Dynamique des systèmes de solides 2

I. Introduction.

Plutôt que d'utiliser le Principe Fondamentale de la Dynamique il est parfois intéressant de disposer d'un théorème exprimant la conservation de l'énergie.

But :

- ✓ Ecrire rapidement l'équation de mouvement.
- ✓ Déterminer la puissance d'un actionneur.
- ✓ Déterminer le rendement d'un mécanisme.

Avant d'établir ce théorème pour un solide puis un système de solides, nous allons introduire les notions de puissance, travail, énergie et rendement.

II. Puissance d'une action mécanique.

1. Puissance développée à l'instant t par une action mécanique extérieure sur un système matériel dans son mouvement par rapport à un repère R.

Soit un ensemble matériel (Σ) (déformables ou indéformables) en mouvement par rapport à un repère (R).

(Σ) est soumis à une action mécanique tel que en tout point P de (Σ) s'exerce la force élémentaire $d\vec{F}(P)$.

$d\vec{F}(P)$ peut être une action volumique, surfacique ...

Par exemple, dans le cas de la pesanteur, on a $d\vec{F}(P) = -\rho.g.dv.\vec{z}$, avec ρ la masse volumique et $\vec{z}$ vecteur unitaire vertical ascendant.

La puissance développée à l'instant t par cette action mécanique sur (Σ) dans son mouvement par rapport à un repère (R) est :

$$P(action \rightarrow \Sigma / R) = \int_{\Sigma} d\vec{F}(P).\vec{V}(P \in \Sigma / R)$$

Remarque : Si la puissance P(Σ →S/R) est <u>positive</u> alors l'action mécanique est <u>motrice</u>.
Si la puissance P(Σ →S/R) est <u>négative</u> alors l'action mécanique est <u>résistante</u>.

2. Cas du solide

La puissance développée par une action mécanique sur le solide (S), dans le mouvement de (S) par rapport à (R) est égale au commoment du torseur cinématique de (S) par rapport à (R) et du torseur de l'action mécaniques sur S.

$$P(action \rightarrow S/R) = \{\tau(action \rightarrow S)\} \otimes \{V(S/R)\}$$

Démonstration :

Soit un solide (S) en mouvement par rapport à un repère (R).

On exerce sur (S) une action mécanique tel que en tel que en tout point P de (S) s'exerce la force élémentaire $d\vec{F}(P)$.

$$P(action \rightarrow S/R) = \int_S d\vec{F}(P).\vec{V}(P \in S/R)$$

On utilise la relation de VARIGNON avec A un point fixe de (S).

$$\vec{V}(P \in S/R) = \vec{V}(A \in S/R) + \vec{\Omega}(S/R) \wedge \overrightarrow{AP}$$

$$P(action \rightarrow S/R) = \int_S d\vec{F}(P).\vec{V}(A \in S/R) + \int_S d\vec{F}(P).(\vec{\Omega}(S/R) \wedge \overrightarrow{AP})$$

Pour le deuxième terme on utilise la relation $\vec{u}.(\vec{v} \wedge \vec{w}) = \vec{v}.(\vec{w} \wedge \vec{u})$

$$P(action \rightarrow S/R) = \int_S d\vec{F}(P).\vec{V}(A \in S/R) + \int_S \vec{\Omega}(S/R).(\overrightarrow{AP} \wedge d\vec{F}(P))$$

On peut sortir des intégrales $\vec{V}(A \in S/R)$ et $\vec{\Omega}(S/R)$.

$$P(action \rightarrow S/R) = \vec{V}(A \in S/R)\int_S d\vec{F}(P) + \vec{\Omega}(S/R).\int_S \overrightarrow{AP} \wedge d\vec{F}(P)$$

Rappel 1 : Le torseur d'une action mécanique s'écrit :

$$\{\tau_{action \rightarrow S}\} = \left\{ \begin{matrix} \vec{F} \\ \vec{M}(A) \end{matrix} \right\}_A = \left\{ \begin{matrix} \int_S d\vec{F}(P) \\ \int_S \overrightarrow{AP} \wedge d\vec{F}(P) \end{matrix} \right\}_A$$

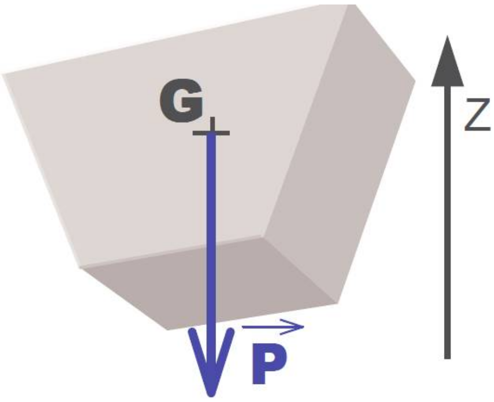
Rappel 2 : Le torseur cinématique s'écrit : $\{V_{S/R}\} = \left\{ \begin{matrix} \vec{\Omega}(S/R) \\ \vec{V}(A \in S/R) \end{matrix} \right\}_A$

Finalement : $P(action \rightarrow S/R) = \vec{V}(A \in S/R).\vec{F} + \vec{\Omega}(S/R).\vec{M}(A)$

$$P(action \rightarrow S/R) = \{\tau_{action \rightarrow S}\}_A \otimes \{V_{S/R}\}_A$$

Remarque : Ce commoment ne dépend pas du point choisi mais les 2 torseurs doivent être exprimés au même point.

Exemple dans le cas de l'action de la pesanteur sur un solide (S)



$$\{\mathcal{T}pes \rightarrow S\} = \begin{Bmatrix} \vec{P} \\ \vec{0} \end{Bmatrix}_G = \begin{Bmatrix} -m.g.\vec{z} \\ \vec{0} \end{Bmatrix}_G$$

$$\{VS/R\} = \begin{Bmatrix} \vec{\Omega}(S/R) \\ \vec{V}(G \in S/R) \end{Bmatrix}_G$$

$$P(pes \rightarrow S/R) = \{\mathcal{T}pes \rightarrow S\}_A \otimes \{V S/R\}_A$$

$$P(pes \rightarrow S/R) = -m.g.\vec{z}.\vec{V}(G \in S/R) = -m.g.\dot{z}_G$$

$\dot{z}_G$: vitesse verticale

III. Puissance des inter-efforts

1. Puissance des efforts intérieurs de liaison entre solides indéformables liés

Soit un système matériel (Σ) constitué de 2 solide (S1) et (S2) en mouvement par rapport à un repère (R) et liés entre eux par une liaison (L_{12}).

Les puissances développées par les actions extérieures s'écrivent :

$$P(\overline{S1} \rightarrow S1/R) = P(\overline{\Sigma} \rightarrow S1/R) + P(S2 \rightarrow S1/R)$$
$$P(\overline{S2} \rightarrow S2/R) = P(\overline{\Sigma} \rightarrow S2/R) + P(S1 \rightarrow S2/R)$$

$$P(\overline{S1} \rightarrow S1/R) + P(\overline{S2} \rightarrow S2/R) =$$
$$P(\overline{\Sigma} \rightarrow S1/R) + P(\overline{\Sigma} \rightarrow S2/R) + P(S2 \rightarrow S1/R) + P(S1 \rightarrow S2/R)$$

Premier terme :

$$P(\overline{\Sigma} \rightarrow S1/R) + P(\overline{\Sigma} \rightarrow S2/R) = P(\overline{\Sigma} \rightarrow S1 + S2/R)$$

$P(\overline{\Sigma} \rightarrow S1 + S2/R)$: Puissance des efforts extérieurs sur le système matériel (Σ).

Deuxième terme :

$$P(S2 \to S1/R) = \{\tau_{S2 \to S1}\} \otimes \{V_{S1/R}\}$$

$$P(S1 \to S2/R) = \{\tau_{S1 \to S2}\} \otimes \{V_{S2/R}\} = -\{\tau_{S2 \to S1}\} \otimes \{V_{S2/R}\}$$

$$P(S2 \to S1/R) + P(S1 \to S2/R) = \{\tau_{S2 \to S1}\} \otimes \left(\{V_{S1/R}\} + \{V_{R/S2}\}\right)$$

$$P(S2 \to S1/R) + P(S1 \to S2/R) = \{\tau_{S2 \to S1}\} \otimes \{V_{S1/S2}\}$$

Puissance dissipée dans la liaison entre les 2 solides.

On l'appelle puissance des inter-efforts et on la note $P(S2 \leftrightarrow S1)$

$$P(S2 \leftrightarrow S1) = P(S2 \to S1/R) + P(S1 \to S2/R) = \{\tau_{S2 \to S1}\} \otimes \{V_{S1/S2}\}$$

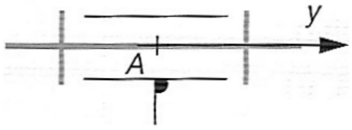
Finalement : Puissances développées par les actions extérieures sur (S1) et (S2) :

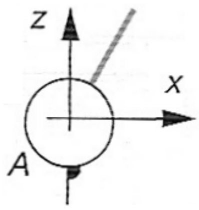
$$P(\overline{S1} \to S1/R) + P(\overline{S2} \to S2/R) = P(\overline{\Sigma} \to S1 + S2/R) + P(S2 \leftrightarrow S1)$$

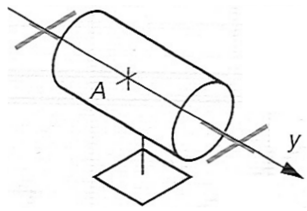
Une liaison parfaite est une liaison qui ne dissipe pas d'énergie : $P(S1 \leftrightarrow S2) = 0$.

Les liaisons normalisées sont des liaisons parfaites.

2. Cas d'une liaison parfaite : Liaison pivot





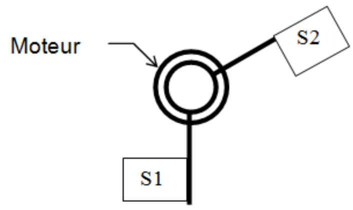


Torseur cinématique : $\{V2/1\} = \begin{Bmatrix} \vec{\Omega}(2/1) \\ V(A \in 2/1) \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 & 0 \\ \omega_y & 0 \\ 0 & 0 \end{Bmatrix}_A$

Torseur d'action mécanique transmissible entre les 2 solides par la liaison pivot : $\{\tau_{1 \to 2}\} = \begin{Bmatrix} \vec{F}_{12} \\ \vec{M}_{12}(A) \end{Bmatrix}_A = \begin{Bmatrix} X_{12} & L_{12} \\ Y_{12} & M_{12} \\ Z_{12} & N_{12} \end{Bmatrix}_A = \begin{Bmatrix} X_{12} & L_{12} \\ Y_{12} & 0 \\ Z_{12} & N_{12} \end{Bmatrix}_A$

Puissance des inter-efforts : $P(S2 \leftrightarrow S1) = \{\tau_{S1 \to S2}\} \otimes \{V_{S2/S1}\} = 0$

3. Cas d'un moteur



$$P(S1 \overset{MOTEUR}{\leftrightarrow} S2) = P(Moteur \to S2/R) + P(Moteur \to S1/R)$$

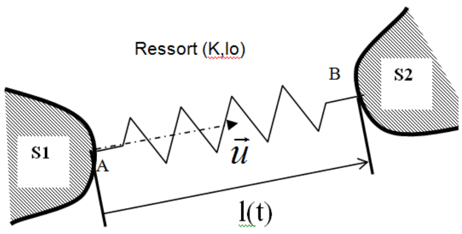
$$P(S1 \overset{MOTEUR}{\leftrightarrow} S2) = \{\tau moteur \to s2\} \otimes \{V S2/R\} + \{\tau moteur \to s1\} \otimes \{V S1/R\}$$

$$P(S1 \overset{MOTEUR}{\leftrightarrow} S2) = \{\tau moteur \to s2\} \otimes \{V S2/R\} + \{\tau moteur \to s2\} \otimes \{V R/S1\}$$

$$P(S1 \overset{MOTEUR}{\leftrightarrow} S2) = \{\tau moteur \to s2\} \otimes \{V S2/S1\} = P(moteur \to S2/S1)$$

$$P(S1 \overset{MOTEUR}{\leftrightarrow} S2) = \vec{C}(moteur \to S2).\vec{\Omega}(S2/S1)$$

4. D'un ressort



$$P(S1 \overset{RESSORT}{\leftrightarrow} S2) = \{\tau ressort \to S2\} \otimes \{V S2/S1\}$$

$$P(S1 \overset{RESSORT}{\leftrightarrow} S2) = P(ressort \to S2/S1)$$

$$P(S1 \overset{RESSORT}{\leftrightarrow} S2) = \vec{F}(ressort \to S2).\vec{V}(B \in S2/S1) = -K(l(t) - l_0).\frac{dl(t)}{dt}$$

5. Cas du contact ponctuel.

Soit 2 solides (S1) et (S2) en contact en un point M.

Soit (π) le plan tangent commun à (S1) et (S2) au point M.

$\vec{t}$ est un vecteur unitaire appartenant au plan (π).

$\vec{n}$ est un vecteur unitaire perpendiculaire au plan (π).

$$\{\tau S1 \to S2\} = \begin{Bmatrix} \vec{F}_{12} \\ \vec{M}_{12}(M) \end{Bmatrix}_M \qquad \{V S2/S1\} = \begin{Bmatrix} \vec{\Omega}(S2/S1) \\ \vec{V}(M \in S2/S1) \end{Bmatrix}_M$$

$$\vec{F}_{12} = \vec{N}_{12} + \vec{T}_{12} = N_{12}.\vec{n} + T_{12}.\vec{t} \qquad \vec{M}_{12}(M) = \vec{0}$$

$$\vec{\Omega}(S2/S1) = \Omega_t.\vec{t} + \Omega_n.\vec{n} \qquad \vec{V}(M \in S2/S1).\vec{n} = 0$$

Cas 1 : Pas de frottement $\vec{F}_{12} = N_{12}.\vec{n}$

Cas 2 : Frottement et glissement $\vec{V}(M \in S2/S1) \neq \vec{0}$.

$|T_{12}| = f.|N_{12}|$ et $\vec{V}(M \in S2/S1).\vec{T}_{12} < 0$

f : Coefficient de frottement (ou facteur de frottement).

$f = \tan\varphi$, φ : angle de frottement.

T_{12} est sur le cône.

Cas 3 : Frottement sans mouvement $\vec{V}(M \in S2/S1) = \vec{0}$.

$|T_{12}| \leq f.|N_{12}|$ T_{12} est à l'intérieur du cône.

Dans certain cas on recherche la limite de l'équilibre ce qui nous amène à se placer sur le cone $|T_{12}| = f.|N_{12}|$.

Cas 4 : Roulement sans glissement $\vec{V}(M \in S2/S1) = \vec{0}$.

Si les frottement ne sont pas nuls, alors $|T_{12}| \leq f.|N_{12}|$.

Puissance dissipée par un contact ponctuel

$$P(S2 \leftrightarrow S1) = \begin{Bmatrix} \vec{F}_{12} \\ \vec{M}_{12}(M) \end{Bmatrix}_M \otimes \begin{Bmatrix} \vec{\Omega}(S2/S1) \\ \vec{V}(M \in S2/S1) \end{Bmatrix}_M$$

$$P(S2 \leftrightarrow S1) = \begin{Bmatrix} N_{12}.\vec{n} + T_{12}.\vec{t} \\ \vec{0} \end{Bmatrix}_M \otimes \begin{Bmatrix} \vec{\Omega}(S2/S1) \\ \vec{V}(M \in S2/S1) \end{Bmatrix}_M$$

$$P(S2 \leftrightarrow S1) = (N_{12}.\vec{n} + T_{12}.\vec{t}).\vec{V}(M \in S2/S1)$$

Rappel : $\vec{V}(M \in S2/S1).\vec{n} = 0$ ⇨ $P(S2 \leftrightarrow S1) = \vec{T}_{12}.\vec{V}(M \in S2/S1)$

La puissance est nulle lorsque :

- ✓ La vitesse de glissement est nulle $\vec{V}(M \in S2/S1) = \vec{0}$
- ✓ Il n'y a pas de frottement $T_{12} = 0$

IV. Théorème de l'énergie cinétique

1. Cas d'un ensemble matériel (Σ).

Soit un ensemble matériel (Σ) (déformables ou indéformables) en mouvement par rapport à un repère (R).

(Σ) est soumis à une action mécanique tel que en tout point P de (Σ) s'exerce la force élémentaire $d\vec{F}(P)$.

La dérivée de l'énergie cinétique de (Σ) est égale à la somme des puissances développées par les actions mécaniques extérieures s'exerçant sur (Σ) et de la puissance des inter-efforts entre les solides de (Σ).

$$\frac{d}{dt}E_c(\Sigma/R) = P(\overline{\Sigma} \to \Sigma/R) + P(\mathrm{int}\,\Sigma)$$

2. Cas d'un seul solide

$$\frac{d}{dt}E_c(S/R) = P(\overline{S} \to S/R)$$

Démonstration dans le cas d'un seul solide :

Principe fondamental de la dynamique : $\{D(S/R)\} = \{\tau(\overline{S} \to S)\}$

On multiplie de chaque coté par le torseur cinématique

$$\{D(S/R)\} \otimes \{V S/R\} = \{\tau(\overline{S} \to S)\} \otimes \{V S/R\}$$

$$\left\{\begin{matrix} \vec{R}_d(E/R) \\ \vec{\delta}(A,E/R) \end{matrix}\right\}_A \otimes \left\{\begin{matrix} \vec{\Omega}(S/R) \\ \vec{V}(A \in S/R) \end{matrix}\right\}_A = P(\overline{S} \to S/R)$$

$$\left\{\begin{matrix} \int_S \vec{a}(P/R).dm \\ \int_S \overrightarrow{AP} \wedge \vec{a}(P/R).dm \end{matrix}\right\}_A \otimes \left\{\begin{matrix} \vec{\Omega}(S/R) \\ \vec{V}(A \in S/R) \end{matrix}\right\}_A = P(\overline{S} \to S/R) = (1)$$

$$(1) = \int_S \vec{a}(P/R).dm\vec{V}(A \in S/R) + \int_S \overrightarrow{AP} \wedge \vec{a}(P/R).dm.\vec{\Omega}(S/R)_A$$

$$\vec{V}(A \in S/R) = \vec{V}(P \in S/R) + \overrightarrow{AP} \wedge \vec{\Omega}(S/R)$$

$$(1)=\int_S \vec{a}(P/R).dm\vec{V}(P\in S/R)+\int_S \vec{a}(P/R).dm.\overrightarrow{AP}\wedge\vec{\Omega}(S/R)+\int_S \overrightarrow{AP}\wedge\vec{a}(P/R).dm.\vec{\Omega}(S/R)$$

$$\int_S \vec{a}(P/R).dm.\overrightarrow{AP}\wedge\vec{\Omega}(S/R)+\int_S \overrightarrow{AP}\wedge\vec{a}(P/R).dm.\vec{\Omega}(S/R)=\vec{0}$$

Produits mixtes opposés (on utilise $\vec{u}.(\vec{v}\wedge\vec{w})=\vec{v}.(\vec{w}\wedge\vec{u})$)

$$\vec{u}.(\vec{v}\wedge\vec{w})+(\vec{v}\wedge\vec{u}).\vec{w}=\vec{u}.(\vec{v}\wedge\vec{w})+\vec{w}.(\vec{v}\wedge\vec{u})=\vec{u}.(\vec{v}\wedge\vec{w})+\vec{u}.(\vec{w}\wedge\vec{v})=\vec{0}$$

$$(1)=\int_S \vec{a}(P/R).dm\vec{V}(P\in S/R)=\int_S\left(\frac{d\vec{V}(P\in S/R)}{dt}\right)_R.\vec{V}(P\in S/R).dm$$

$$(1)=\frac{d}{dt}\left(\int_S\frac{1}{2}.\vec{V}(P\in S/R))^2.dm\right)_R=\frac{d}{dt}\big(Ec(S/R)\big)_R$$

Finalement : $P(\bar{S}\rightarrow S/R)=\dfrac{d}{dt}\big(Ec(S/R)\big)_R$

Démonstration dans le cas de 2 solides :

$$\frac{d}{dt}\big(E_c(S_1/R)\big)_R=P(\overline{S_1}\rightarrow S_1/R)=P(\bar{\Sigma}\rightarrow S_1/R)+P(S_2\rightarrow S_1/R)$$
$$\frac{d}{dt}\big(E_c(S_2/R)\big)_R=P(\overline{S_2}\rightarrow S_2/R)=P(\bar{\Sigma}\rightarrow S_2/R)+P(S_1\rightarrow S_2/R)$$

On additionne :

$$\frac{d}{dt}\big(E_c(\Sigma/R)\big)_R=P(\bar{\Sigma}\rightarrow\Sigma/R)+P(S_1\rightarrow S_2/R)+P(S_2\rightarrow S_1/R)$$

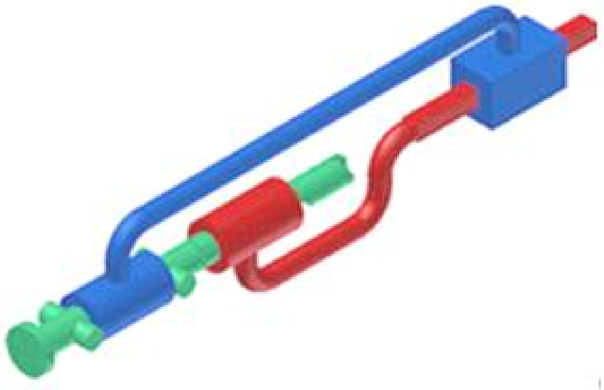
$$\frac{d}{dt}\big(E_c(\Sigma/R)\big)_R=P(\bar{\Sigma}\rightarrow\Sigma/R)+P(S_1\leftrightarrow S_2)$$

Remarque 1 : Contrairement au PFD, le TEC fait intervenir les actions mécaniques intérieures.

Dans tous les cas pour des liaisons parfaites : $\sum_{LIAISONS} P(Si\leftrightarrow Sj)=0$

Remarque 2 : Inertie ou masse équivalente.

Pour certains mécanismes (système vis-écrou par exemple) l'énergie cinétique peut se mettre sous la forme :



$$\mathrm{E}_c(\Sigma/R)=\frac{1}{2}.I_{vis}.\omega_{vis}^2+\frac{1}{2}.m_{ecrou}.V_{ecrou}^2=\frac{1}{2}.I_{eq}.\omega_{vis}^2=\frac{1}{2}.m_{eq}.V_{ecrou}^2$$

On a ici $Ieq=I_{vis}+M_{ecrou}.\left(\dfrac{p}{2\pi}\right)^2$ et $Meq=M_{ecrou}+I_{vis}.\left(\dfrac{2\pi}{p}\right)^2$

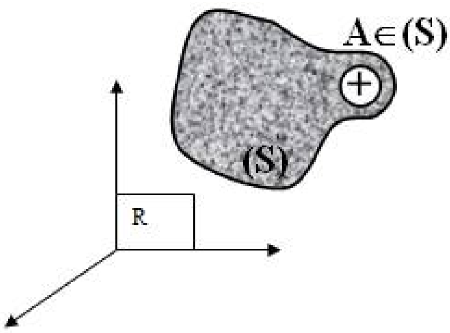
Ces quantités <u>constantes</u> représentent :

- ✓ L'***inertie équivalente*** du mécanisme pour un actionneur qui entraînerait la vis.
- ✓ La ***masse équivalente*** du mécanisme pour un actionneur qui entraînerait l'écrou.

V. Expression de l'énergie cinétique d'un solide

L'expression de l'énergie cinétique est

$$E_c(S/R)=\frac{1}{2}.\{V(S/R)\}\otimes\{C(S/R)\}$$



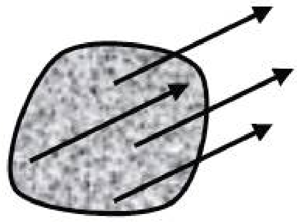
A point fixe de S.

$$E_c(S/R)=\frac{1}{2}.\left(\vec{V}(A,S/R).\vec{R}_c(S/R)+\vec{\sigma}(A,S/R)..\vec{\Omega}(S/R)\right)$$

Remarques :

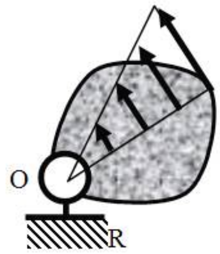
- ✓ Relation à ne surtout pas utiliser pour un système de solides.
- ✓ Cas particuliers :

- Mouvement de translation de S/R.



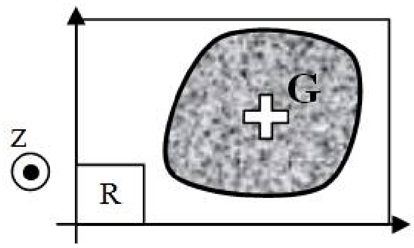
$$E_c(S/R) = \frac{1}{2}.m.\vec{V}^2(G,S/R)$$

- Mouvement de rotation autour d'un axe (O,z) fixe dans R.



$$E_c(S/R) = \frac{1}{2}.I_{(O,\vec{z})}(S).\vec{\Omega}^2(S/R)$$

- Mouvement plan de S/R.



On démontre que :

$$E_c(S/R) = \frac{1}{2}.[m.\vec{V}^2(G,S/R) + I_{(G,\vec{z})}(S).\vec{\Omega}^2(S/R)]$$

VI. Compléments : travail et énergie potentielle

1. Travail d'une action mécanique sur un système matériel dans son mouvement par rapport à un repère R.

Soit un ensemble matériel (Σ) en mouvement par rapport à un repère (R).

(Σ) est soumis à une action mécanique tel que en tout point P de (Σ) s'exerce la force élémentaire $d\vec{F}(P)$.

Le travail de cette action mécanique entre t_1 et t_2 est obtenu en sommant la puissance développée par cette action entre ces 2 instants :

$$W_{t_1}^{t_2}(action \to \Sigma / R) = \int_{t_1}^{t_2} P(action \to \Sigma / R).dt$$

Remarque : Contrairement à la puissance, le travail n'est pas une grandeur instantanée mais est défini sur un intervalle de temps ou de déplacement.

2. Energie potentielle

Lorsque l'action est conservatrice, c'est-à-dire que le travail produit par cette force est indépendant du chemin suivi par son point d'action, alors le travail de cette force ne dépend que de l'état initial et de l'état final de l'énergie potentielle.

$$W_{t_1}^{t_2}(action \to \Sigma / R) = E_p(t_1) - E_p(t_2)$$

C'est le cas de l'action mécanique de pesanteur :

Si la direction z est verticale ascendante avec l'énergie potentielle de pesanteur.

Le travail développé par le poids est

$$W_{t_1}^{t_2}(poids \to \Sigma / R) = m.g.(z_g(t_1) - z_g(t_2))$$

Comme nous l'avons précédemment, la puissance des actions mutuelles développée par un ressort dérive également d'un potentiel.

- Pour un ressort de traction compression :

$$P(S1 \overset{RESSORT}{\leftrightarrow} S2) = -\frac{d}{dt}\left(\frac{K.(l_o - l)^2}{2}\right)$$

Avec $\dfrac{K.(l_o - l)^2}{2}$ l'énergie potentielle élastique.

- Pour un ressort de torsion :

$$P(S1 \overset{RESSORT}{\leftrightarrow} S2) = -\frac{d}{dt}\left(\frac{C.(\theta_o - \theta)^2}{2}\right)$$

Avec $\dfrac{C.(\theta_o - \theta)^2}{2}$ l'énergie potentielle élastique.

Bilan énergétique entre deux instants

Le TEC intégré entre deux instants t_1 et t_2 donne pour un unique solide :

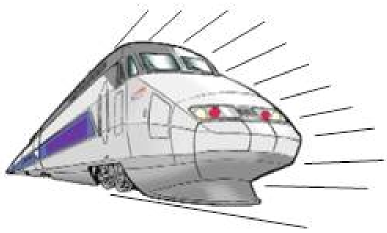
$$\Delta_{t_1}^{t_2} E_c(S / Rg) = W_{t_1}^{t_2}(\overline{S} \to S / Rg)$$

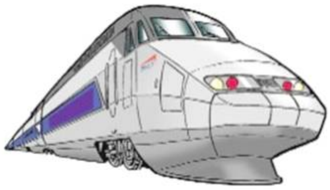
Pour un système de solide (Σ) :

$$\Delta_{t_1}^{t_2} E_c(\Sigma / Rg) = W_{t_1}^{t_2}(\overline{\Sigma} \to \Sigma / Rg) + W_{t1}^{t2}(\text{int})$$

Théorème interessant pour faire un bilan énergétique entre deux instants.

Exemple : Energie dissipée lors du freinage d'une charge.





$$E_c(S/R) = \frac{1}{2}.m.V^2 \qquad\qquad E_c(S/R) = 0$$

$$\Delta_{t_1}^{t_2} E_c(S/Rg) =$$

$$W_{t_1}^{t_2}(rail \rightarrow S/Rg) + W_{t_1}^{t_2}(air \rightarrow S/Rg) + W_{t_1}^{t_2}(roues \leftrightarrow chassis)$$

Rendement d'un mécanisme.

Définition : Le rendement est le rapport de la puissance développée en sortie Ps sur la puissance reçue en entrée Pe.

$$\eta = \left|\frac{P_s}{P_e}\right|$$ On a $P_s \leq P_e$ et $\eta \leq 1$

Dans la plus part des cas l'énergie cinétique et les puissances sont constantes en régime permanent et le TEC donne :

$$|P_e| - |P_s| - |P_{dissipée}| = 0$$ donc $$\eta = \frac{|P_e| - |P_{dissipée}|}{|P_e|}$$

Si les grandeurs précédentes ne sont pas constantes à tout instant il faut faire un bilan sur un cycle et écrire :

$$\eta = \left|\frac{W_s^{cycle}}{W_e^{cycle}}\right| = \frac{|W_e^{cycle}| - |W_{dissipée}^{cycle}|}{|W_e^{cycle}|}$$