

# MPSI1, DM de SI, pour le mercredi 26 février 2024

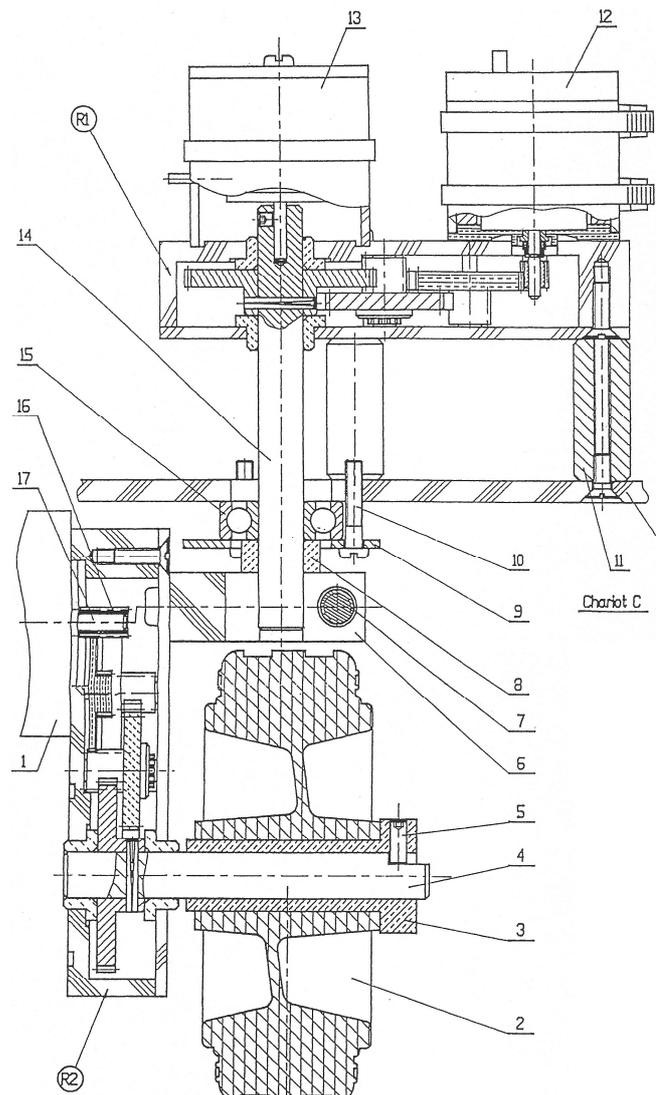
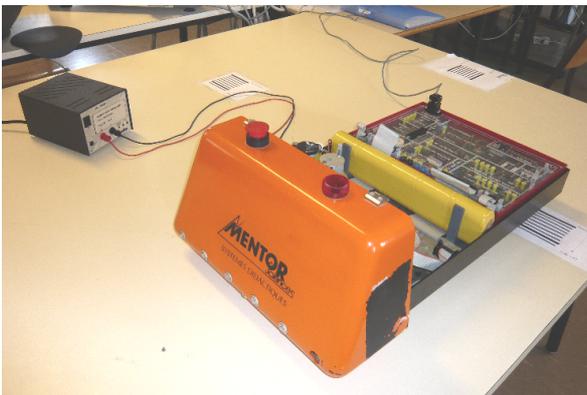
Corrigé prochainement sur le site :  
<http://perso.numericable.fr/starnaud/>

Ce DS comporte :

- ✓ Un exercice, chariot filoguidé, pages 1 et 2.
- ✓ Un problème, exosquelette lombaire, nouvelle pagination, pages 1 à 5.

## Exercice. Chariot filoguidé

On donne le schéma cinématique du système d'orientation de la roue d'un chariot filoguidé.

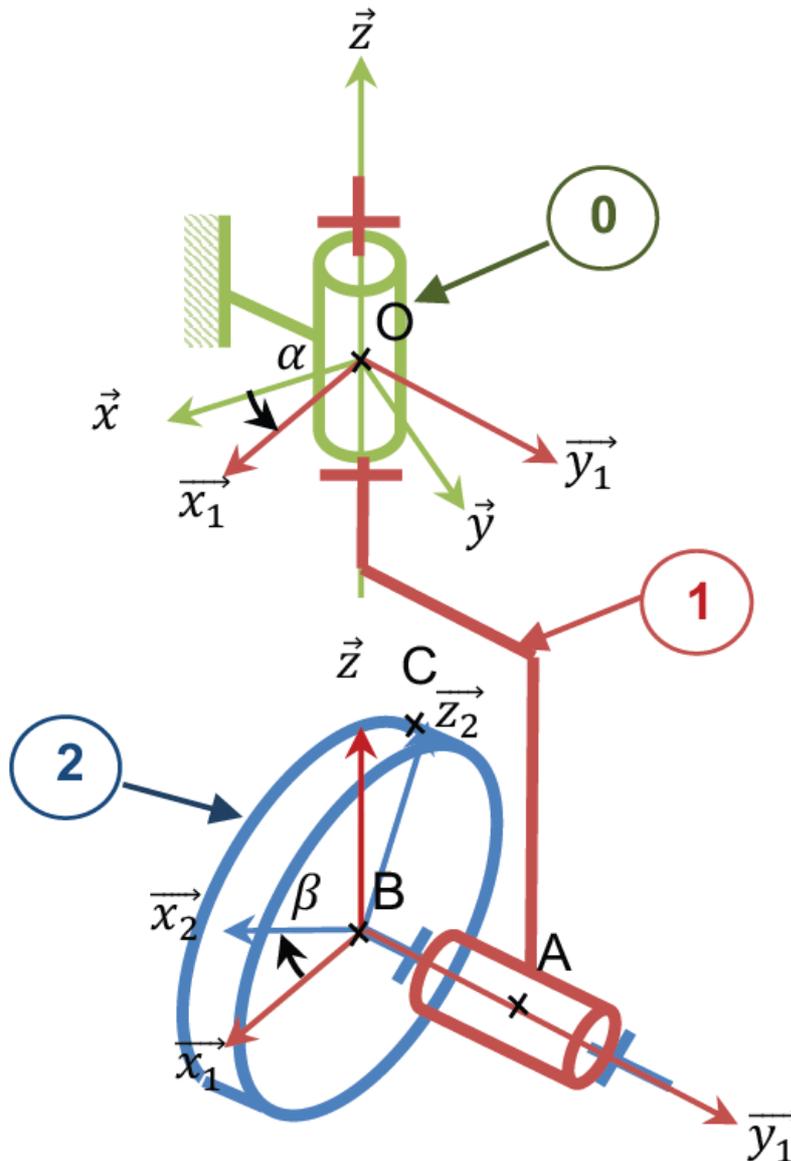


Paramétrage :

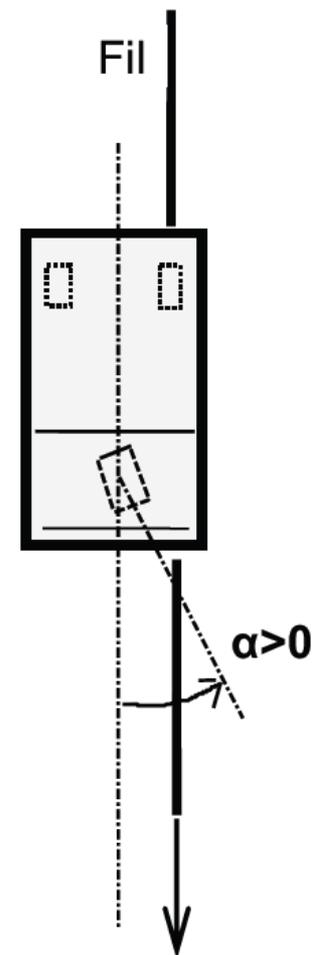
- ✓ Au chariot fixe (0) est lié le repère  $R(O, \vec{x}, \vec{y}, \vec{z})$ .

- ✓ Le bras (1) est en liaison pivot d'axe  $(O, \vec{z})$  avec le chariot (0). Au bras (1) est lié le repère  $R_1(A, \vec{x}_1, \vec{y}_1, \vec{z}_1)$ , on a  $\vec{z}_1 = \vec{z}_0$  et  $\alpha = (\vec{x}, \vec{x}_1)$ .
- ✓ La roue (2) est en liaison pivot d'axe  $(A, \vec{y}_1)$  avec le bras (1). Au corps (2) est lié le repère  $R_2(A, \vec{x}_2, \vec{y}_2, \vec{z}_2)$ , on a  $\vec{y}_2 = \vec{y}_1$  et  $\beta = (\vec{x}_1, \vec{x}_2)$

On pose :  $\vec{OB} = -b.\vec{z}$        $\vec{BA} = a.\vec{y}_1$        $\vec{BC} = c.\vec{z}_2$

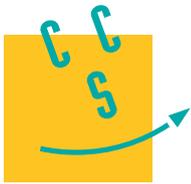


Vue de dessus du chariot



## Questions

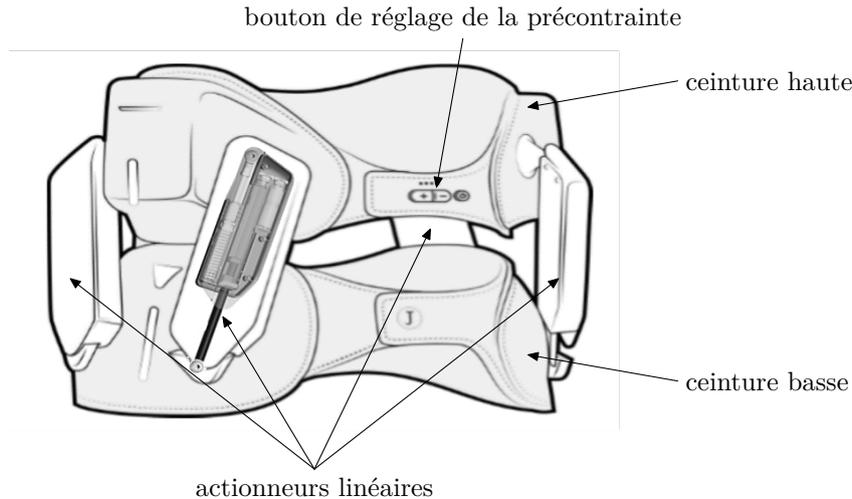
1. Déterminer la vitesse et l'accélération du point A appartenant à (1) dans son mouvement par rapport à (0) :  $\vec{V}(A \in 1/0)$  et  $\vec{A}(A \in 1/0)$ .
2. Déterminer la vitesse et l'accélération du point C appartenant à (2) dans son mouvement par rapport à (0) :  $\vec{V}(C \in 2/0)$  et  $\vec{A}(C \in 2/0)$ .



## I Introduction

### I.A – Présentation générale

Les exosquelettes sont des solutions biomécaniques destinées à apporter une assistance ou un soutien physique à ceux qui les utilisent. La figure 1 représente l'exosquelette lombaire conçu par la société Japet. Il se présente sous la forme de deux ceintures (basse et haute) reliées par quatre actionneurs linéaires qui accompagnent les mouvements du patient tout en permettant un soutien de la colonne vertébrale.



**Figure 1** Exosquelette lombaire Japet

Cet exosquelette lombaire est en priorité destiné au marché du travail et a vocation à soulager les salariés qui l'utilisent dans leurs mouvements quotidiens, en particulier dans les domaines de l'industrie ou de la logistique. Il est également destiné au soin de patients souffrant de lombalgie, en hôpital ou à domicile. Cet exosquelette n'a pas pour but d'augmenter les capacités physiques de l'être humain mais de les maintenir à un niveau satisfaisant. Cette assistance permet ainsi de conserver une activité professionnelle normale.

Grâce à l'effort de traction créé par les quatre actionneurs linéaires, le dispositif diminue la pression sur la colonne vertébrale afin de limiter la compression lombaire et soulager l'utilisateur des douleurs. Le système suit les mouvements de l'utilisateur en temps réel afin de conserver une liberté de mouvement totale et de préserver l'activité musculaire.

### I.B – Pré-dimensionnement des quatre actionneurs

#### Objectif

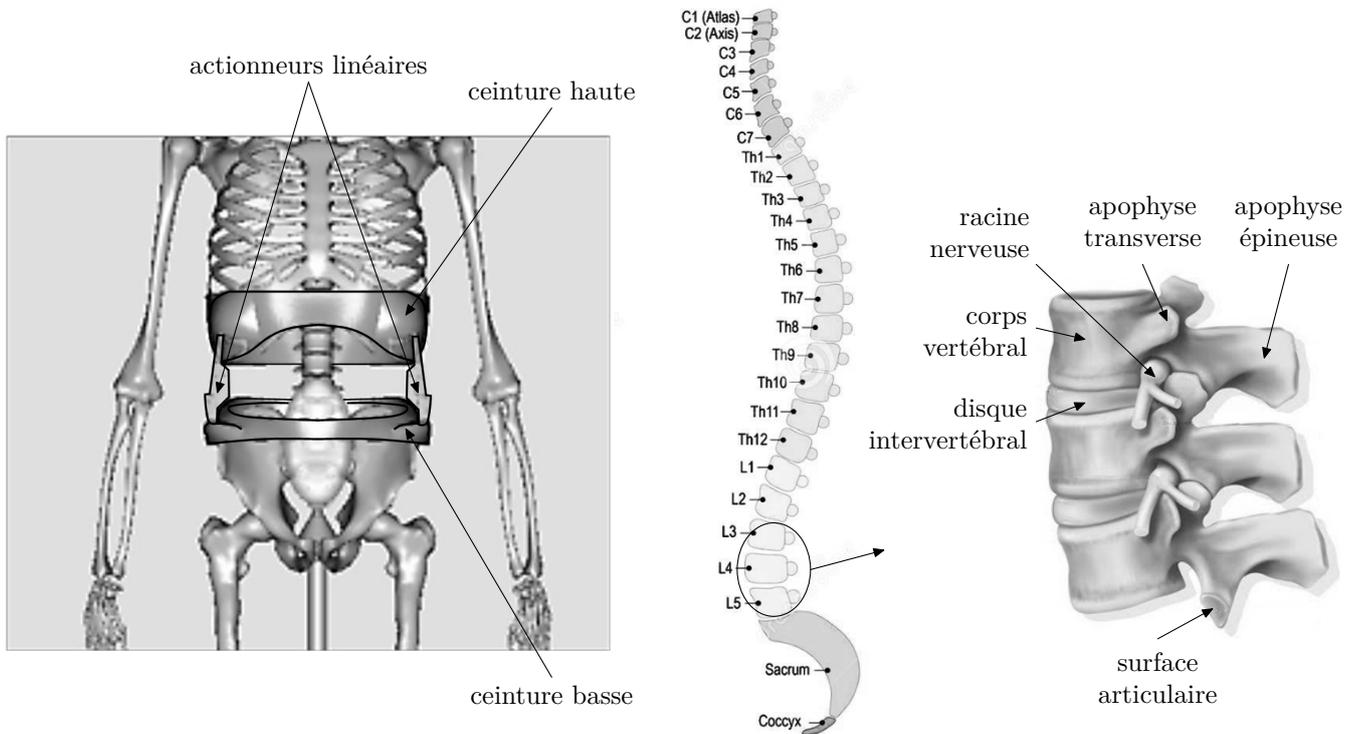
Quantifier la force de traction à exercer par chaque actionneur linéaire pour atteindre un seuil de diminution de la pression intra-discale.

La société Japet a développé un modèle numérique biomécanique (figure 2 à gauche) du corps humain permettant de déterminer la valeur de la force de traction à exercer par les actionneurs pour soulager les disques intervertébraux en diminuant la pression intra-discale.

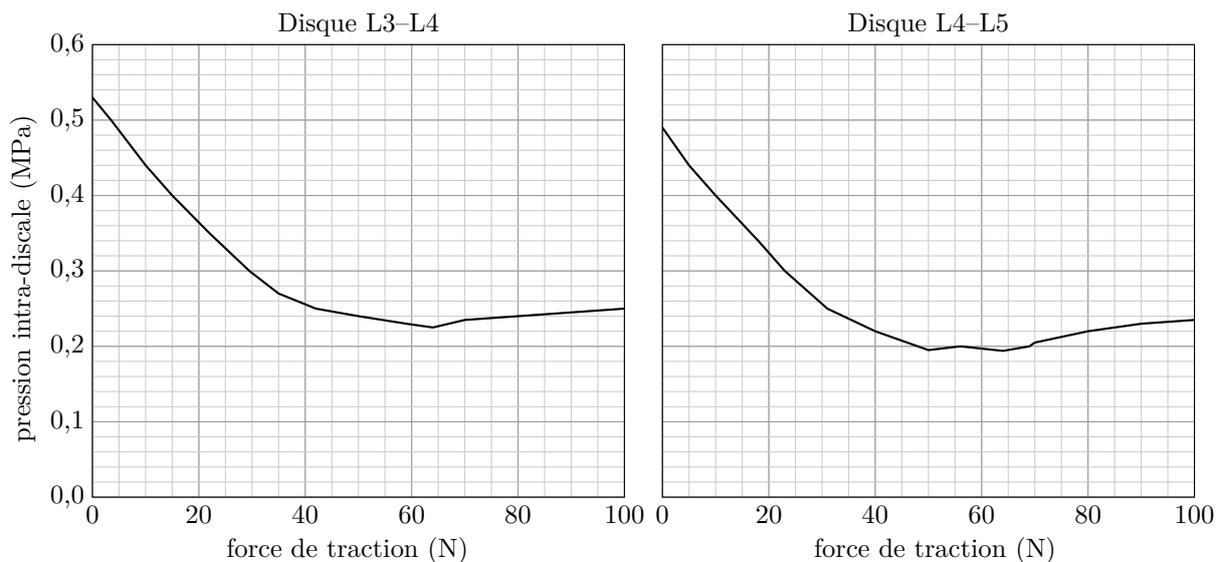
Le modèle numérique biomécanique a permis d'obtenir les courbes de la figure 3 décrivant les évolutions des pressions intra-discales entre les vertèbres L3-L4 et L4-L5. Celles-ci ont été obtenues dans les conditions de simulation suivantes :

- colonne vertébrale verticale ;
- chaque actionneur linéaire développe une force de traction progressivement de 0 à 100 N ;
- l'évolution des forces de traction est lente afin de négliger les effets dynamiques.

**Q 1.** Après analyse des courbes de la figure 3, justifier que la force de traction choisie par le constructeur, afin de limiter la pression intra-discale, est de 40 N par actionneur.



**Figure 2** Modèle numérique biomécanique (à gauche) et détail de la structure vertébrale avec numérotation des vertèbres (à droite)



**Figure 3** Évolution de la pression intra-discale simulée en L3-L4 et L4-L5 en fonction de la force de traction développée par un seul actionneur linéaire

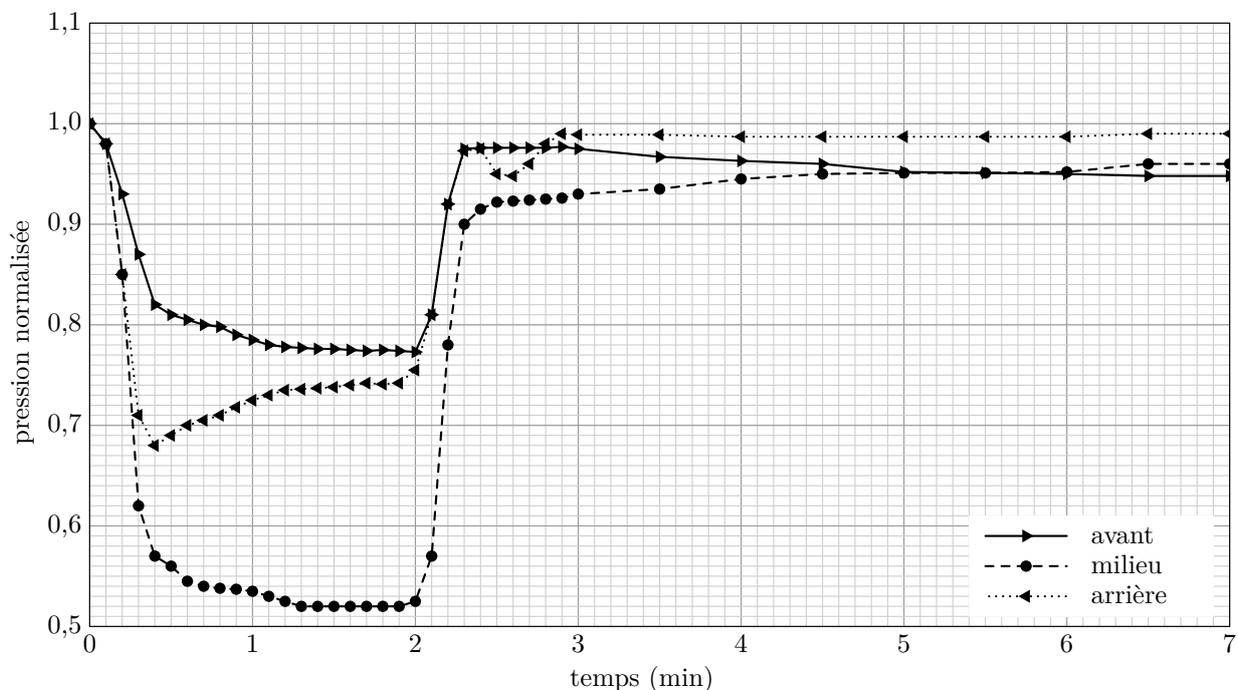
### I.C – Validation expérimentale du pré-dimensionnement des quatre actionneurs linéaires

#### Objectif

Montrer qu'il est possible de diminuer la pression intra-discale de 25 à 50 % dans le cas d'une utilisation au quotidien de l'exosquelette.

Des capteurs de pression ont été positionnés sur un cadavre (équipé de l'exosquelette Japet) dans le disque intervertébral L3-L4 en trois positions différentes du disque (avant, milieu, arrière) afin de mesurer la pression intra-discale réelle. Un effort de traction a été appliqué pour valider expérimentalement la baisse de pression intra-discale entre les vertèbres. Celles-ci ont été obtenues dans les conditions d'expérimentation suivantes :

- à l'instant  $t = 0$ , et pour une durée de 2 minutes, chaque actionneur linéaire développe une force de traction constante égale à 40 N ;
- à l'instant  $t = 2$  min, les forces de traction sont annulées.



**Figure 4** Évolution de la pression intra-discale mesurée et normalisée dans les trois positions du disque intervertébral L3-L4

Les résultats ont été normalisés afin de tenir compte des conditions initiales ( $t < 0$ ) en divisant les pressions mesurées par la pression intervertébrale initiale.

**Q 2.** Déterminer, pour les trois positions du capteur de pression dans le disque intervertébral L3-L4, la diminution moyenne de la pression intra-discale (en %) pendant les deux minutes d'application de l'effort de traction, sans prendre en compte la phase transitoire de 0 à 0,5 min.

Cette pré-étude théorique ainsi que la validation expérimentale permettent de montrer l'efficacité du soulagement intra-discal par un système externe actif. Le développement de l'exosquelette est basé sur ces résultats. L'analyse des résultats des expérimentations décrites précédemment a permis de définir le cahier des charges partiel proposé dans le tableau 1.

Id	Exigence	Critère	Niveau	Flexibilité
Id1	limiter la compression lombaire pour soulager les douleurs	Force de traction pour chaque actionneur linéaire	40 N	$< \pm 2,5\%$
		Vitesse maximale de la montée de la force de traction	$100 \text{ N}\cdot\text{s}^{-1}$	nulle
Id2	Préserver l'activité musculaire, en garantissant la liberté de mouvement naturel du corps humain	Liberté totale de mouvement entre les ceintures basse et haute	6 degrés de liberté	aucune

**Tableau 1** Extrait du cahier des charges fonctionnel de l'exosquelette

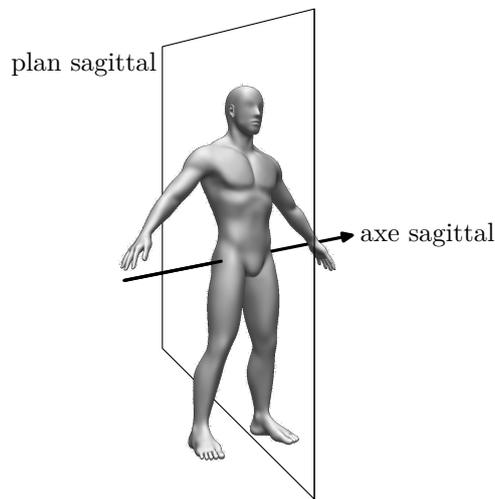
### I.D – Problématique et organisation de l'étude

L'exosquelette lombaire, répertorié comme un système médical par les autorités de santé, doit garantir un fonctionnement sûr afin de ne causer aucun dommage à la colonne vertébrale tout en assurant une traction au niveau des vertèbres pour soulager les disques intervertébraux. Le mouvement naturel du corps devra être conservé. Ceci implique que l'amplitude des mouvements de l'exosquelette lombaire devra s'adapter aux mouvements du corps et que l'effort d'assistance devra correspondre aux valeurs définies dans le cahier des charges partiel.

La problématique globale du sujet est de valider un modèle de connaissance simulant la capacité des actionneurs linéaires à exercer un effort de traction maîtrisé tout en garantissant la liberté de mouvement naturel du corps humain.

L'étude est limitée au mouvement de l'ensemble dans le plan sagittal (figure 5). Pour aborder la problématique, l'étude s'intéresse à :

- un degré de liberté particulier de la ceinture haute par rapport à la ceinture basse ;
- la capacité d'un actionneur linéaire à exercer une force de 40 N.



**Figure 5** Plan et axe sagittal

Après avoir déterminé l'amplitude nécessaire du déplacement des actionneurs linéaires, l'étude portera sur la caractérisation dynamique et la commande d'un des quatre actionneurs linéaires. Cette dernière nécessite l'élaboration d'un modèle de connaissance du système étudié. La société Japet a construit un banc d'essai et de mesure. Ce banc d'essai a pour finalité de :

- contrôler l'amplitude nécessaire du déplacement des actionneurs linéaires ;
- comparer les résultats issus des simulations aux résultats expérimentaux pour une position particulière d'un actionneur linéaire, dans un premier temps.

Par la suite, le constructeur validera chaque actionneur linéaire commercialisé à l'aide du banc d'essai dans une démarche qualité.

## II Étude de l'amplitude du déplacement de l'actionneur pour conserver un mouvement naturel

### — Objectif —

Déterminer la course des actionneurs permettant de suivre les mouvements du corps conformément à l'exigence Id2 du cahier des charges partiel.

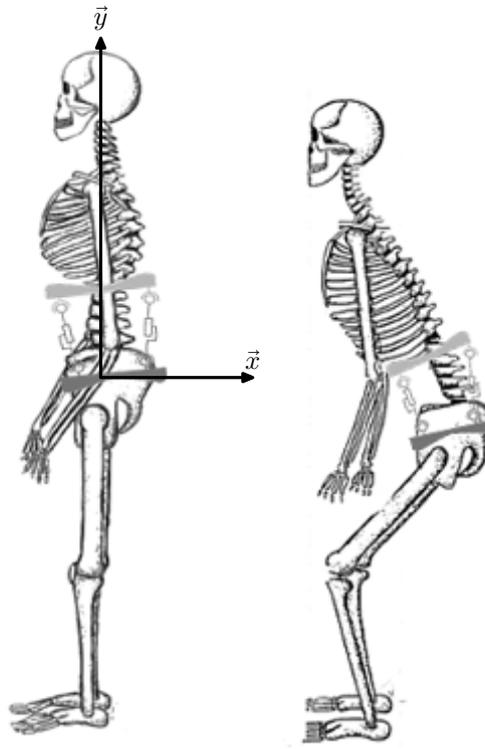
L'exigence Id2 « Préserver l'activité musculaire » est composée de deux exigences Id2.1 et Id2.2 (tableau 2). Le fonctionnement de l'exosquelette nécessite une mise en précontrainte. Pour cette mise en précontrainte, chaque actionneur linéaire doit exercer une force de 40 N. Cette valeur est obtenue par déplacement vertical de la ceinture haute par rapport à la ceinture basse.

Id	Exigence	Critère	Niveau	Flexibilité
Id2.1	Permettre le mouvement de translation de la ceinture haute par rapport à la ceinture basse	Déplacement vertical $\Delta h$ de la ceinture haute par rapport à la ceinture basse	$\Delta h = 50$ mm	$< 10\%$
Id2.2	Permettre le mouvement de rotation de la ceinture haute par rapport à la ceinture basse	Amplitude de rotation $\varphi$	$[0, +20^\circ]$ selon l'axe sagittal	$< 10\%$

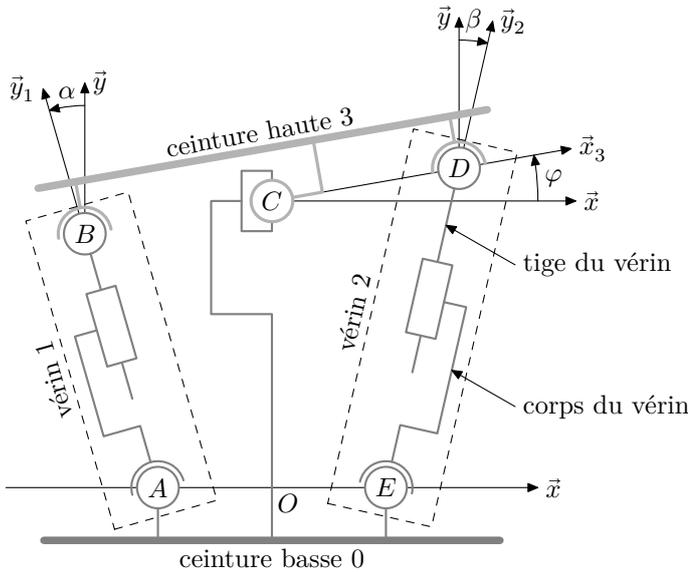
**Tableau 2** Extrait du cahier des charges fonctionnel limité au mouvement dans le plan sagittal de l'exosquelette

L'exigence Id2.1 correspond à la valeur du déplacement vertical nécessaire à la précontrainte. Cette valeur est propre à chaque utilisateur. Dans le cas extrême, cette valeur correspond à un déplacement vertical de 50 mm. L'étude cinématique est limitée à un mouvement de flexion avant. La figure 6 décrit le mouvement ainsi que le positionnement de l'exosquelette dans le plan sagittal. La figure 7 décrit le modèle géométrique paramétré de l'exosquelette. La liaison sphère-cylindre en  $C$  modélise les degrés de liberté supprimés par les éléments extérieurs au système (colonne vertébrale + tissus mous).

**Q 3.** Déterminer l'expression de la longueur  $l_2(t)$  en fonction de  $\varphi(t)$ ,  $h(t)$ ,  $b$  et  $a$ .



**Figure 6** Mouvement de flexion et implantation de l'exosquelette



Paramétrage des solides

- $\overline{BC} = \overline{CD} = b\vec{x}_3$  ;
- $\overline{AO} = \overline{OE} = a\vec{x}$ .

Paramétrage des liaisons

- $\overline{AB} = l_1(t)\vec{y}_1$  ;
- $\overline{ED} = l_2(t)\vec{y}_2$  ;
- $\varphi(t) = (\vec{x}, \vec{x}_3)$  (angle de la ceinture haute par rapport à la ceinture basse selon l'axe sagittal) ;
- $\alpha(t) = (\vec{y}, \vec{y}_1)$  ;
- $\beta(t) = (\vec{y}, \vec{y}_2)$  ;
- $\overline{OC} = h(t)\vec{y}$  avec  $h(t) \in [h_0, h_0 + \Delta h]$ .

**Figure 7** Paramétrage cinématique

Le protocole de mise en précontrainte et d'utilisation de l'exosquelette est le suivant :

1. à  $t = 0$ , mise en place de l'ensemble en ajustant sur le corps de l'utilisateur les deux ceintures basse et haute ( $h_0 = h(0)$ ) ;
2. pour  $t \in [0, T]$ , mise en précontrainte ( $h(T) = h_0 + \Delta h$ ) ;
3. pour  $t > T$ , mouvement libre (dans notre étude,  $\varphi(t)$  est limité de  $0^\circ$  à  $20^\circ$  selon l'axe sagittal).

On définit la course d'un actionneur linéaire comme étant la distance que peut parcourir la tige par rapport au corps entre ses positions extrêmes.

**Q 4.** Le point  $C$  restant sur l'axe  $(O, \vec{y})$ , déterminer la course du vérin 2 à partir du protocole défini précédemment pour les valeurs  $a = 100$  mm,  $b = 150$  mm,  $h_0 = 100$  mm et  $\Delta h = 50$  mm.

Une étude équivalente montre que la course du vérin 2 est supérieure à celle du vérin 1.

La course obtenue permet donc de dimensionner géométriquement les actionneurs en fonction des positions des points d'accroche sur les ceintures haute et basse. On peut ainsi définir la valeur de contrôle à mettre en place sur le banc d'essai. Cette valeur est vérifiée pour chaque actionneur fabriqué.

L'exigence sur la liberté de mouvement angulaire étant vérifiée, la suite de l'étude a pour but de caractériser la dynamique et la commande d'un des quatre actionneurs ce qui nécessite l'élaboration d'un modèle de connaissance. La validation sera faite à partir des résultats de la force de traction mesurée sur le banc d'essai.