

# Etude et réglage des systèmes asservis 2

## Correction des systèmes asservis

### 1. But du correcteur.

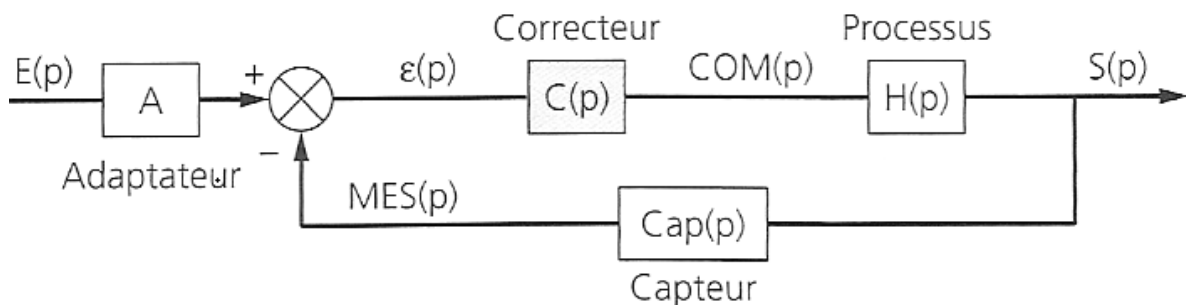
Le correcteur permet d'améliorer les performances de l'asservissement, c'est à dire :

- ✓ La rapidité (temps de réponse à 5%, pulsation au gain unité de la FTBO).
- ✓ La précision (erreur statique indicielle ou erreur de trainage).
- ✓ Les dépassements (stabilité relative).
- ✓ La stabilité (marges de phase et de gain).

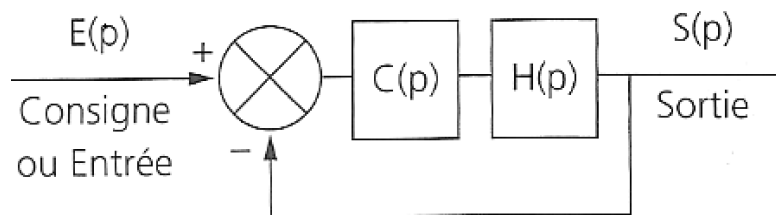
Toutes ces performances peuvent être étudiées avec le diagramme de Bode de la FTBO.

### Place du correcteur

On place généralement le correcteur après le comparateur.



Pour que le système soit précis (condition nécessaire) le capteur et l'adaptateur doivent avoir le même gain. On peut alors mettre le schéma bloc sous forme de schéma bloc à retour unitaire.

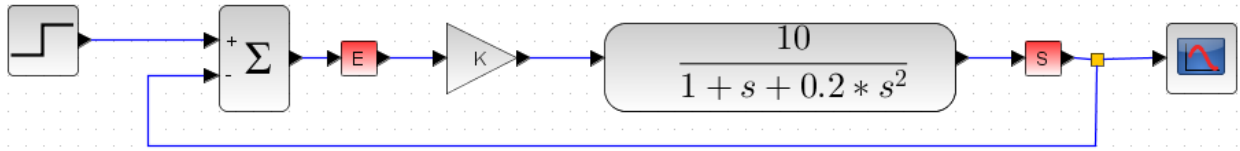


### 2. Correcteur proportionnel $C(p) = K$ .

Lorsque  $K$  augmente ( $\nearrow$ ) :

- ⇒ Le système réagit plus fortement (pour un même écart).
- ⇒ Le diagramme de gain de la FTBO translate vers le haut, la pulsation de coupure au gain unité augmente (tous les systèmes sont des filtres passe bas).
- ⇒ La précision  $\nearrow$ , la stabilité  $\searrow$ , le temps de montée  $\searrow$ .
- ⇒ Cela peut provoquer des oscillations et des dépassements de plus en plus importants, ce qui rend le système moins rapide. D'où l'importance d'avoir des marges de stabilité suffisantes.

Exemple : Soit le système asservi suivant.



Réponse temporelle à un échelon unitaire avec K= 0,2 ; 1 et 4

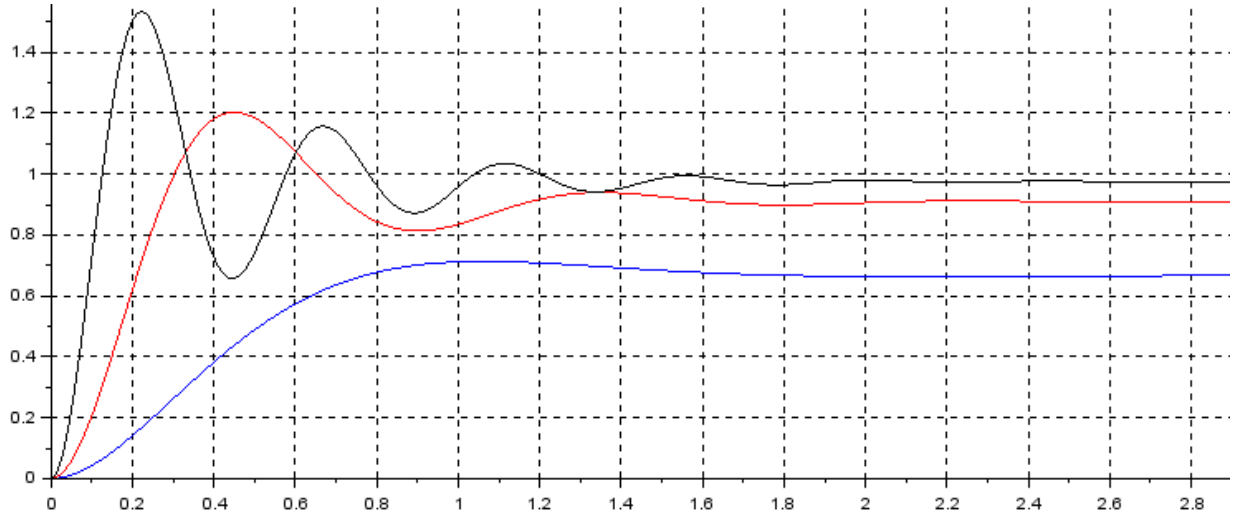
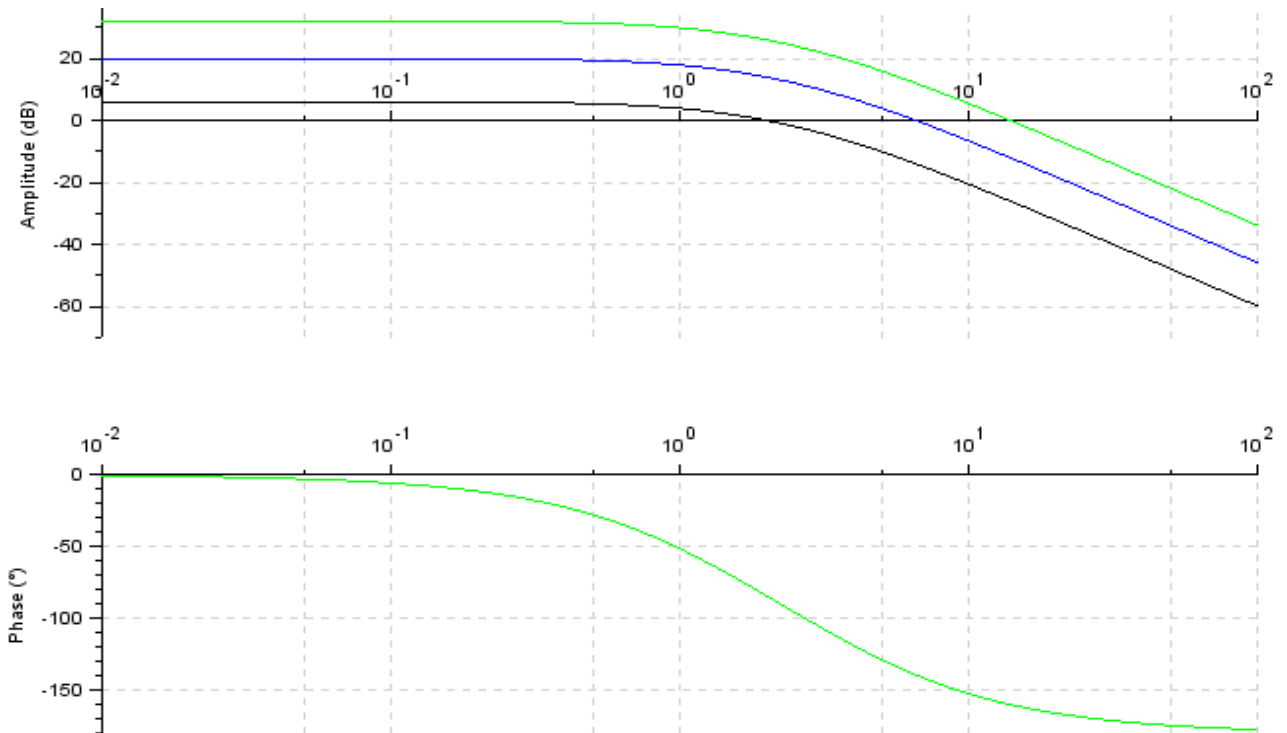


Diagramme de Bode de la FTBO avec K= 0,2 ; 1 et 4.

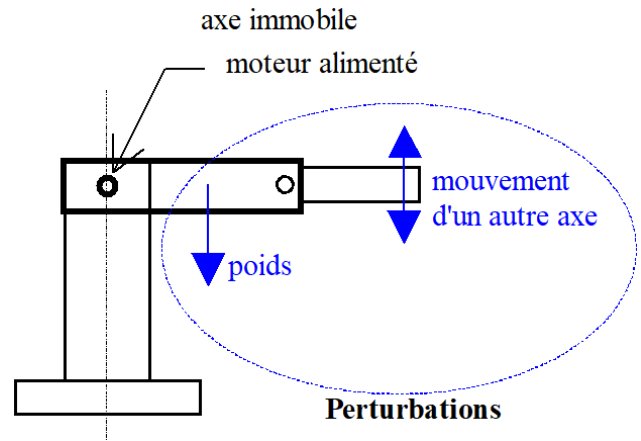


**Inconvénient majeur :**

si l'erreur est nulle alors le signal de commande aussi, donc l'actionneur n'est plus alimenté en énergie.

Or en présence de perturbations (poids, sollicitation extérieur,...) le moteur d'un axe de robot doit rester alimenté pour maintenir sa position.

Pour ce type de système, l'erreur statique n'est évidemment pas nulle en présence de perturbations même constantes.



**Illustration :**

Soit le système asservi suivant

$$H(p) = \frac{1,7.K}{p.(1 + 0,03.p)}$$

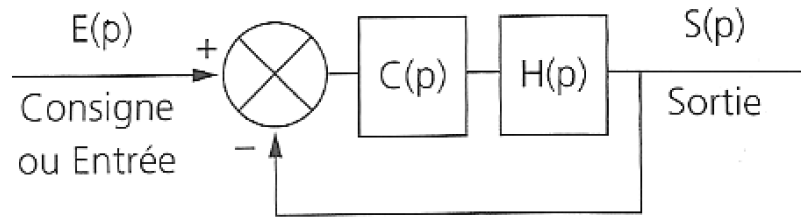
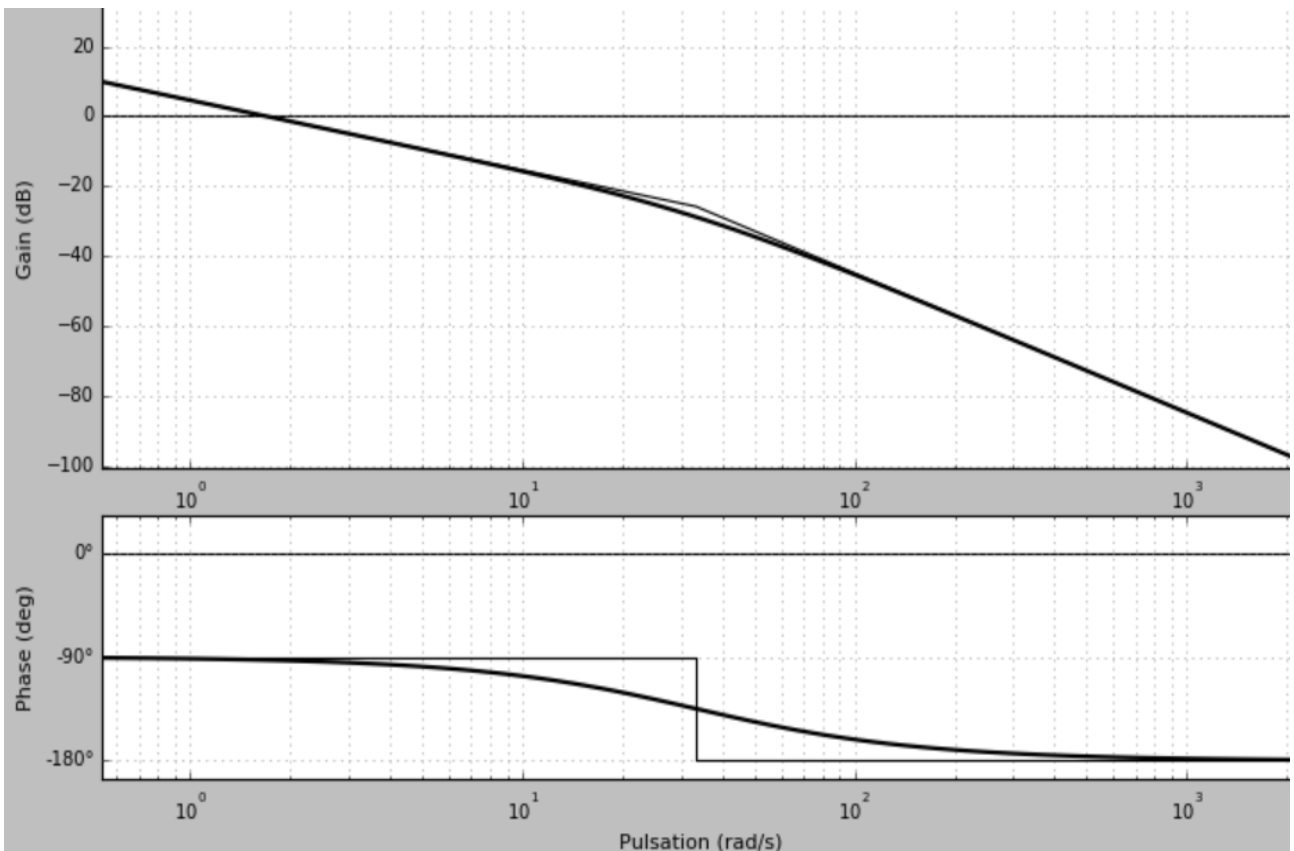


Diagramme de Bode de  $H(p) = \frac{1,7.K}{p.(1 + 0,03.p)}$



**Marges de stabilité :**

Réglage du correcteur pour avoir  $M\varphi = 45^\circ$

Réponse temporelle non corrigé et corrigé.

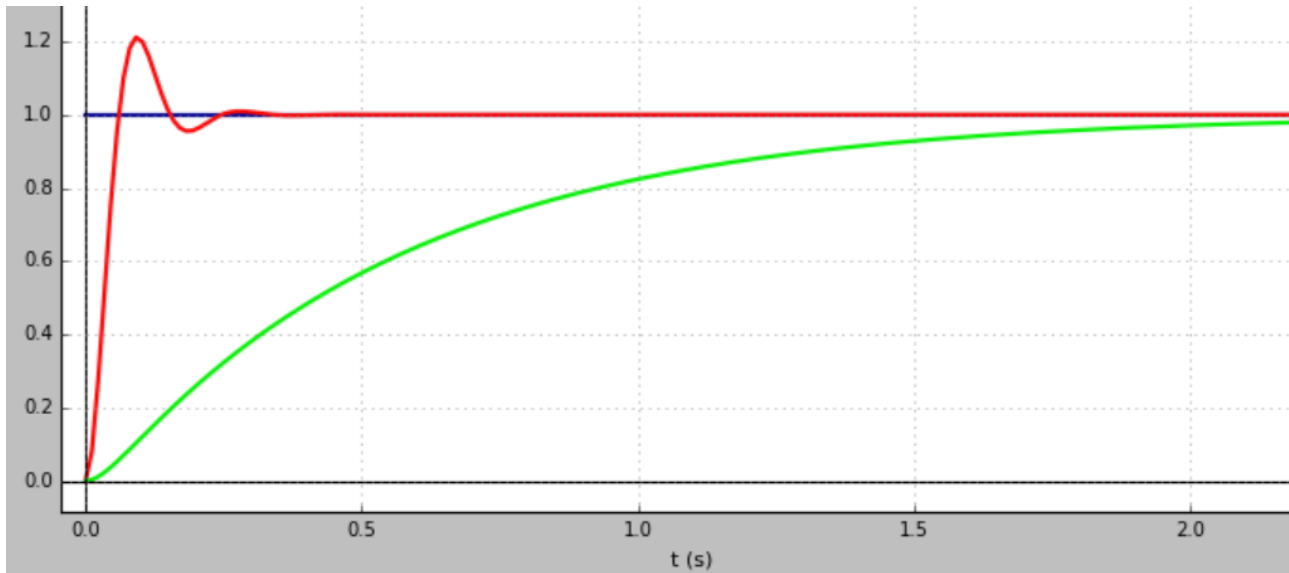
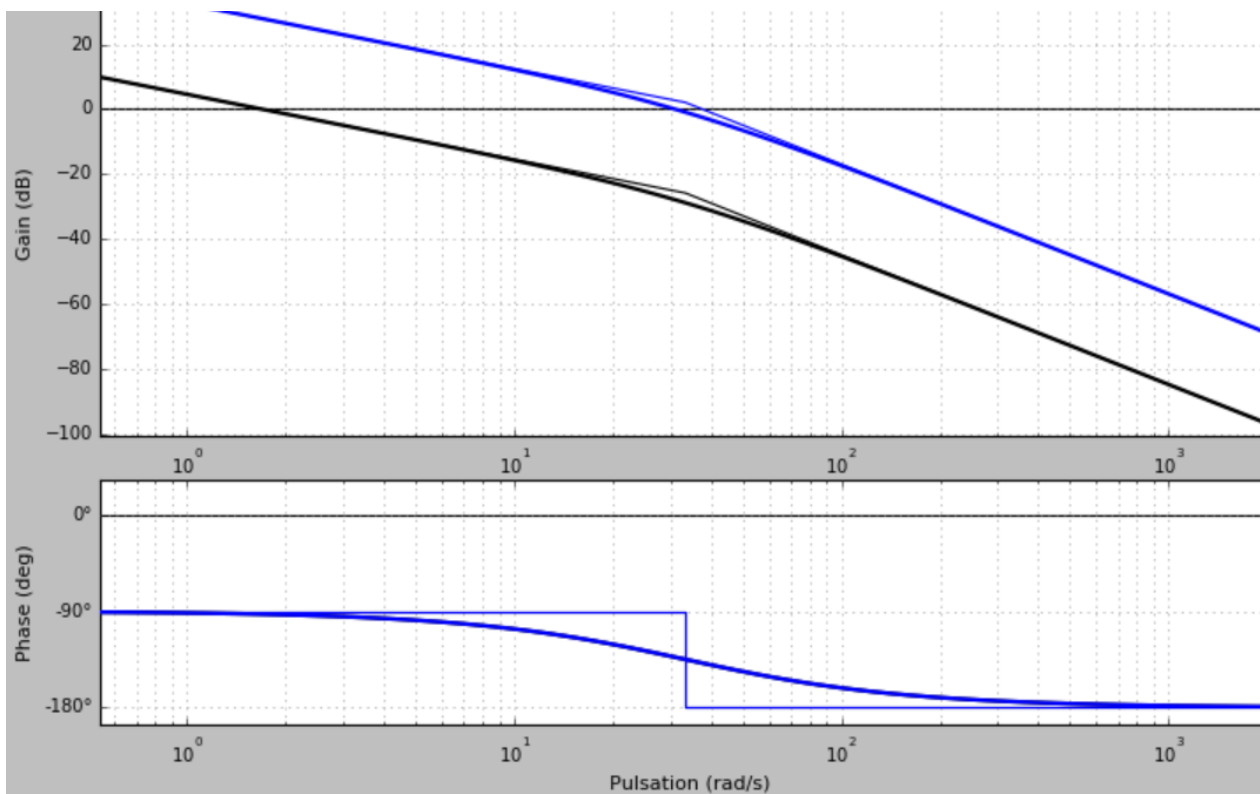
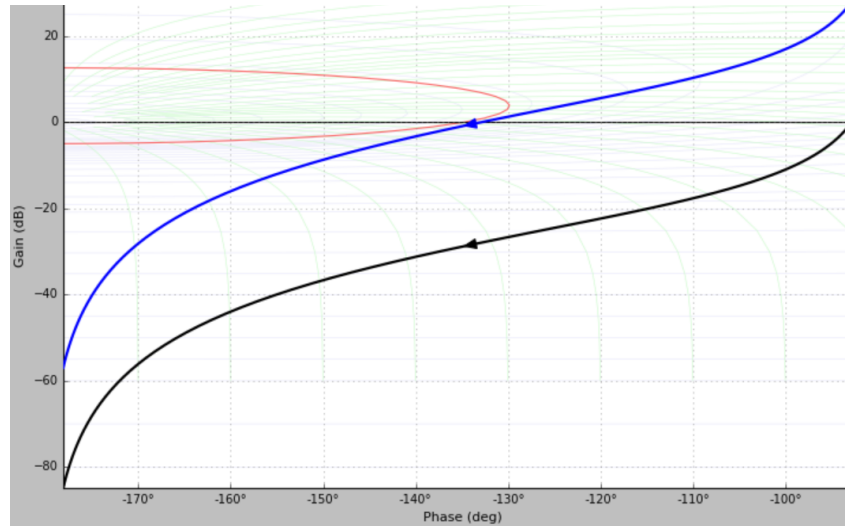


Diagramme de Bode de la FTBO corrigé et non corrigé



Pour information (pas au programme) :  
 Diagramme de Black de la FTBO non corrigé et corrigé.



### 3. Correcteur intégral (effet intégral) $C(p) = \frac{K}{p}$ .

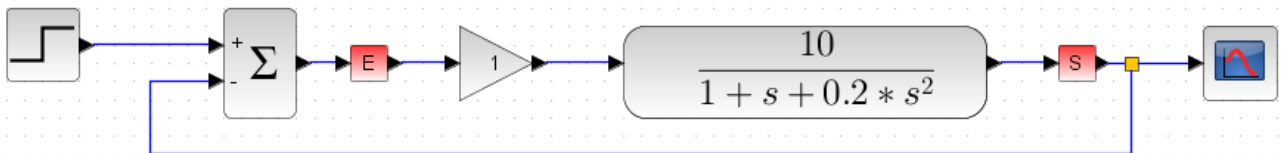
Ce correcteur est rarement utilisé seul, il est utilisé en complément d'une action proportionnel.

Nous allons étudier son effet.

Ce correcteur, en apportant une intégration dans la FTBO, permet d'améliorer la précision.

Par contre, il introduit par contre un déphasage de  $-90^\circ$  qui dégrade la stabilité par diminution de la marge de phase.

Illustration : Soit le système non corrigé suivant.



Réponse temporelle à un échelon unitaire.

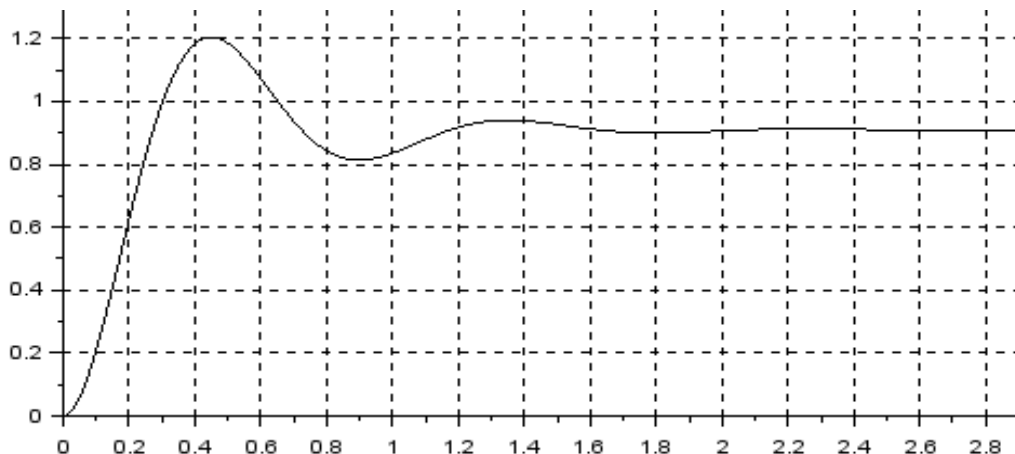
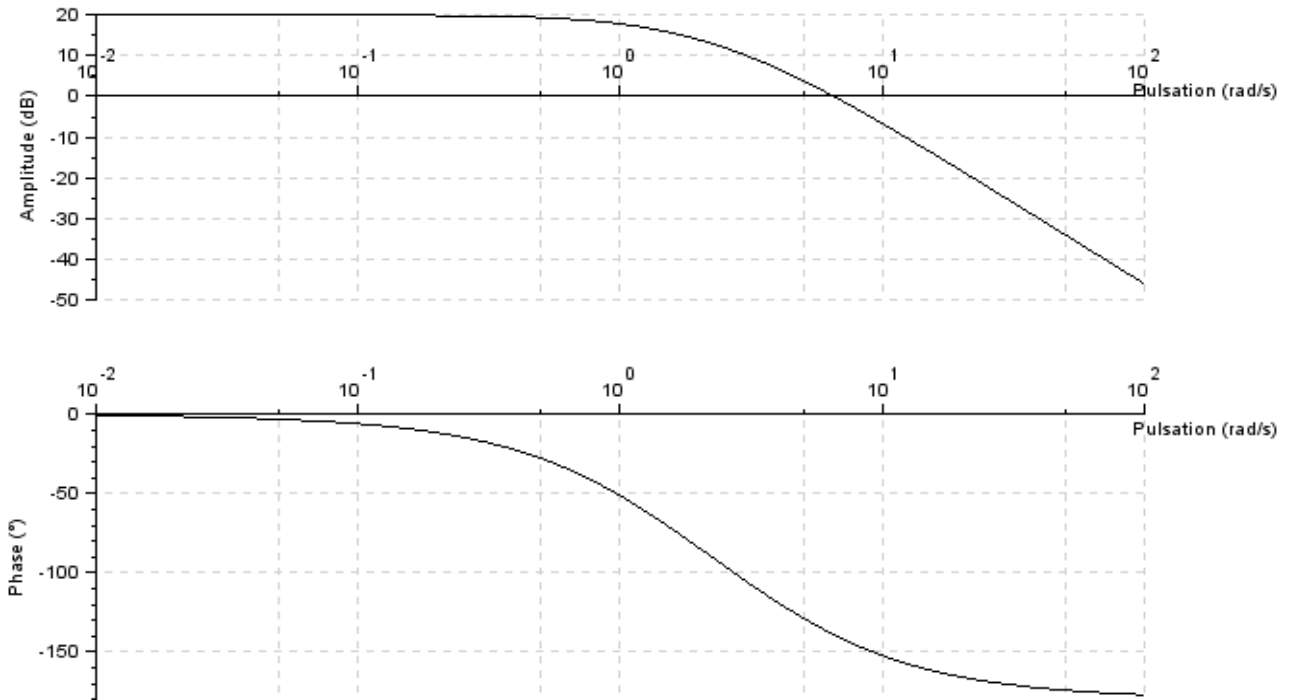
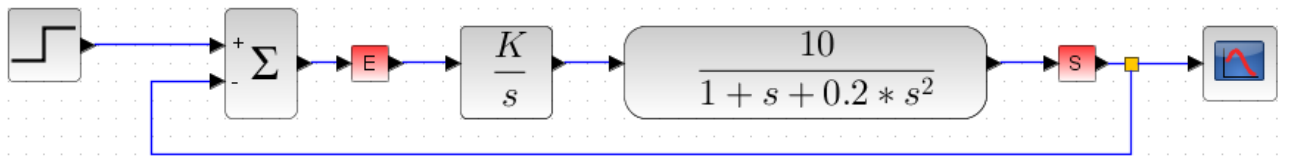


Diagramme de Bode de la FTBO.



On utilise un correcteur intégral pur avec  $K = 0,1 ; 0,2 ; 0,4$  et  $0,6$ .



Réponse temporelle à un échelon unitaire du système corrigé.

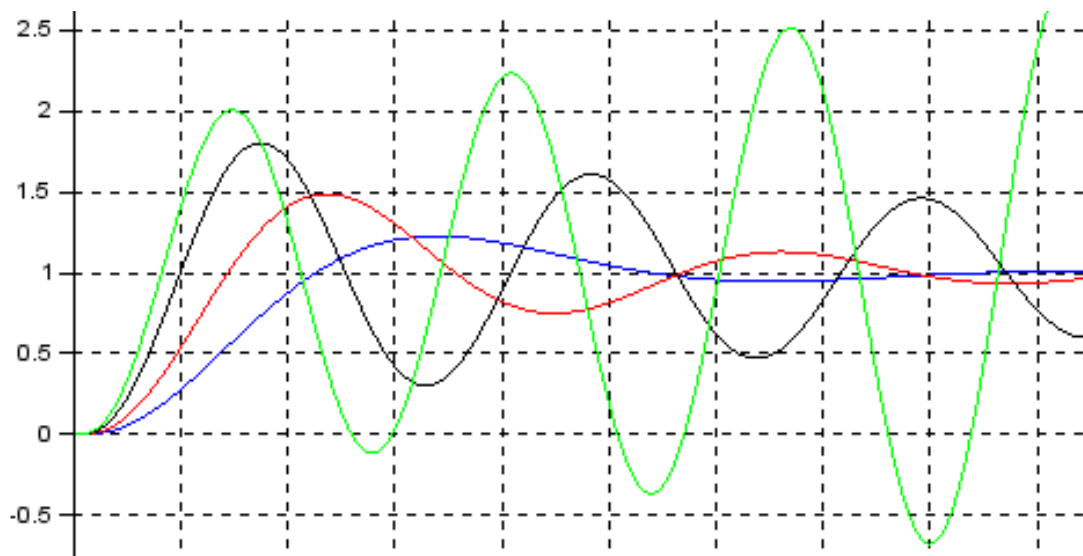
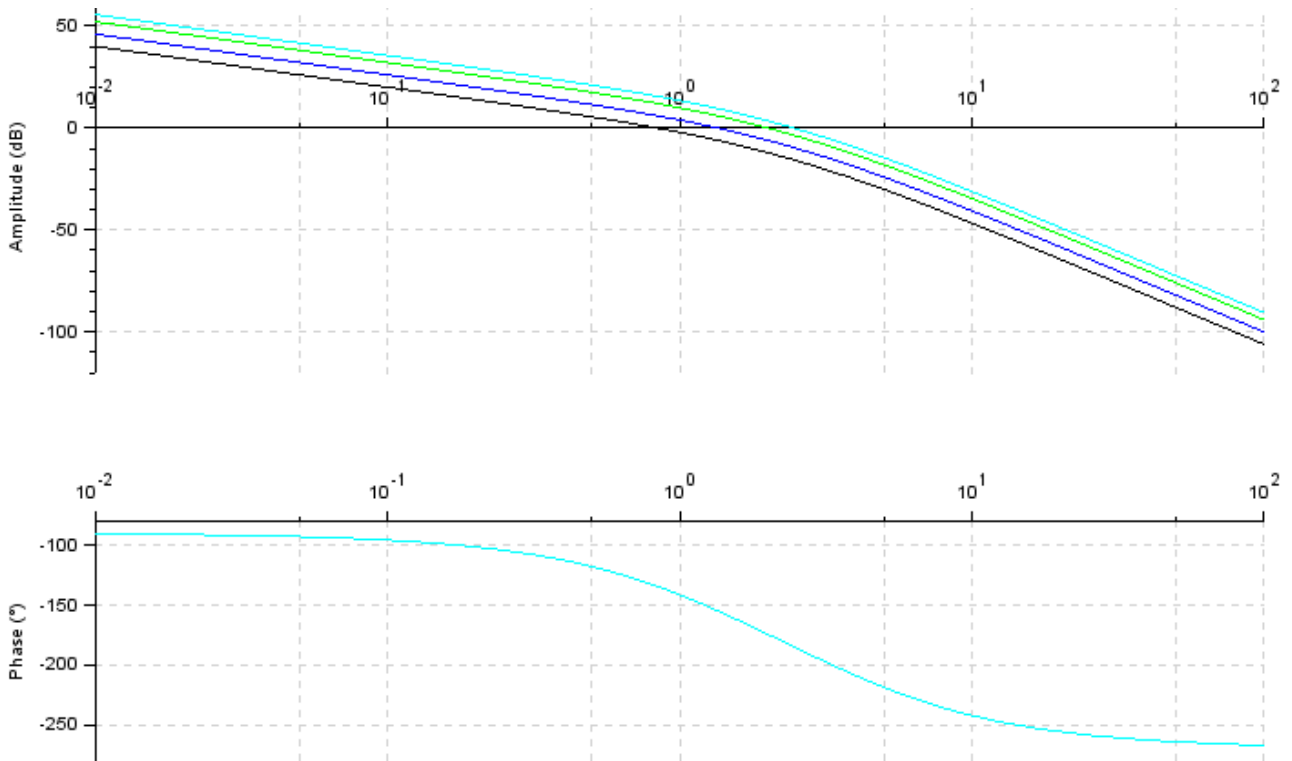
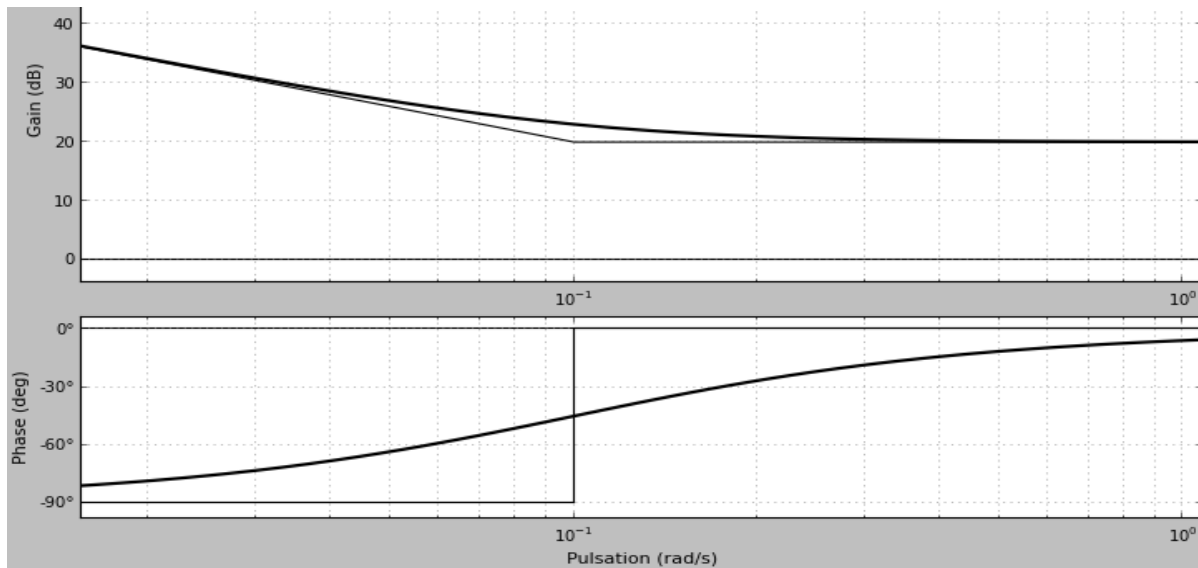


Diagramme de Bode de la FTBO du système corrigé.



4. Correcteur proportionnel intégral  $C(p) = K \cdot \frac{1+T \cdot p}{T \cdot p}$ .

Diagramme de Bode de  $C(p) = K \cdot \frac{1+T \cdot p}{T \cdot p}$



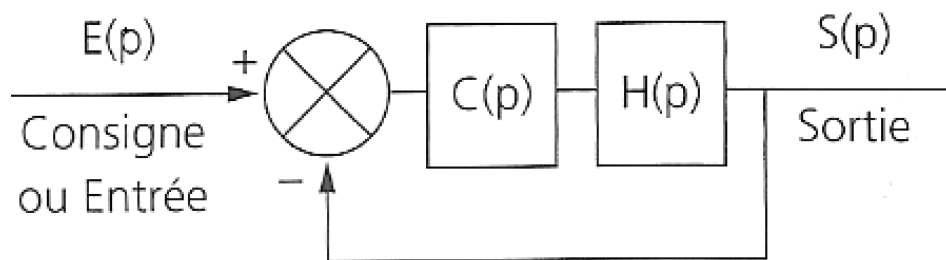
Ce correcteur :

- ✓ Possède 2 réglages : K agit sur le gain et T agit sur la phase.
- ✓ Améliore la précision en apportant une intégration dans la FTBO.
- ✓ Améliore la stabilité par le réglage de K (le déphasage de  $-90^\circ$  aux basses fréquences dégrade la stabilité).

Réglage : 2 possibilités

- ✓ On choisit une cassure suffisamment loin de la zone de mesure des marges de stabilité (environ une décade), puis on ajuste le terme proportionnel en fonction des marges souhaitées.
- ✓ On choisit T afin que le pôle le plus lent de la FTBO non corrigé soit « effacé » par le correcteur, puis on ajuste le terme proportionnel en fonction des marges souhaitées.

Illustration : Soit le système asservi suivant



$$H(p) = \frac{5}{(1 + 0,1 \cdot p)^2 \cdot (1 + 0,05 \cdot p)}$$

$$C(p) = 0,14 \cdot \frac{1 + 0,1 \cdot p}{0,1 \cdot p}$$

Réponse temporelle à un échelon unitaire du système non corrigé et corrigé.

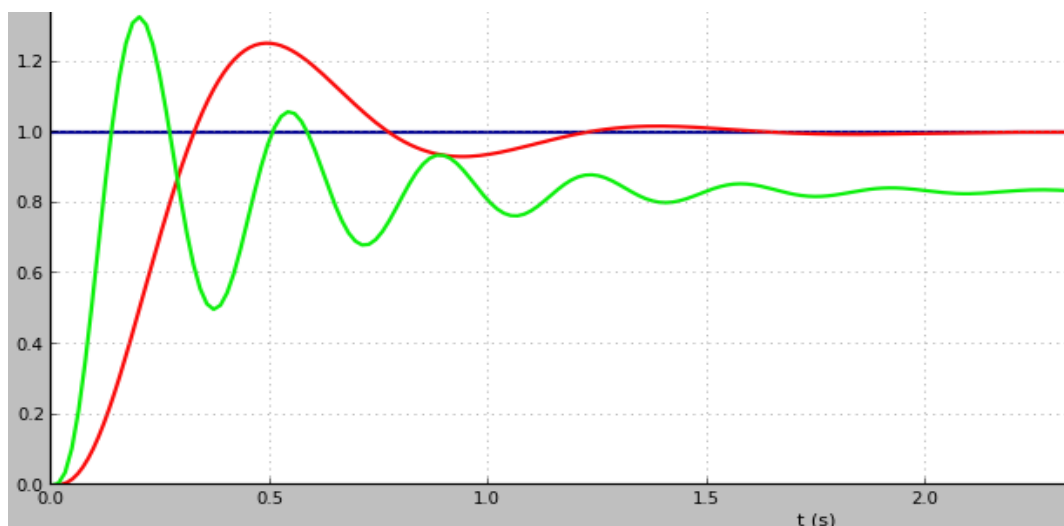
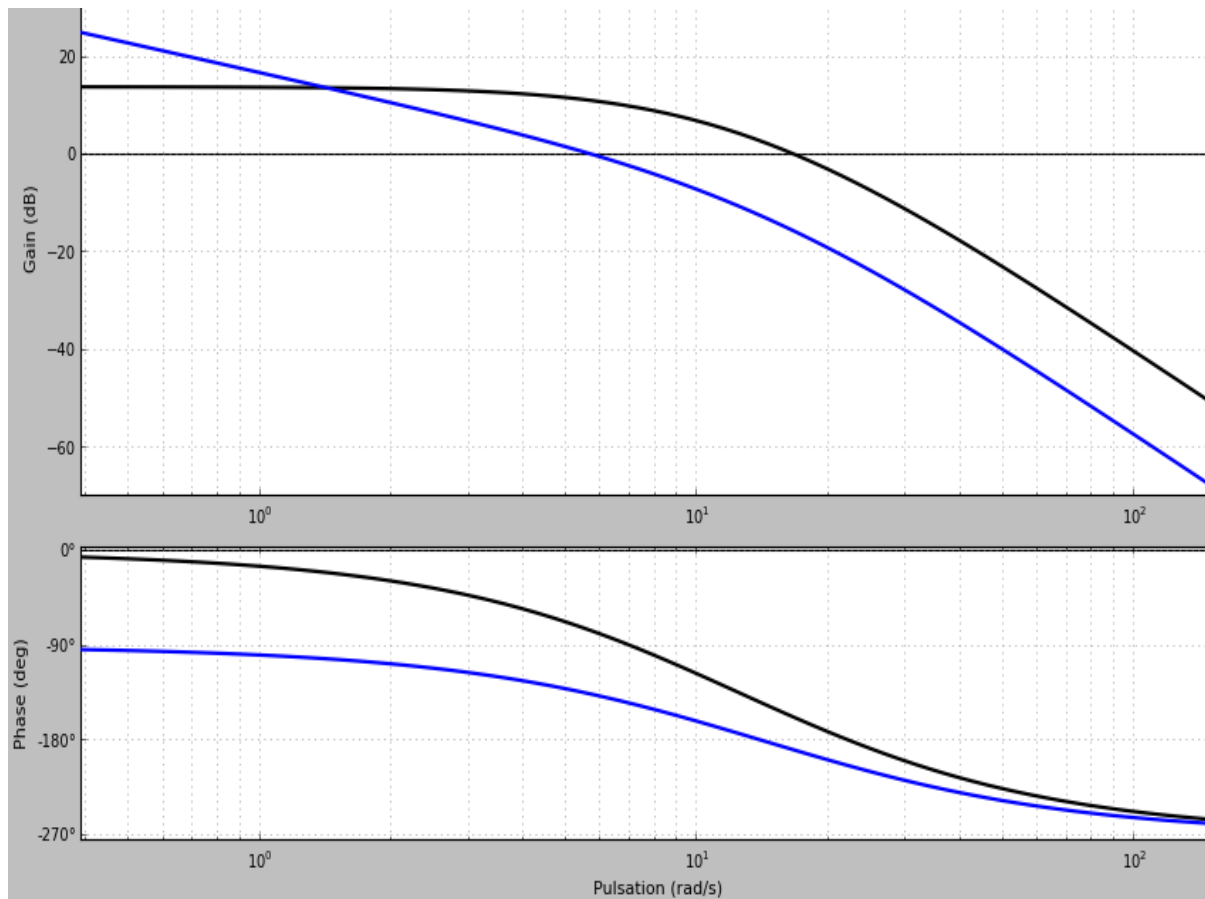


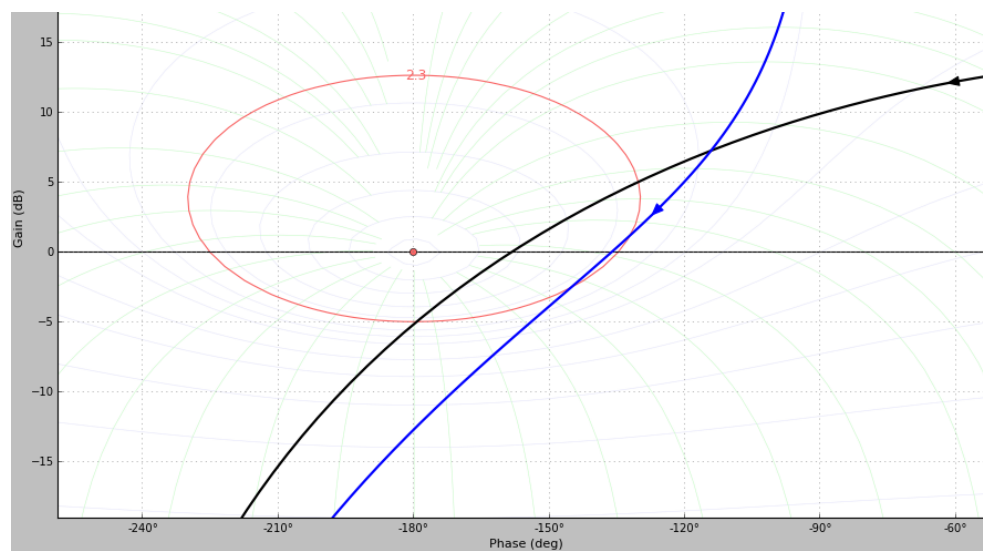


Diagramme de Bode de la FTBO non corrigé et corrigé.



Pour information (pas au programme) :

Diagramme de Black de la FTBO non corrigé et corrigé.



### 3.1. Correcteur proportionnel dérivé $C(p) = K.(1 + T.p)$ .

Ce correcteur améliore la stabilité en apportant une phase positive de  $+90^\circ$  pour les hautes fréquences.

Ce correcteur est purement théorique. En effet, le gain est infini pour les pulsations infinies.

Par contre il est possible de réaliser le correcteur proportionnel dérivé approché appelé

correcteur à avance de phase :  $C(p) = K \cdot \frac{(1 + a.T.p)}{(1 + T.p)}$  avec  $a > 1$ .

Diagramme de Bode de :  $C(p) = K.(1 + T.p)$

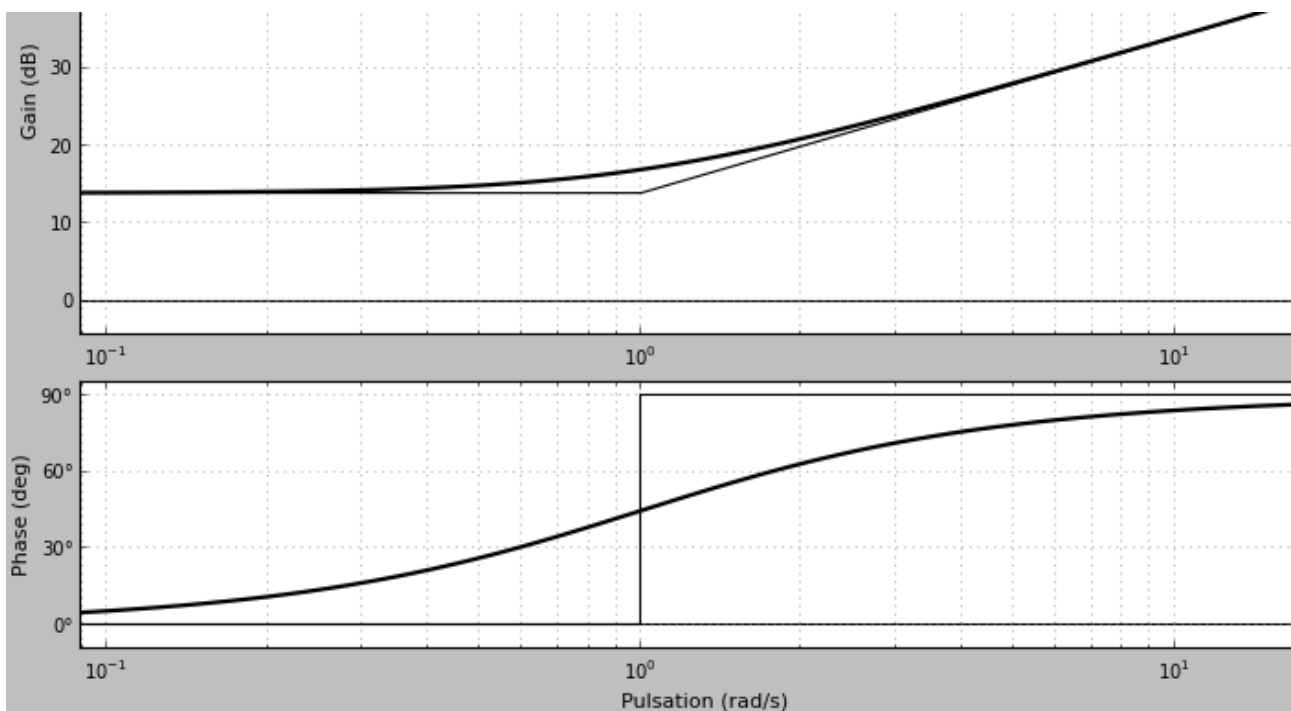
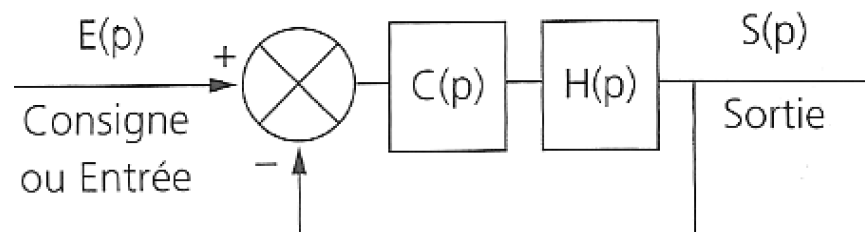


Illustration :

Soit le système asservi suivant



$$H(p) = \frac{1}{p^2 \cdot (1 + 0,5.p)}$$

$$C(p) = 0,4 \cdot (1 + 5.p)$$

Réponse temporelle à un échelon unitaire du système non corrigé.

Le système est instable.

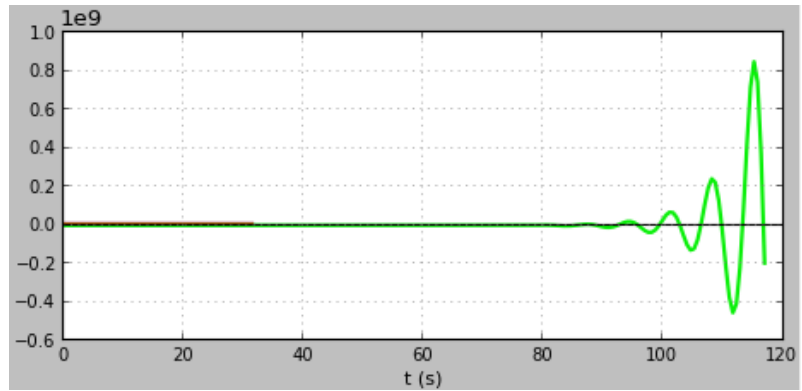
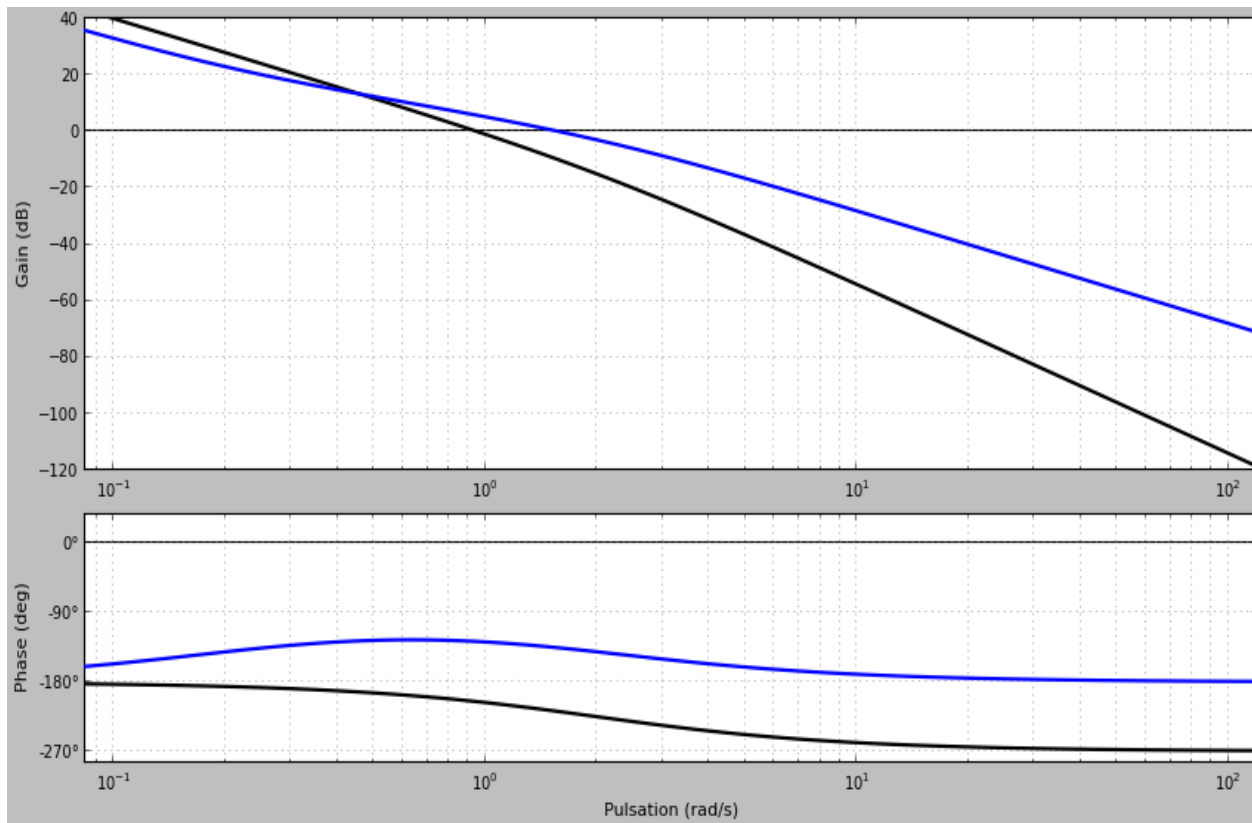
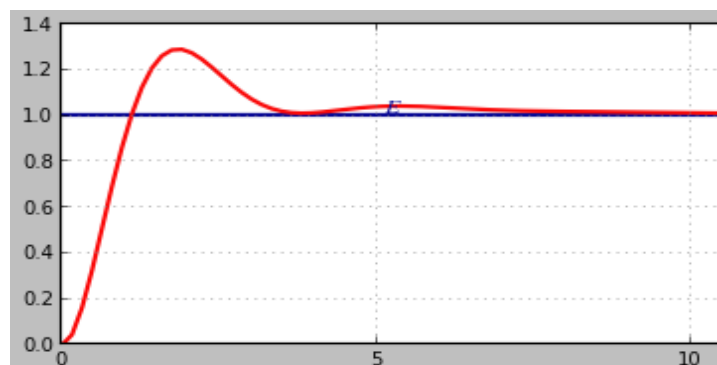


Diagramme de Bode de la FTBO non corrigé et corrigé.



Réponse temporelle à un échelon unitaire du système corrigé.



## 5. Correcteur à avance de phase : $C(p) = K \cdot \frac{(1 + aT \cdot p)}{(1 + T \cdot p)}$ $a > 1$

Ce correcteur apporte une phase positive de  $+90^\circ$ . Il permet donc d'améliorer :

- ✓ La stabilité (augmentation des marges de gain et de phase).
- ✓ La rapidité ((augmentation de la bande passante).

Diagramme de Bode de :  $C(p) = K \cdot \frac{(1 + aT \cdot p)}{(1 + T \cdot p)}$

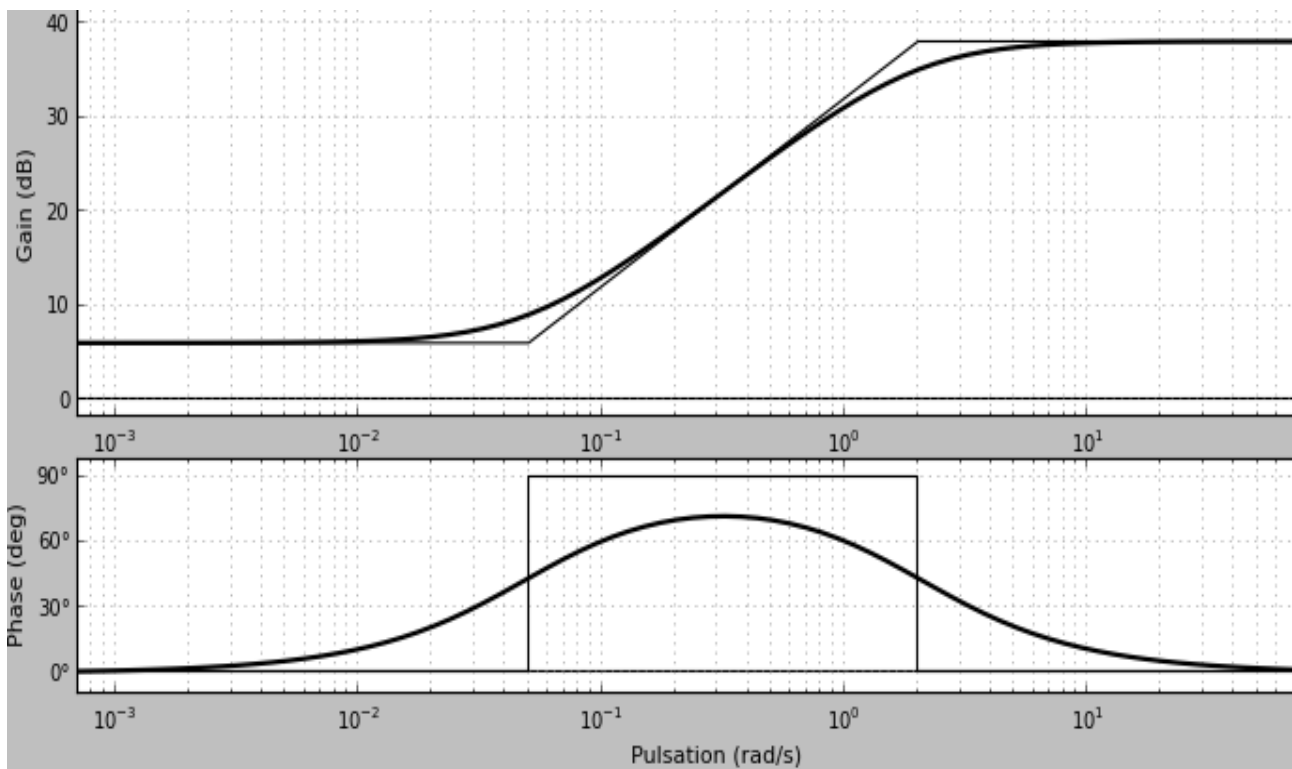
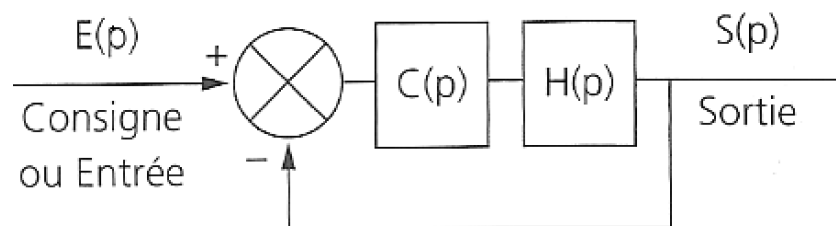


Illustration :

Soit le système asservi suivant



$$H(p) = \frac{20}{p \cdot (1 + 0,5 \cdot p)}$$

$$C(p) = \frac{1 + 0,21 \cdot p}{1 + 0,07 \cdot p}$$

Réponse temporelle à un échelon unitaire du système non corrigé.

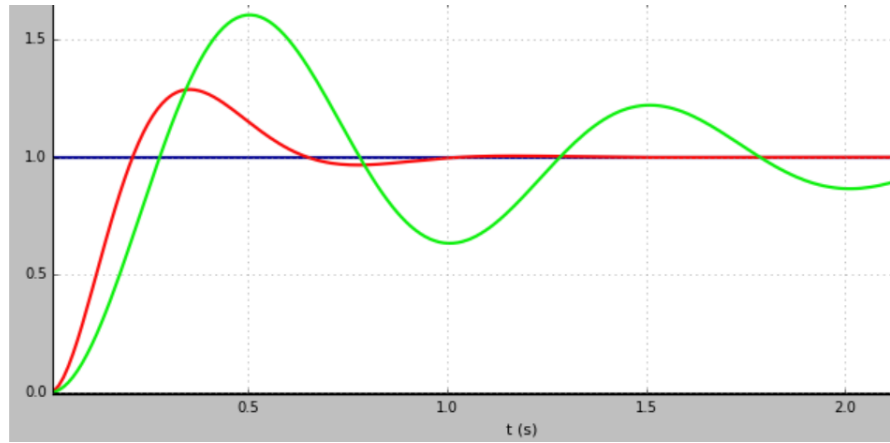
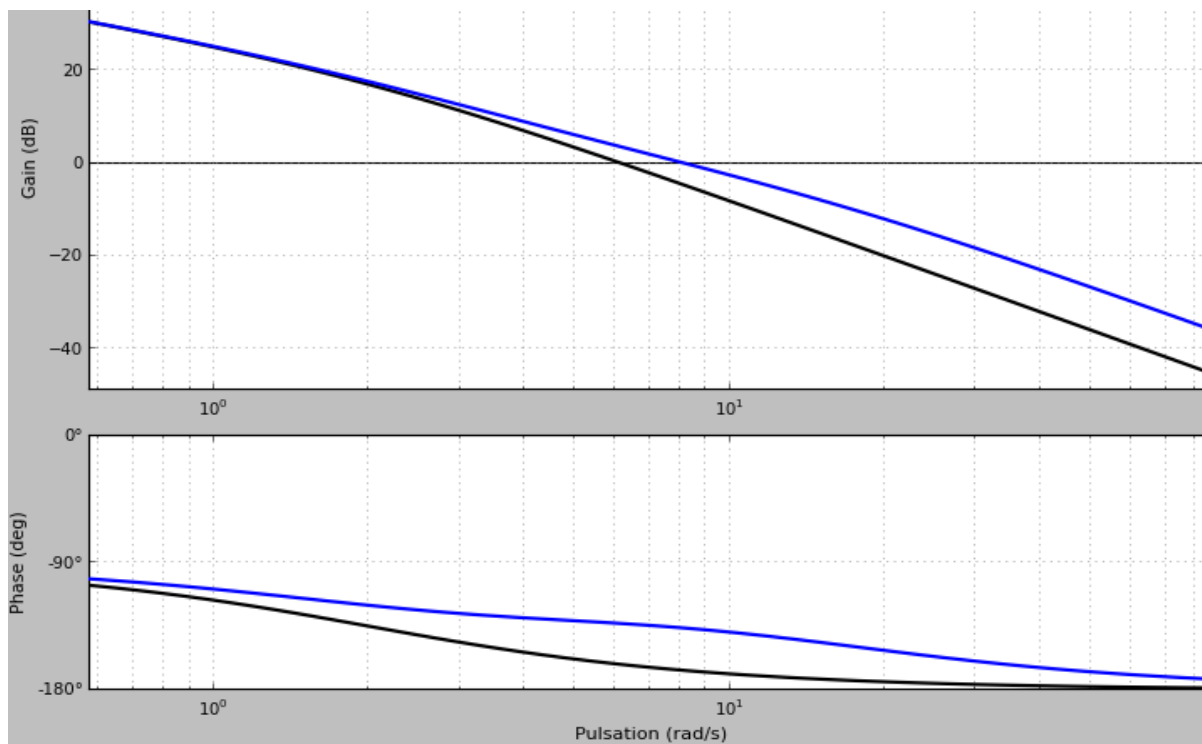
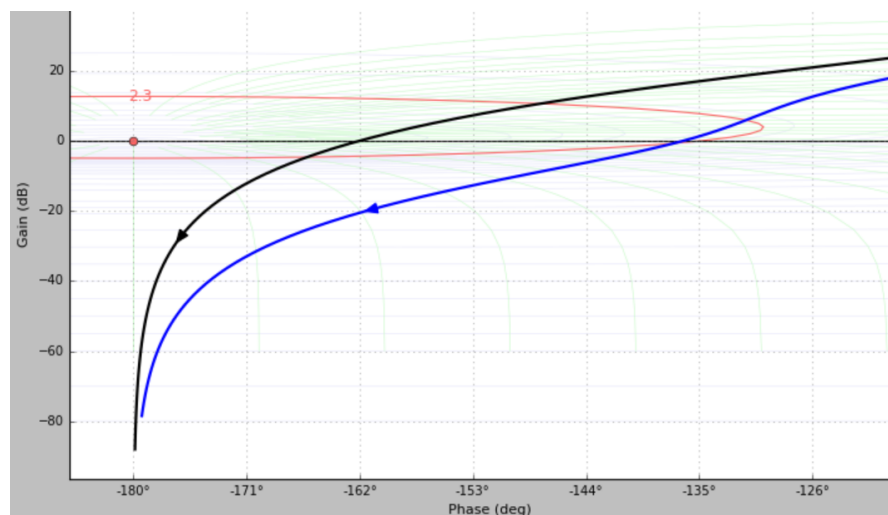


Diagramme de Bode de la FTBO non corrigé et corrigé.



Pour information (pas au programme) :

Diagramme de Black de la FTBO non corrigé et corrigé.



Réglage d'un correcteur à avance de phase :  $C(p) = K \cdot \frac{(1 + a.T.p)}{(1 + T.p)}$

Diagramme de Bode de  $C(p)$

Deux cassures :  $\omega_1 = \frac{1}{a.T}$  et  $\omega_2 = \frac{1}{T}$ .

Maximum de phase pour :  $\omega_M = \sqrt{\omega_1 \cdot \omega_2} = \frac{1}{T \cdot \sqrt{a}}$

Pour  $\omega = \omega_M = \frac{1}{T \cdot \sqrt{a}}$  :  $|C(p)| = K \cdot \sqrt{a}$

Maximum de phase :  $\sin \varphi_M = \frac{a-1}{a+1}$  et  $a = \frac{1 + \sin \varphi_M}{1 - \sin \varphi_M}$

Méthode de réglage d'un correcteur à avance de phase:

- ⇒ « a » permet de doser l'apport de phase.
- ⇒ « T » permet de positionner l'apport de phase à proximité du point critique.

Avec un correcteur PI, on place la cassure loin de la zone de mesure des marges de stabilité.

Avec un correcteur à avance de phase, on place le maximum d'apport de phase dans la zone de mesure des marges de stabilité.

Exemple de réglage :

On donne le cahier des charges suivant :  $M_\varphi = 45^\circ$ ,  $M_G = 20db$ ,

$\omega_{0db} = \dots$  (pulsation de coupure à 0db ou pulsation au gain unité de la FTBO)

1. On note sur la FTBO non corrigé la marge de phase à la pulsation  $\omega_{0db}$ , on en

déduit l'apport de phase puis  $a$  avec la relation :  $a = \frac{1 + \sin \varphi_M}{1 - \sin \varphi_M}$ .

2. On place le maximum d'apport de phase à la pulsation  $\omega_{0db}$ , on en déduit  $T$  avec

la relation  $\omega = \omega_M = \frac{1}{T \cdot \sqrt{a}}$ .

3. On règle  $K$  afin que le gain soit nul à la pulsation  $\omega_{0db}$ .

Remarque : Il existe des correcteur PID...