

DS PCSI1, octobre 2024, durée 1h

Corrigé sur le site : <http://perso.numericable.fr/starnaud/>

Exercice 1.

Soit le système dont le comportement est défini par l'équation différentielle suivante :

$$\frac{ds(t)}{dt} + 3.s(t) = 5.e(t)$$

Question

Déterminer sa fonction de transfert puis sa réponse temporelle à un échelon unitaire.

Exercice 2.

Soit le système dont le comportement est défini par l'équation différentielle suivante :

$$\frac{d^2s(t)}{dt^2} + 6.\frac{ds(t)}{dt} + 13.s(t) = 5.e(t)$$

Question

Déterminer sa fonction de transfert puis sa réponse temporelle à une impulsion.

Exercice 3.

Donner les performances du système asservi dont on donne dans le document réponses la réponse à un échelon de 10. Représenter toutes les constructions utiles sur cette courbe.

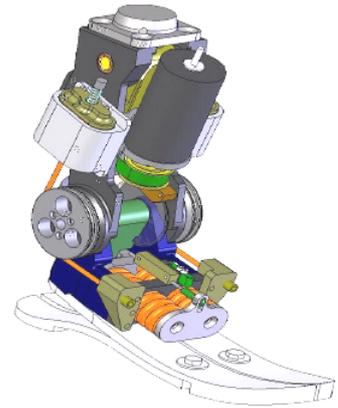
Exercice 4. Prothèse active (Mines MP 13)

La majorité des prothèses transtibiales (pour une amputation en dessous du genou) utilisées aujourd'hui sont purement passives, c'est-à-dire que leurs propriétés mécaniques restent fixes pendant la marche.

Ces prothèses sont constituées en général de semelles ressorts en carbone profilées qui emmagasinent et restituent l'énergie mécanique pendant la marche par déformation.



Des études cliniques montrent que les amputés qui utilisent ce type de prothèse doivent fournir de 20 à 30 % d'énergie en plus pour obtenir une vitesse de déplacement équivalente à celle d'une personne non amputée effectuant le même déplacement. Des ingénieurs du M.I.T. ont mis au point une prothèse active transtibiale capable de proposer un comportement similaire à celui des membres non amputés. On étudie dans ce sujet le prototype initial qui a permis de valider la pertinence d'une telle prothèse active.

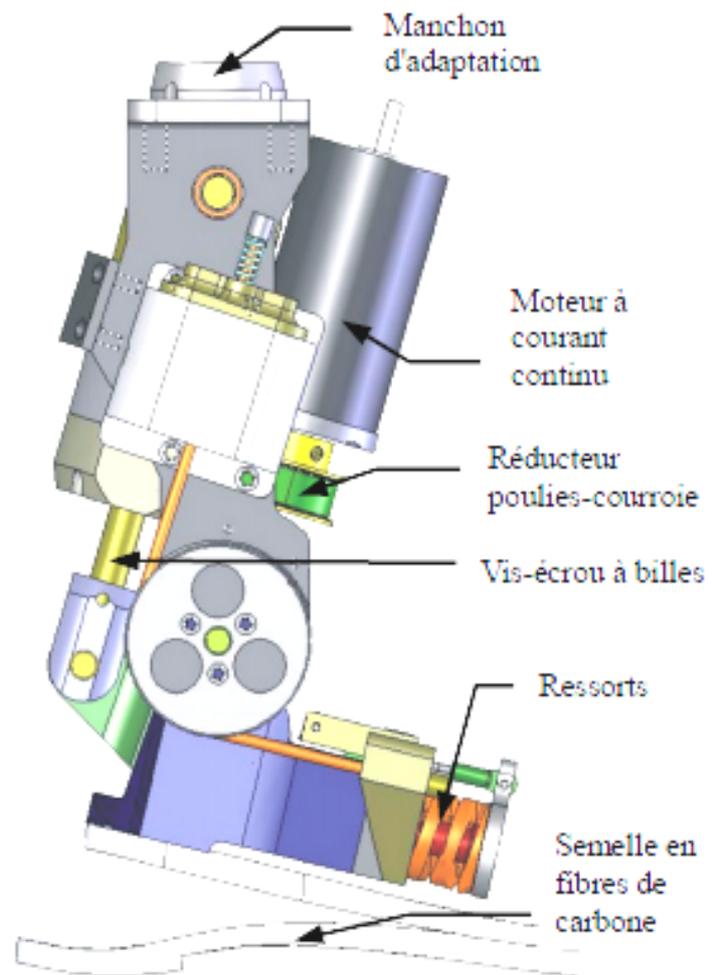


Chaîne d'énergie

L'actionneur de la prothèse est un moteur à courant continu alimenté par un variateur de type hacheur lui-même alimenté par une batterie rechargeable de 16 Volts.

L'énergie mécanique est transmise par un réducteur de type poulies-courroie suivi d'un système vis-écrou.

Des ressorts permettent d'ajuster l'énergie mécanique fournie au pied artificiel.



Chaîne d'information

La chaîne d'information est constituée d'un ensemble de capteurs :

- ✓ Plusieurs capteurs capacitifs disposés sous la semelle du pied au niveau du talon et à l'avant du pied informe s'il y a contact avec le sol.
- ✓ Un potentiomètre linéaire mesure l'allongement-écrasement du ressort.
- ✓ Un codeur incrémental placé au niveau de l'articulation pied/tibia mesure la position angulaire de la prothèse.

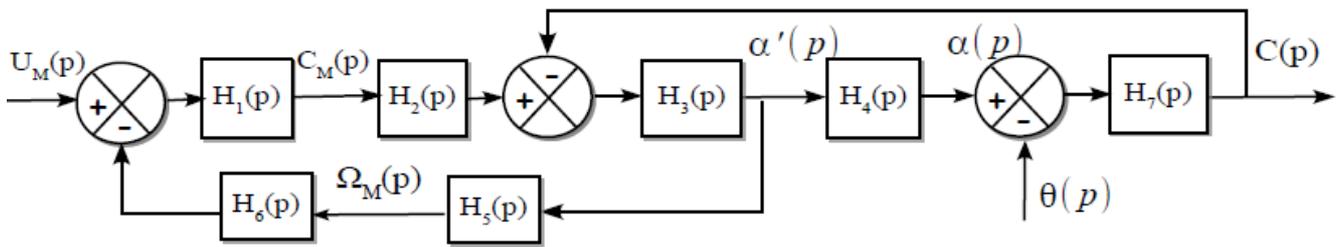
Les informations délivrées par les capteurs sont traitées par un calculateur qui élabore la commande en tension du moteur appliquée au variateur.

Question 1

Compléter la chaîne fonctionnelle du document-réponse.

Modélisation de la chaîne d'énergie

A partir de la structuration de la chaîne d'énergie, on retient le modèle décrit par le schéma-bloc suivant (schéma également donné dans le document réponses) :



Avec les grandeurs temporelles suivantes :

- ✓ $u_M(t)$: tension d'alimentation moteur (V).
- ✓ $C_M(t)$: couple moteur (N.m).
- ✓ $\omega_M(t)$: vitesse angulaire moteur (rad.s^{-1}).
- ✓ $\alpha(t)$: angle de rotation du basculeur (rad et rad.s^{-1}).
- ✓ $\alpha'(t) = \omega(t) = \frac{d\alpha(t)}{dt}$: vitesse de rotation du basculeur (rad et rad.s^{-1}).
- ✓ $\theta(t)$: angle de rotation du pied (rad).
- ✓ $C(t)$: couple exerce par le pied (N.m).

Le moteur électrique est régi par les équations électriques et de couplage suivante :

$$u_M(t) = R.i(t) + e(t) \quad e(t) = k_c.\omega_M(t) \quad C_M(t) = k_c.i(t)$$

Avec $i(t)$ courant moteur et $e(t)$ force contre électromotrice.

Question 2

Exprimer $C_M(p)$ en fonction de $U_M(p)$ et de $\Omega_M(p)$.

En déduire les expressions littérales des fonctions de transfert blocs $H_1(p)$ et $H_6(p)$.

Le mouvement de rotation du moteur est adapté par l'intermédiaire d'un système poulies-courroie suivi d'un système vis-écrou.

On note donne les équations : $\alpha'(t) = \omega(t) = \frac{d\alpha(t)}{dt}$ et $\alpha'(t) = r.\omega_M(t)$

Question 3

Déterminer les expressions littérales des blocs $H_4(p)$ et $H_5(p)$.

On donne l'équation différentielle qui caractérise le comportement dynamique de la

prothèse :
$$J \cdot \frac{d^2\alpha(t)}{dt^2} + \mu \cdot \frac{d\alpha(t)}{dt} = r \cdot C_M(t) - r^2 \cdot C(t)$$

Question 4

Exprimer $p \cdot \alpha(p)$ en fonction de $C_M(p)$ et $C(p)$.

En déduire les expressions littérales des blocs $H_2(p)$ et $H_3(p)$.

Mise en place de l'asservissement en couple

L'asservissement en couple est réalisé grâce à un capteur de couple qui délivre une tension $U_{mes}(p)$ image du couple $C(p)$. On note K_{capt} le gain de ce capteur.

D'autre part, un bloc d'adaptation de gain K_A permet d'obtenir une tension $U_{th}(p)$ image du couple de consigne $C_{th}(p)$.

L'écart $\varepsilon(p)$ entre les tensions $U_{th}(p)$ et $U_{mes}(p)$ est corrigé par un correcteur de fonction de transfert $H_C(p)$ qui délivre la tension $U_M(p)$ au moteur par l'intermédiaire de l'amplificateur de gain K_{amp} .

Question 5

Compléter le schéma-bloc du document-réponse afin de mettre en place l'asservissement en couple. Donner le gain K_{adap} permettant de réaliser un asservissement correct.

Tableau des Transformées de Laplace usuelles.

Domaine temporel	Domaine de Laplace	Domaine temporel	Domaine de Laplace
$\delta(t)$	1	$\sin \omega t$	$\frac{\omega}{p^2 + \omega^2}$
K	$\frac{K}{p}$	$\cos \omega t$	$\frac{p}{p^2 + \omega^2}$

Document réponses, DS PCSI1, octobre 2024

Exercice 3.

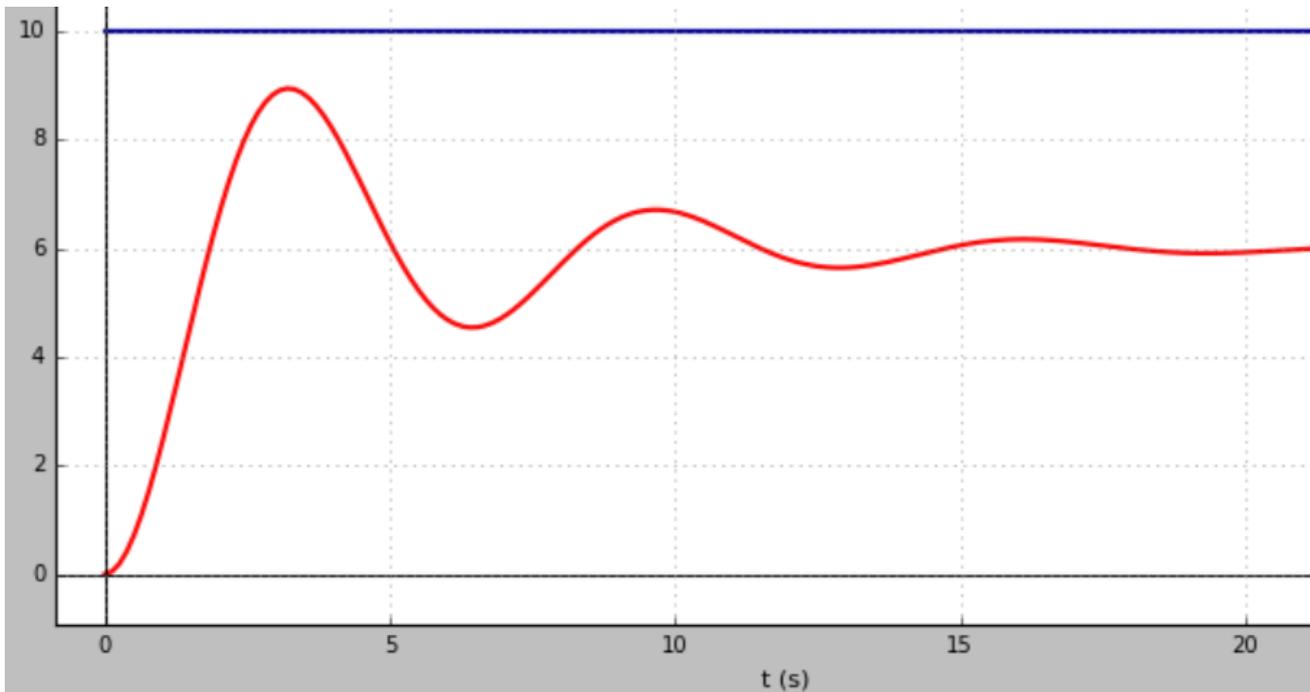
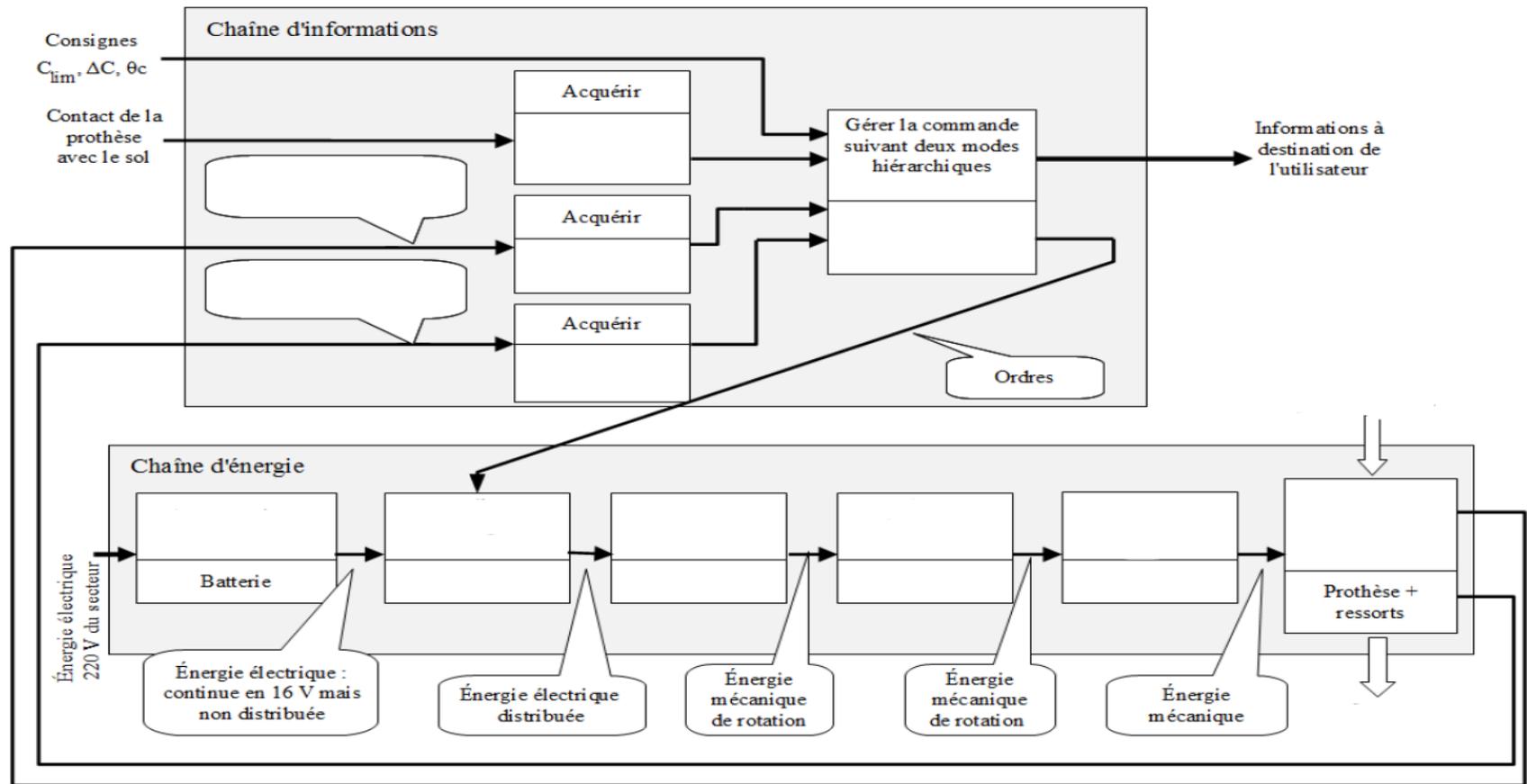


Tableau des Transformées de Laplace usuelles.

<i>Domaine temporel</i>	<i>Domaine de Laplace</i>	<i>Domaine temporel</i>	<i>Domaine de Laplace</i>
$\delta(t)$	1	$\sin \omega t$	$\frac{\omega}{p^2 + \omega^2}$
K	$\frac{K}{p}$	$\cos \omega t$	$\frac{p}{p^2 + \omega^2}$

Exercice 4,
question 1.



Exercice 4, question 5.

