à 5% sachant que pour un coefficient d'amortissement d'un système du deuxième ordre $z=0,7$ on a $t_{5\%} \cdot \omega_n = 3$.

Conclure sur les performances de l'asservissement et le respect des exigences.

La figure suivante donne les évolutions des réponses temporelles $x(t)$ du système réel avec prise en compte de la perturbation (F_p constante et égale à 175 N) à un échelon en déplacement de valeur finale $X_c = 10$ mm, pour les 2 corrections proportionnelles.



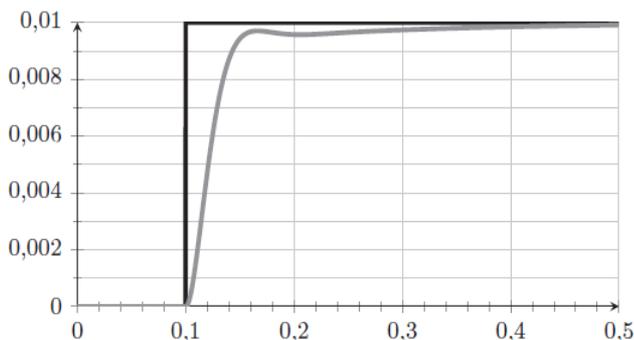
Question 11

Conclure sur les capacités de la correction à action proportionnelle pure vis-à-vis des performances à atteindre.

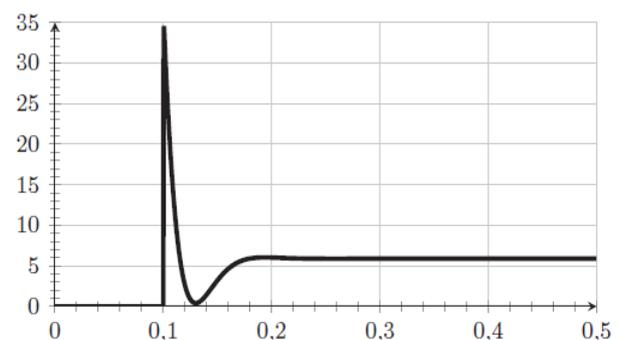
Le correcteur finalement retenu est un correcteur avec action proportionnelle et intégrale.

La fonction de transfert $C(p)$ prend alors la forme suivante :
$$C(p) = K_{corr} \cdot \frac{1 + T_d \cdot p}{p}$$

Les figures suivantes donnent la réponse temporelle à un échelon de consigne $X_c = 10$ mm du système simulé, perturbé et corrigé du déplacement $x(t)$ (en mm) ainsi que l'évolution de l'intensité simulée (en Ampères) circulant au sein du moteur.



(a) Déplacement (mm) en fonction du temps (s)



(b) Intensité simulée (A) en fonction du temps (s)

Question 12

Conclure sur les performances du système perturbé vis-à-vis des exigences de l'asservissement de l'axe linéaire.

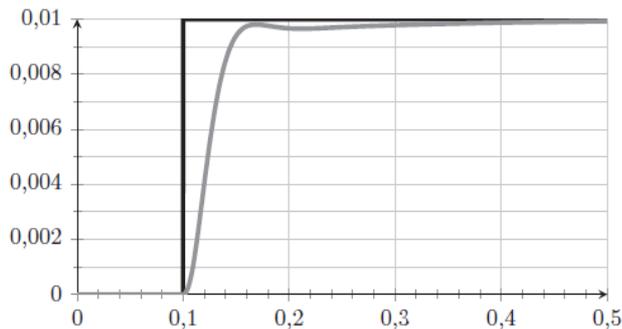
Commenter l'évolution de l'intensité simulée sachant que la carte de commande du moteur peut délivrer un courant maximum de 20 A.

Le variateur du moteur permet de protéger les éléments électroniques des surintensités qui pourraient apparaître lors de la commande. Afin de prendre en compte cette protection, on décide d'ajouter dans le schéma bloc représenté dans le document réponse un bloc saturation de valeur ± 20 A.

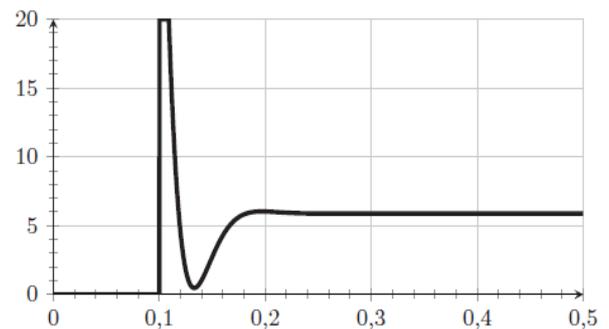
Question 13

Préciser, à l'aide d'une flèche sur le schéma bloc du document réponse, la position de ce bloc saturation. Justifier.

Les figures suivantes donnent respectivement la réponse temporelle du déplacement (en mm) à un échelon de consigne $X_c = 10$ mm et l'évolution de l'intensité simulée (en Ampère) circulant au sein du moteur pour le système corrigé avec perturbation et ajout du bloc saturation ± 20 A.



(a) Déplacement (mm) en fonction du temps (s)



(b) Intensité simulée (A) en fonction du temps (s)

Question 14

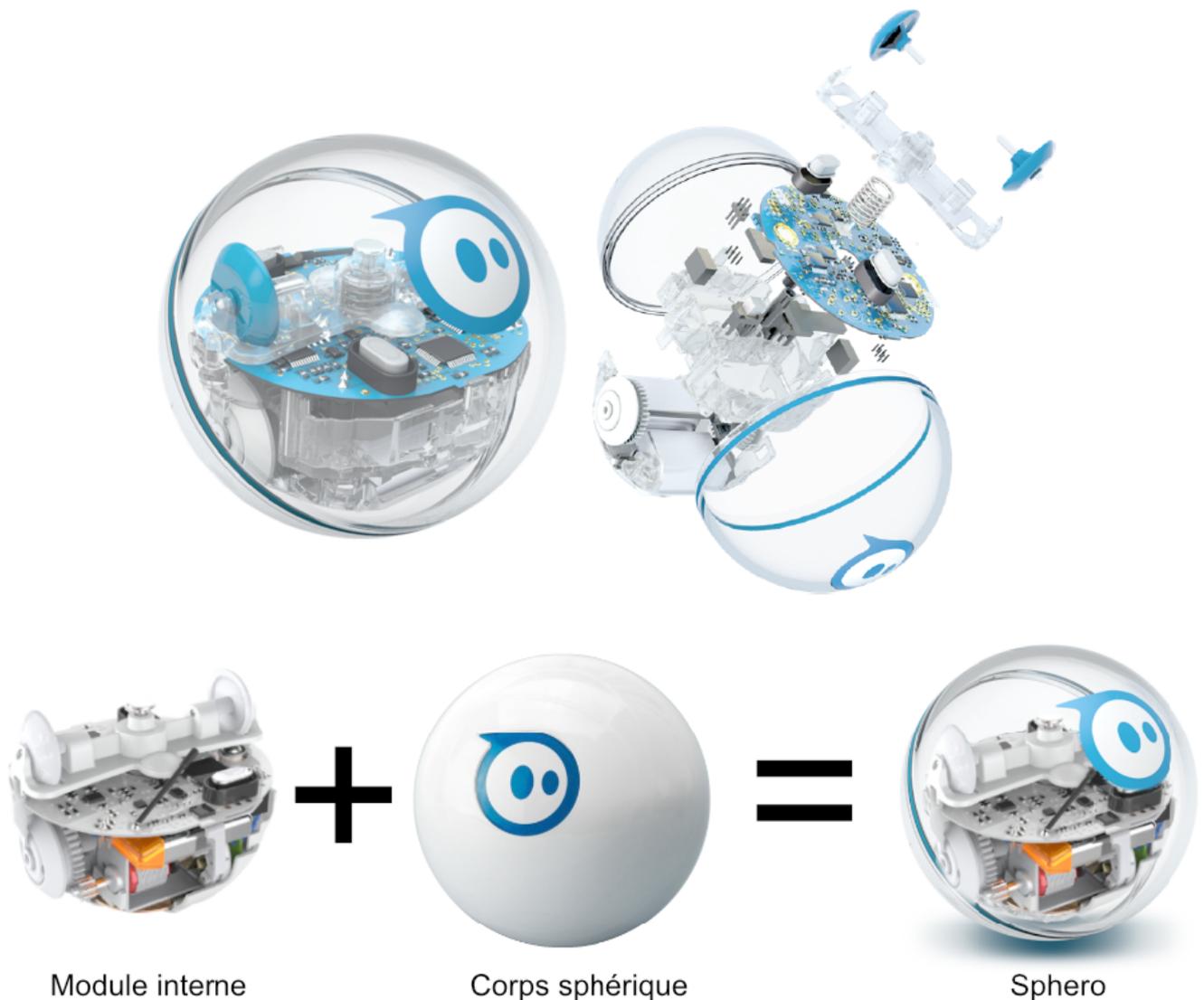
Quel est l'effet de l'ajout du bloc saturation en intensité sur les performances du système ? Conclure vis-à-vis des exigences du cahier des charges.

Exercice 2 Robot Sphero (Centrale MP 2018).

Une nouvelle génération de robots à mobilité non conventionnelle a vu le jour avec la conception de robots en forme de sphère. Ces robots commencent à être utilisés dans des environnements difficiles (centrale nucléaire, terrain irrégulier) pour des missions d'inspection et de surveillance. Ce type de robot est aussi présent dans l'industrie du divertissement sous la forme d'objets connectés contrôlables avec un smartphone (ou tablette).

C'est le cas du robot Sphero créé par la société « Orbotix ». Créé pour le loisir et l'éducation, le robot Sphero roule sur lui-même pour se déplacer. Une base robotique appelée module interne et dite différentielle (plateforme munie de deux roues motrices indépendantes, de même axe) est placée dans une sphère (le corps du robot) qui sert de liaison au sol et permet le déplacement.

Le Sphero est commandé par un smartphone avec lequel l'utilisateur guide le robot.



Même si les consignes de l'utilisateur correspondent au comportement attendu du Sphero (cap et vitesse du corps sphérique), c'est en réalité le module interne que l'utilisateur commande grâce à son smartphone.

Le principe de déplacement du Sphero peut être comparé à celui d'une roue de hamster : quand l'animal court à l'intérieur, il déplace le centre de gravité du système, ce qui fait tourner la roue. Ainsi, les deux roues motrices du module interne créent le roulement du corps sphérique du Sphero.

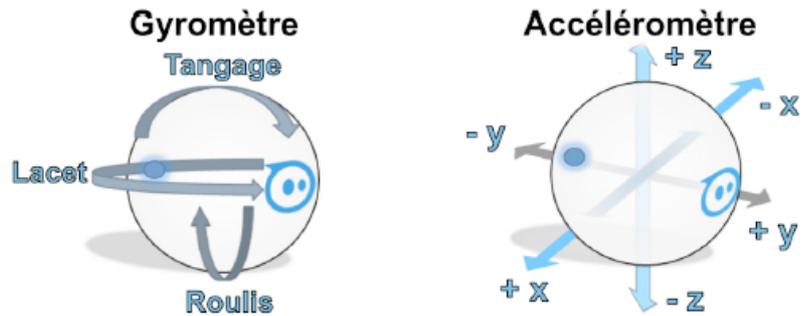
Architecture détaillée du robot Sphero

La composition du robot est fournie par le diagramme de définition des blocs donné en annexe.

L'avance et l'orientation du robot sont créées par le module interne qui possède deux blocs de motorisation identiques et indépendants (comprenant chacun en particulier une roue motrice et un moteur).

Le module interne est également équipé d'une centrale inertielle composée d'un magnétomètre (mesure du champ magnétique terrestre), d'un accéléromètre numérique (qui calcule les déplacements selon trois axes par double intégration des accélérations mesurées) ainsi que d'un gyromètre (mesure des vitesses de rotation autour de trois axes) permettant d'acquérir les informations décrites par la figure suivante.

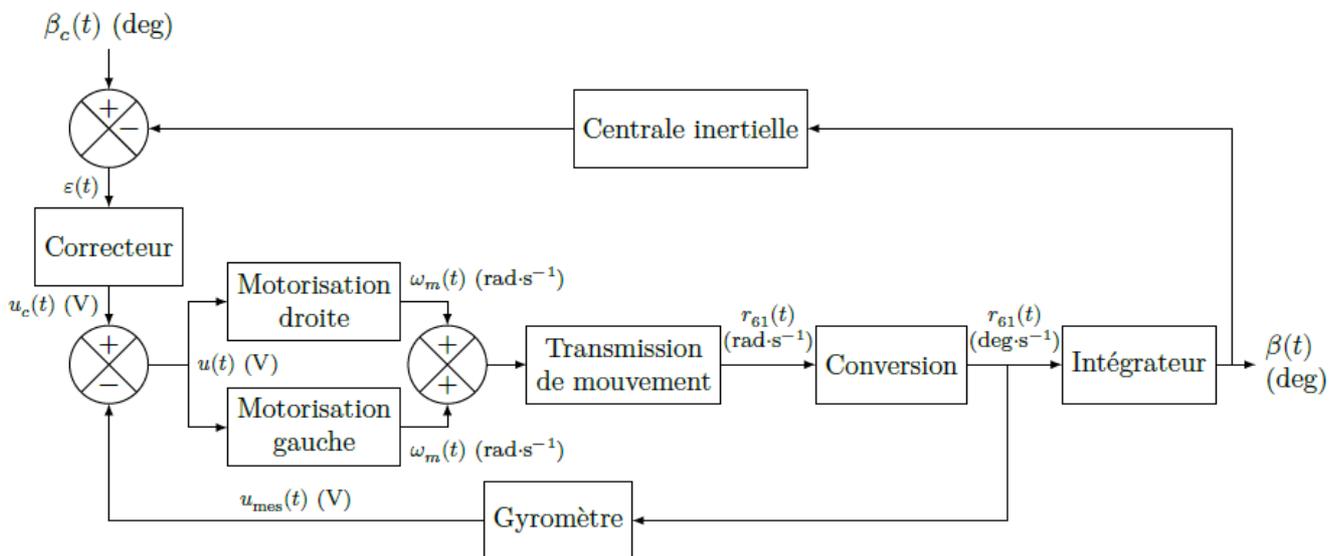
Q1. Compléter sur la figure du document réponse la description chaîne d'information / chaîne d'énergie du robot Sphero.



Commande en lacet du module interne

L'objectif est maintenant d'évaluer les performances de la commande en lacet du module interne. Dans un premier temps la commande étudiée sera sans correction afin de mettre en évidence les performances intrinsèques liées au choix de l'architecture de commande.

La commande en lacet du module interne est décrite figure suivante.



Données

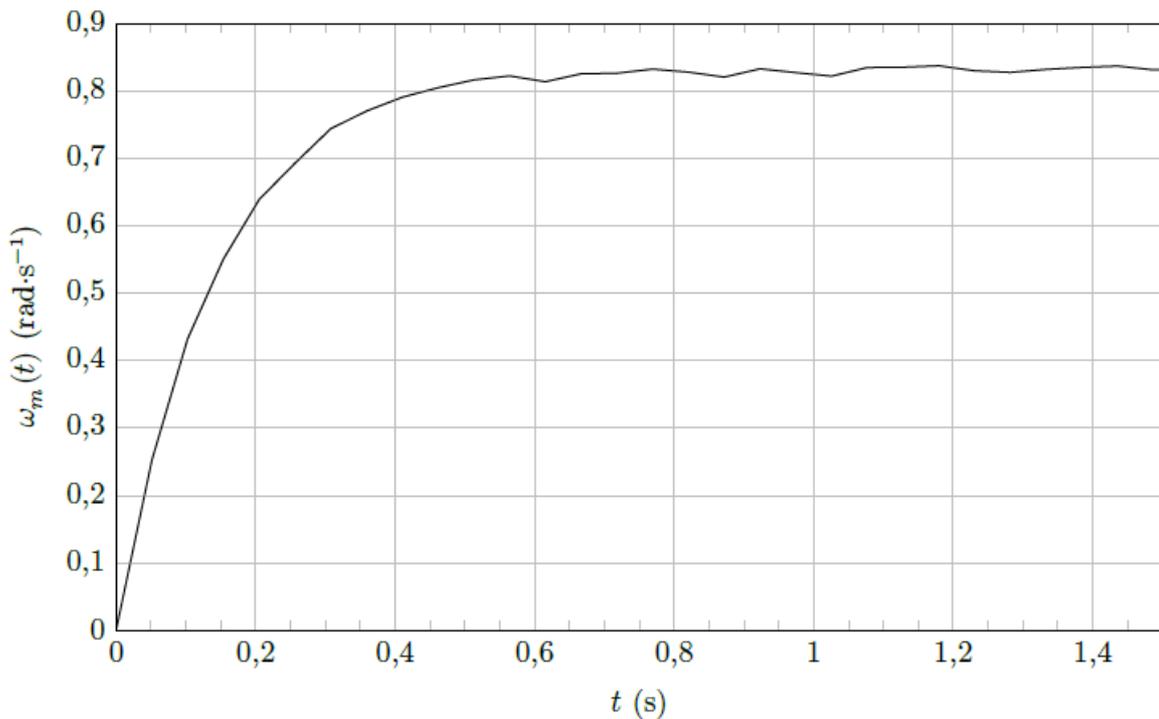
- ✓ La centrale inertielle est modélisée par un gain unité.
- ✓ La fonction de transfert du correcteur est notée $C(p)$.
- ✓ La sensibilité du gyromètre est de $K_g = 0,028 \text{ V.s.deg}^{-1}$.

- ✓ Les blocs motorisation (ensemble hacheur + moteur) ont la même fonction de transfert

$$H_m(p) = \frac{\Omega_m(p)}{U_m(p)} = \frac{K_m}{1 + \tau_m \cdot p}$$

- ✓ On a $r_{61}(t) = 2 \cdot \lambda \cdot \frac{180}{\pi} \cdot \omega_m(t)$, avec $r_{61}(t) = \dot{\beta}(t)$ vitesse de rotation exprimée en degrés par seconde ($\text{deg} \cdot \text{s}^{-1}$).

La figure suivante représente la réponse indicielle du moteur droit pour un essai avec un échelon d'entrée $u(t) = 1 \text{ V}$. Le bloc gauche possède la même réponse.



Q2. Dédurre de l'essai les valeurs numériques de K_m et τ_m .

Q3. En se plaçant dans le domaine de Laplace, compléter sur la figure du document réponse le schéma blocs de l'asservissement de l'angle de lacet du module interne.

Dans cette première étude, on utilise une correction proportionnelle : $C(p) = C$.

On pose $K_1 = K_m \cdot \lambda \cdot \frac{360}{\pi}$ pour simplifier les expressions.

Q4. Déterminer la fonction de transfert $H_1(p) = \frac{\dot{\beta}(p)}{U_c(p)}$ en fonction en fonction de

K_1 , τ_m , C et K_g .

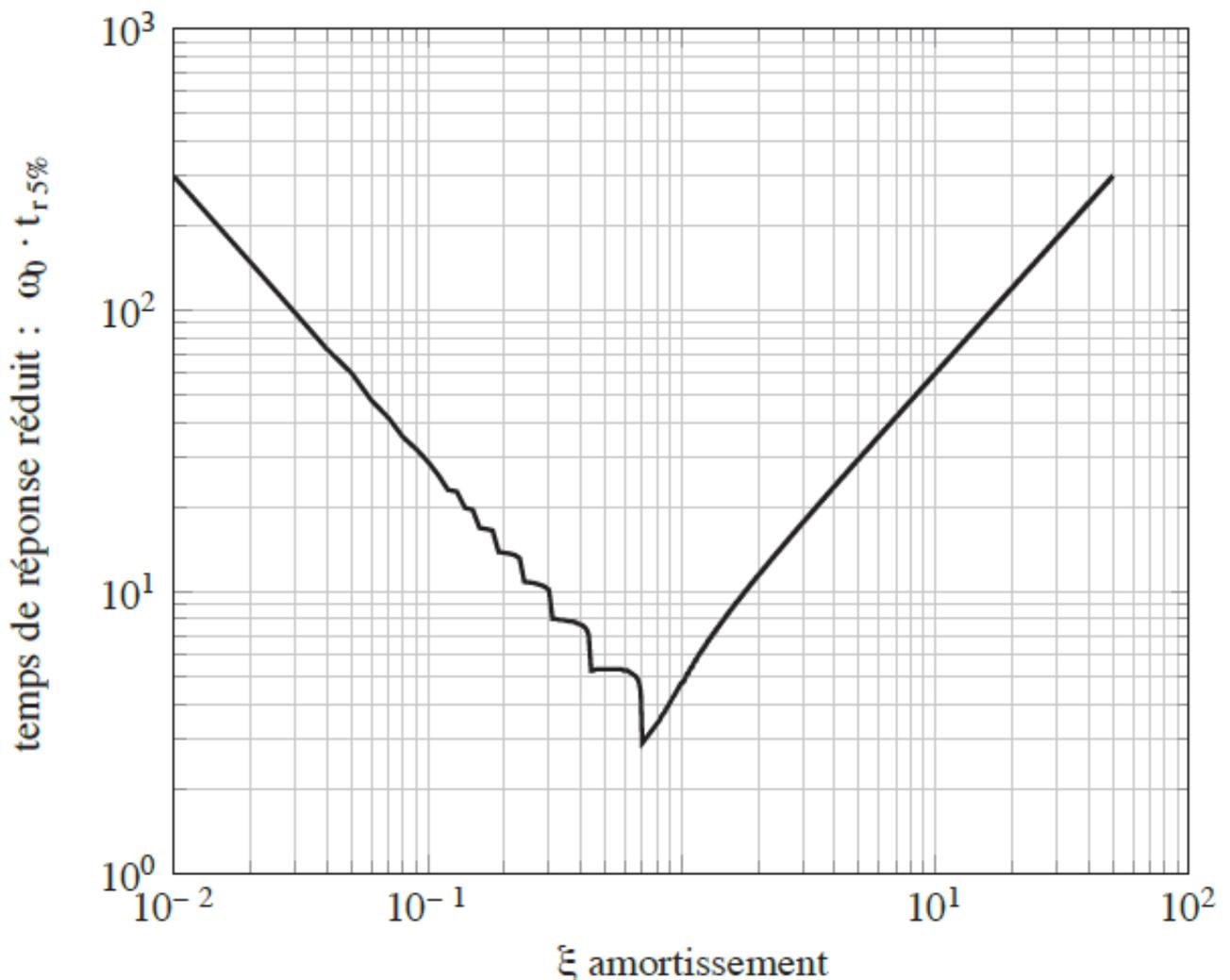
Q5. Déterminer la fonction de transfert $H_2(p) = \frac{\beta(p)}{\beta_c(p)}$, la mettre sous forme

canonique et déterminer ses coefficients caractéristiques en fonction K_1 , τ_m , C et K_g .

Pour la suite on donne la forme numérique de $H_2(p)$ avec $C(p) = 1$:

$$H_2(p) = \frac{1}{0,019.p^2 + 0,17.p + 1} .$$

On donne l'abaque suivant qui fournit la valeur de $\omega_n \cdot t_{5\%}$ en fonction du coefficient d'amortissement Z .



On donne les exigences suivantes :

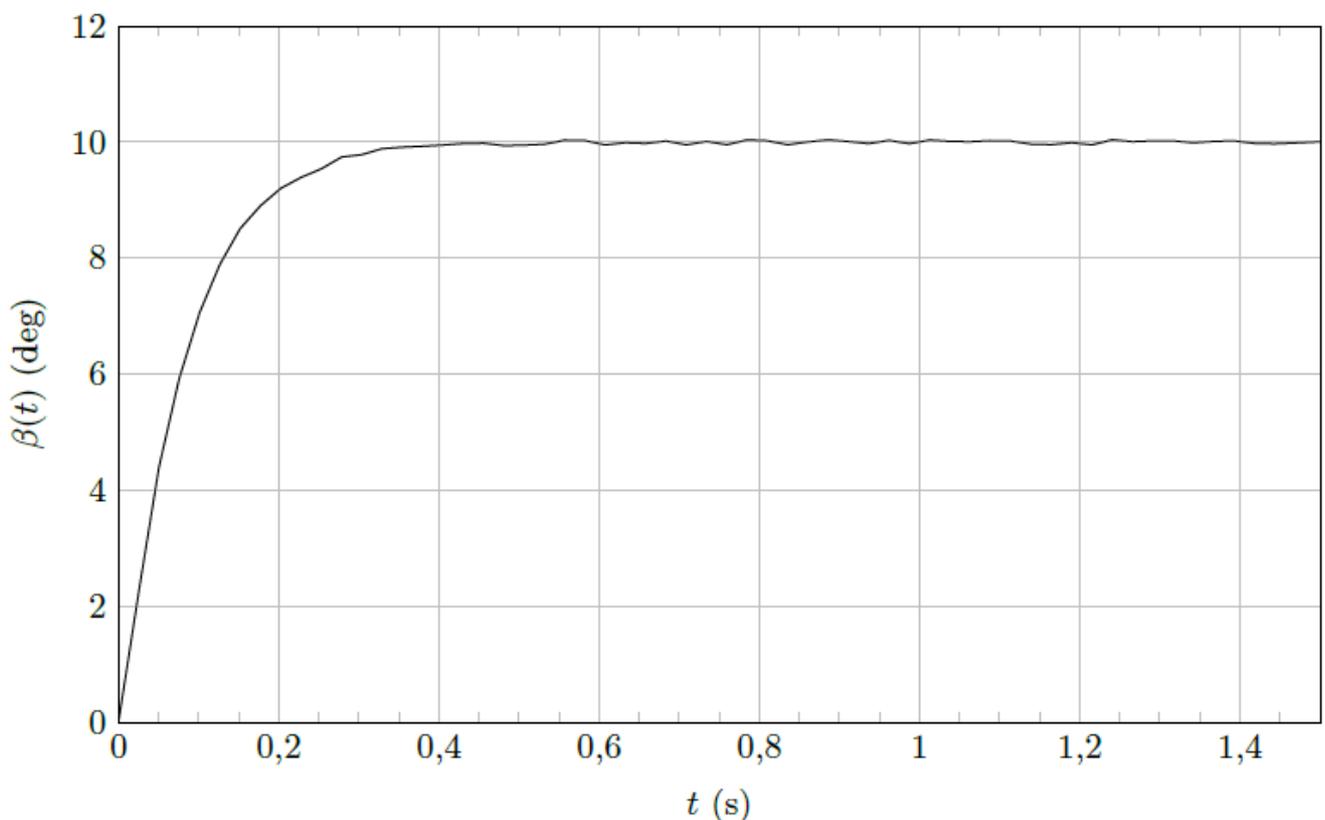
Performance	Critère	Niveau
Précision angulaire	Erreur en position en régime permanent	Nulle pour une entrée en échelon
Rapidité	Temps de réponse à 5%	$tr_{5\%} \leq 0,3 \text{ s}$
Stabilité	Dépassement	aucun

- Q6.** Mettre la fonction de transfert $H_2(p)$ sous forme canonique et déterminer ses coefficients caractéristiques.
En déduire si les performances de l'asservissement vérifient les exigences.

Optimisation de la commande en lacet

Afin que la commande permette le respect des critères de performance attendus, un correcteur est implanté dans la chaîne de commande en lacet du Sphero.

La figure suivante représente le comportement en lacet du module interne pour un essai indicial $\beta_c(t) = 10 \text{ deg}$. Cet essai a été réalisé avec le correcteur.

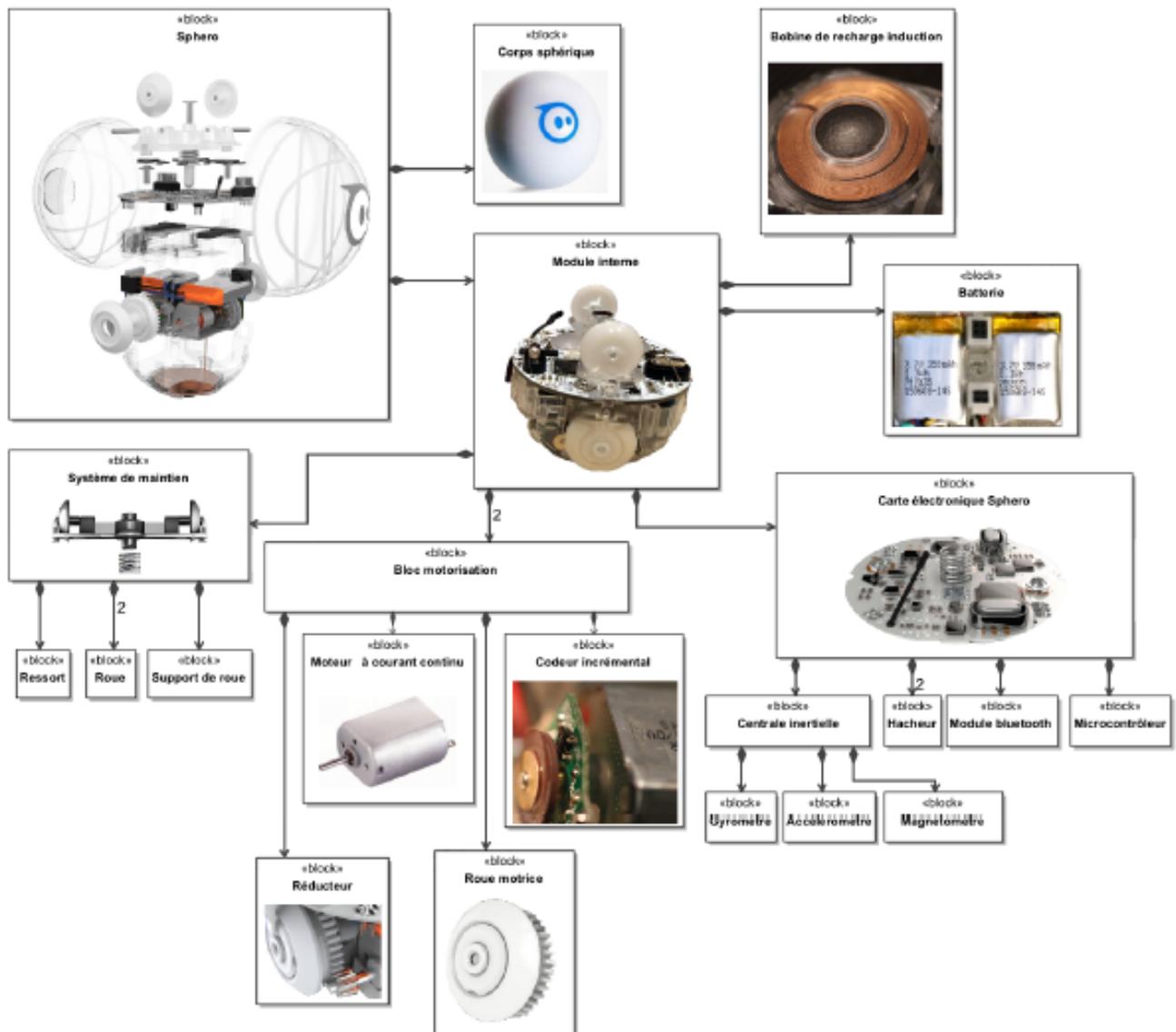


- Q7.** Conclure sur les performances du système de commande en lacet du module interne une fois la correction appliquée.

Annexe et document réponses

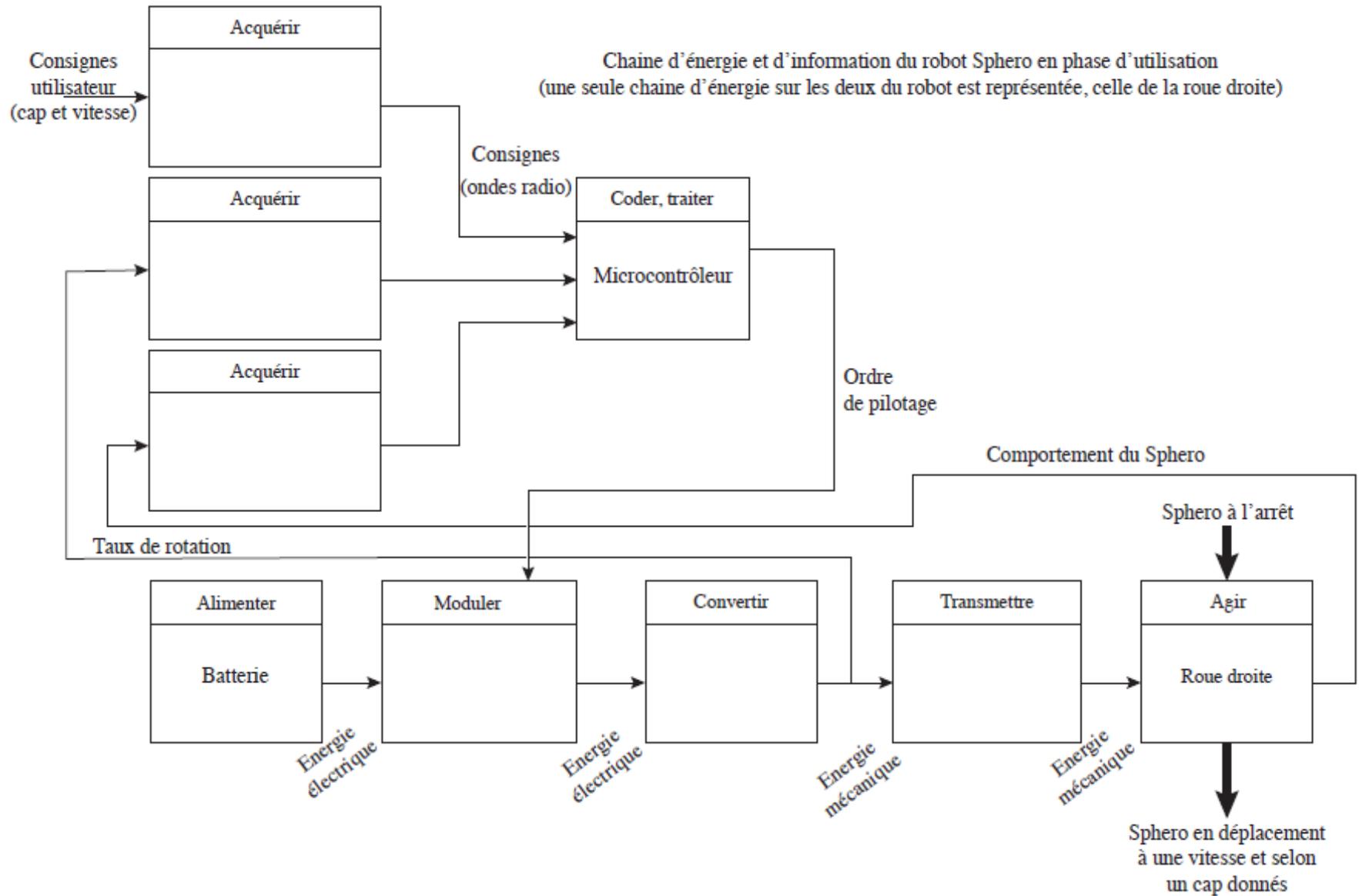
Robot Sphero – Annexe.

Diagramme de définition des blocs.



Robot Sphero – document réponses.

Question 1



Robot Sphero – document réponses.

Question 3

