

DS MPSI1, novembre 2023, durée 1h

Corrigé sur le site : <http://perso.numericable.fr/starnaud/>

Exercice 1.

Soit le système dont le comportement est défini par l'équation différentielle suivante :

$$\frac{ds(t)}{dt} + 3.s(t) = 9.e(t)$$

Question

Déterminer sa fonction de transfert puis sa réponse temporelle à un échelon unitaire.

Exercice 2.

Soit le système dont le comportement est défini par l'équation différentielle suivante :

$$\frac{d^2 s(t)}{dt^2} + 10.\frac{ds(t)}{dt} + 61.s(t) = 7.e(t)$$

Question

Déterminer sa fonction de transfert puis sa réponse temporelle à une impulsion.

Exercice 3.

Donner les performances du système asservi dont on donne dans le document réponses la réponse à un échelon.

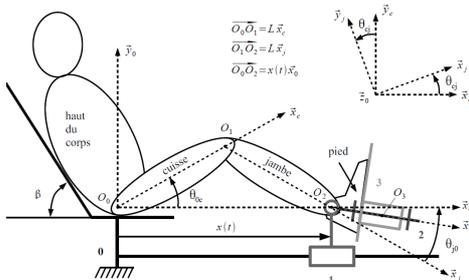
Représenter toutes les constructions utiles sur cette courbe, faire apparaître en particulier :

- ✓ L'erreur $\mathcal{E}(\infty)$,
- ✓ Le « tube des 10% » et le temps de réponse à 5% : $t_{5\%}$
- ✓ Le dépassement D .

Exercice 4. Problème : Sys-Reeduc (CCP PSI 13)

La machine de rééducation SYS-REEDUC est un système capable d'évaluer et d'aider à la rééducation des membres inférieurs.

Le principe de la rééducation est de solliciter les différents muscles de la jambe afin de récupérer un maximum de mobilité suite à un accident.



Pilotage du SYS-REEDUC

L'objectif de cette partie est de modéliser l'asservissement du système, puis de paramétrer le correcteur pour répondre aux exigences de la fonction FS1.

Fonctions	Critères	Niveaux
FS1 : Permettre au kinésithérapeute de réduquer les membres inférieurs du patient	Angle de rotation de la cuisse Effort du patient Pilotage asservi du mouvement : ✓ écart de position ✓ rapidité ✓ dépassement	De 0 à 150° Jusqu'à 20 N Nul $t_{5\%} < 0,2 \text{ s}$ $D\% < 5\%$

Description de l'asservissement :

- ✓ L'asservissement en déplacement longitudinal a pour consigne de déplacement X_c (en mètres).
- ✓ Ce déplacement est transformé en un nombre d'incrément de consigne N_c à l'aide d'un adaptateur de type convertisseur analogique/numérique (CAN).
- ✓ Ce nombre d'incrément de consigne N_c est comparé à l'image N_θ du déplacement angulaire du moteur θ_m , obtenu avec un capteur de type codeur incrémental, pour former un écart \mathcal{E} .
- ✓ Cet écart est ensuite adapté à l'aide d'un correcteur associé à un variateur pour former la tension moteur U_m (en volts).
- ✓ Cette tension fait tourner le moteur d'une vitesse Ω_m et d'un angle θ_m (en radians).
- ✓ Cette position angulaire θ_m est ensuite réduite à l'aide d'un réducteur suivi d'un dispositif poulie-courroie entraînant le support, qui se déplace d'une valeur X .

Question 1

Compléter le schéma bloc fonctionnel de cet asservissement dans le document réponses en indiquant le nom des différents éléments.

Modélisation de la chaîne de transmission :

La modélisation de l'asservissement du système est donnée incomplète sur le document réponse.

On donne les équations du moteur à courant continu et l'équation issue du principe fondamental de la dynamique :

$$u_m(t) = R.i(t) + e(t) \quad e(t) = k_e.\omega_m(t)$$

$$C_M(t) = k_c.i(t) \quad J.\frac{d\omega_m(t)}{dt} = C_M(t) - a.F(p)$$

Avec : $u_m(t)$: Tension de commande du moteur et $i(t)$: Courant moteur.

R : Résistance interne du moteur. J : Inertie du mécanisme.

$C_M(t)$: couple délivré par le moteur et $\omega_m(t)$: Vitesse angulaire d'un moteur.

$F(t)$: Force perturbatrice.

k_c : constante de couple et k_e : constante de force électromotrice.

Les conditions initiales sont toutes nulles.

Question 2

Compléter le schéma bloc du document réponses.

Question 3

Déterminer les fonctions de transfert $H_1(p)$ et $H_2(p)$ tels que :

$$\Omega_m(p) = H_1(p).U_m(p) - H_2(p).F(p)$$

On donne les caractéristiques suivantes :

- ✓ Le codeur incrémental délivre 2000 incréments par tour.
- ✓ Le réducteur à un rapport de réduction de $\frac{1}{10}$.
- ✓ Le dispositif poulie-courroie est caractérisé par l'équation : $x = r.\theta_r$ avec $r = 0,046 \text{ m}$.

Question 4

Déterminer la fonction de transfert $H_4(p)$.

Déterminer le gain K_8 en (inc.rad⁻¹).

Déterminer les gains K_5 et K_6 en précisant les unités.

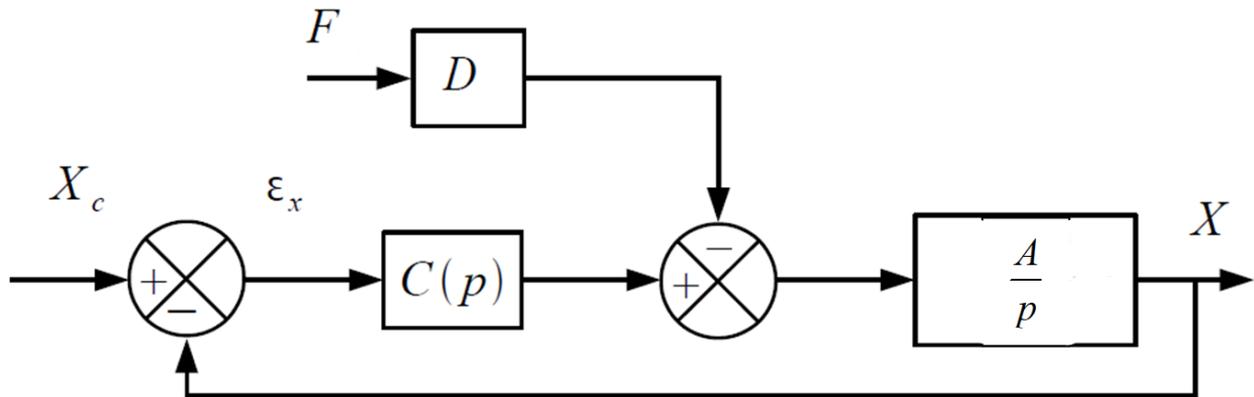
Question 5

Déterminer l'expression de K_1 en fonction de K_8 , K_5 et K_6 permettant d'obtenir une erreur nulle lorsque la sortie est égale à l'entrée.

Faire l'application numérique et préciser les unités.

Vérification des performances de l'asservissement

Pour la suite du sujet, utilise le schéma bloc simplifié suivant :



Avec $A = 6700 \text{ m/V}$ $D = 6 \text{ N/V}$

On prends un correcteur proportionnel : $C(p) = C$.

Question 6

Exprimer la fonction de transfert $H_5(p) = \frac{X(p)}{X_c(p)}$ (on considère $F(p) = 0$).

La mettre sous forme canonique $H_5(p) = \frac{K_5}{1 + \tau_5 \cdot p}$ et déterminer ses coefficients caractéristiques.

Tracer la réponse à un échelon unitaire et donner les performances de l'asservissement (précision, rapidité...).

Question 7

Exprimer la fonction de transfert $H_6(p) = \frac{X(p)}{F(p)}$ (on considère $X_c(p) = 0$)

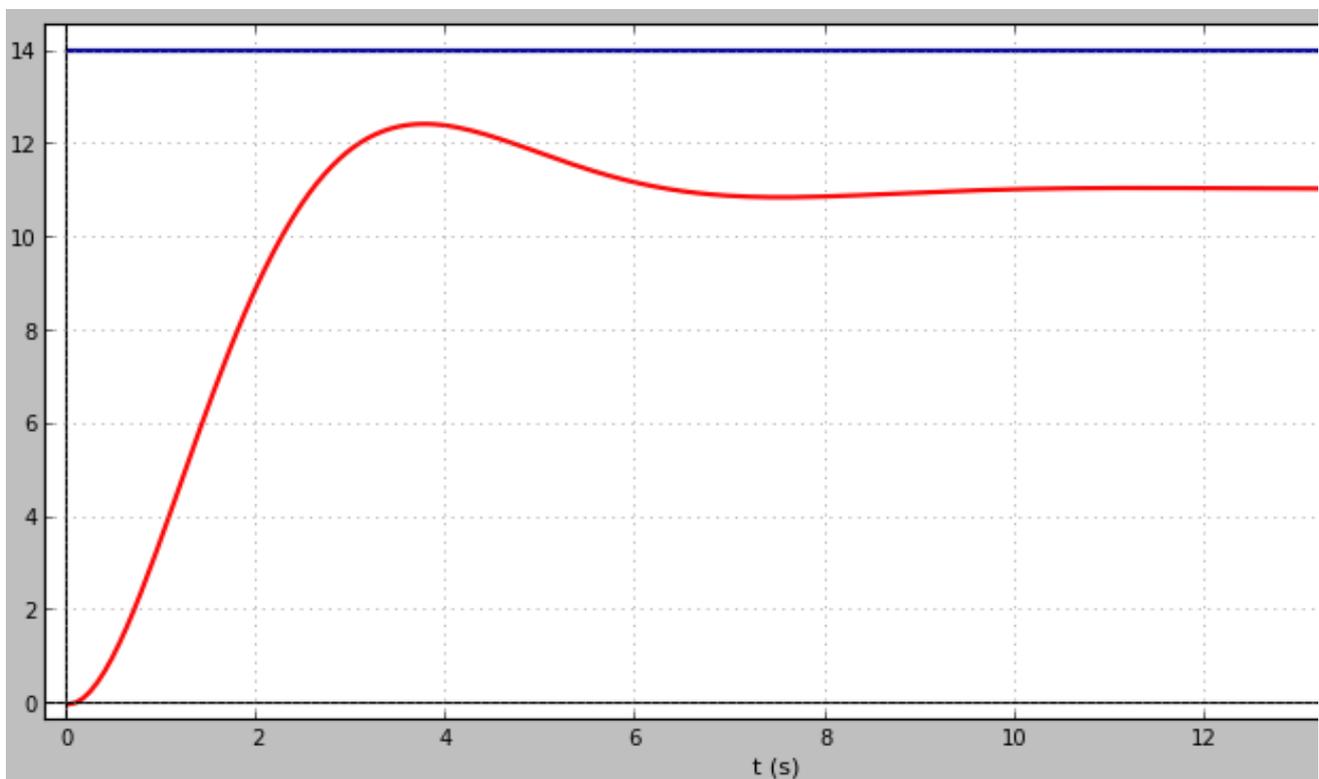
Déterminer l'erreur due à une perturbation de type échelon unitaire.

Tableau des Transformées de Laplace usuelles.

<i>Domaine temporel</i>	<i>Domaine de Laplace</i>	<i>Domaine temporel</i>	<i>Domaine de Laplace</i>
$\delta(t)$	1	$\sin \omega t$	$\frac{\omega}{p^2 + \omega^2}$
K	$\frac{K}{p}$	$\cos \omega t$	$\frac{p}{p^2 + \omega^2}$
$K.t$	$\frac{K}{p^2}$	t^n	$\frac{n!}{p^{n+1}}$

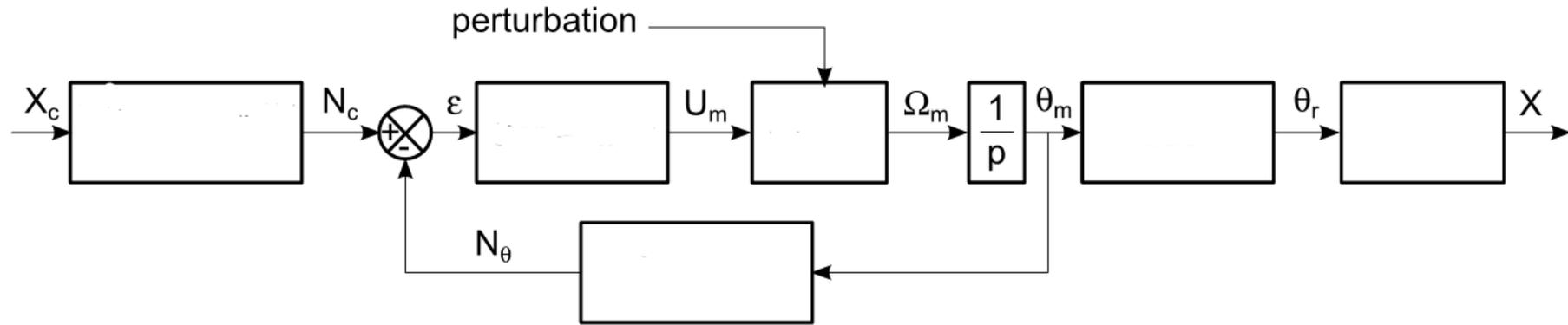
Document réponse

Exercice 3.



Exercice 4

Question 1



Question 2

