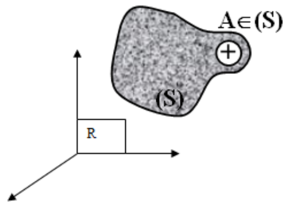
Synthèse dynamique des systèmes de solides 2

I. Expression de l'énergie cinétique d'un solide

$$E_c(S/R)=\frac{1}{2}.\{V(S/R)\}\otimes\{C(S/R)\}$$

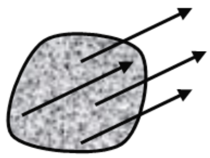
A point fixe :



$$E_c(S/R)=\frac{1}{2}.\left(\vec{V}(A,S/R).\vec{R}_c(S/R)+\vec{\sigma}(A,S/R)..\vec{\Omega}(S/R)\right)$$

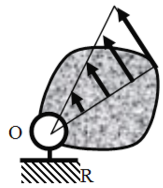
Cas particuliers :

- Mouvement de translation de S/R



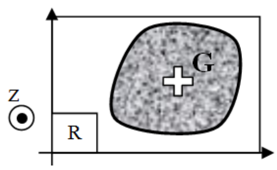
$$E_c(S/R)=\frac{1}{2}.m.\vec{V}^2(G,S/R)$$

- Mouvement de rotation autour d'un axe (O,z) fixe dans R



$$E_c(S/R)=\frac{1}{2}.I_{(O,\vec{z})}(S).\vec{\Omega}^2(S/R)$$

- Mouvement plan de S/R :



$$E_c(S/R)=\frac{1}{2}.[m.\vec{V}^2(G,S/R)+I_{(G,\vec{z})}(S).\vec{\Omega}^2(S/R)]$$

II. Puissance d'une action mécanique.

Cas du solide :

$$P(action\rightarrow S/R)=\{\tau(action\rightarrow S)\}\otimes\{V(S/R)\}$$

$$P(action\rightarrow S/R)=\vec{V}(A\in S/R).\vec{F}+\vec{\Omega}(S/R).\vec{M}(A)$$

Cas de l'action de la pesanteur sur un solide (S)

$$P(pes\rightarrow S/R)=-m.g.\vec{z}.\vec{V}(G\in S/R)=-m.g.\dot{z}_G$$

Cas de l'action d'un moteur un solide (S) : $P(mot\rightarrow S/R)=C_m.\omega_m$

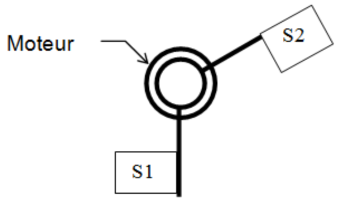
Puissance des inter-efforts

$$P(S2 \leftrightarrow S1) = P(S2 \rightarrow S1/R) + P(S1 \rightarrow S2/R)$$

$$P(S2 \leftrightarrow S1) = \{\tau S2 \rightarrow S1\} \otimes \{V S1/S2\}$$

Une liaison parfaite ne dissipe pas d'énergie : $P(S1 \leftrightarrow S2) = 0$.

Cas d'un moteur



$$P(S1 \overset{MOTEUR}{\leftrightarrow} S2) = \vec{C}(moteur \rightarrow S2).\vec{\Omega}(S2/S1)$$

Cas du contact ponctuel : $P(S1 \leftrightarrow S2) \neq 0$ si

$$P(S2 \leftrightarrow S1) = \begin{Bmatrix} N_{12}.\vec{n} + T_{12}.\vec{t} \\ \vec{0} \end{Bmatrix}_M \otimes \begin{Bmatrix} \vec{\Omega}(S2/S1) \\ \vec{V}(M \in S2/S1) \end{Bmatrix}_M$$

$$P(S2 \leftrightarrow S1) = (N_{12}.\vec{n} + T_{12}.\vec{t}).\vec{V}(M \in S2/S1) = \vec{T}_{12}.\vec{V}(M \in S2/S1)$$

Rappel : $\vec{V}(M \in S2/S1).\vec{n} = 0$

$P(S1 \leftrightarrow S2) \neq 0$ si $T_{12} \neq 0$ et $\vec{V}(M \in S2/S1).\vec{t} = 0$

III. Théorème de l'énergie cinétique

Cas d'un seul solide : $\frac{d}{dt} E_c(S/R) = P(\bar{S} \rightarrow S/R)$

Cas d'un ensemble matériel (Σ) : $\frac{d}{dt} E_c(\Sigma/R) = P(\bar{\Sigma} \rightarrow \Sigma/R) + P(\text{int}\,\Sigma)$

IV. Travail d'une action mécanique sur un système matériel.

$$W_{t_1}^{t_2}(action \rightarrow \Sigma/R) = \int_{t_1}^{t_2} P(action \rightarrow \Sigma/R).dt$$

V. Rendement d'un mécanisme : $P_{sortie} = \eta.P_{entrée}$ $\eta \leq 1$