Corrigé dynamique : Escalier roulant (CCP MP 14)

Q1 Energie quotidiennement utile (W_u) : $W_u = 77000.M.g.H$ $W_u = 243\ 10^6$ J

Q2 Energie perdue par le moteur : $W_\eta = (1-\eta_m)W_c$ $W_\eta = 44{,}6\ 10^6$ J

Q3 Energie perdue par frottement : $W_f = W_c - W_u - W_\eta$ $W_f = 55{,}9\ 10^6$ J

Q4 En supposant la puissance perdue par frottement (P_f) constante dans la journée de durée $\Delta T = 86400\ s$: $P_f = W_f/\Delta T$ AN : $P_f = 647\ W$

Cette puissance peut s'écrire, ramenée à l'arbre moteur : $P_f = C_f\omega_m$.

Ainsi $C_f = \frac{30P_f}{\pi N_m}$ $AN:\ C_f = 4{,}98\ Nm$

Remarque : Ce n'est pas la même vitesse nominale que dans les données.!

Mode de fonctionnement avec « Vitesse de veille », calcul de l'économie d'énergie en mode veille lorsque l'escalier fonctionne à vide (aucun piéton) : $W_c = W_\eta + W_f$

On a $\Delta W_1 = W_{c-continu} - W_{c-veille}$ or, à vide $W_c - W_\eta = \eta W_c = W_f = C_f\Omega_m$

Ainsi $\Delta W_1 - C_f(\Omega_{m-continu} - \Omega_{m-veille})\Delta T$

$$\Delta W_1 = C_f\frac{2}{\lambda D_p\eta}(V_{continu} - V_{veille})\Delta T \qquad AN: \Delta W_1 = 9{,}3 10^6\ J$$

Le gain en énergie est $CW = \frac{\Delta W1}{W_c}$ $AN: CW = 2{,}71\ \%$

Ce qui est conforme au cahier des charges.

Remarque : on suppose que les frottements sont indépendants du nombre de piétons présents sur les marches ce qui intuitivement me semble très simpliste !

AMELIORATION DE LA SECURITE

On applique le théorème de l'énergie cinétique à E = {escalier mécanique + passagers}. :

$$E_c(E/R_g) = E_c(pas./R_g) + E_c(marches/R_g) + E_c(moteur/R_g)$$

$$E_c(E/R_g) = \frac{1}{2}.33.M.\left\|\vec{V}_{piétons/R_g}\right\|^2 + \frac{1}{2}.M_t.\left\|\vec{V}_{piétons/R_g}\right\|^2 + \frac{1}{2}.I_m.\omega_{mot}^2$$

$$E_c(E/R_g) = \frac{1}{2}.\left(33.M + M_t + \left(\frac{60I_m}{D_p\lambda\pi}\right)^2\right).V^2$$

La seule puissance extérieure qui intervient est la puissance des efforts de pesanteur. Cette puissance est nulle pour les piétons sur les paliers. Reste les 27 piétons sur la partie inclinée.

On a : $P_{pes} = 27 * M\vec{g} \cdot \vec{V}_{piétons/R_g} = 27 * MgVsin(\alpha)$

En puissance intérieur, nous avons la puissance du couple de freinage qui, sur l'arbre moteur s'écrit : $P_{frein} = -C_{frein}\omega_m = -C_{frein}\frac{2}{D_p\lambda}V$

Il y a aussi la puissance des forces de frottements considérées dans la première partie du sujet : $P_{frott} = -C_{f0}\,\omega_m = -C_{f0}\,\dfrac{2}{D_p\lambda}V$

Ainsi, le TEC donne (après simplification par V)

$$\left(33.M + M_t + \left(\frac{60 I_m}{D_p \lambda \pi}\right)^2\right).\Gamma = 27 * Mg\sin(\alpha) - \left(C_{f0} + C_{frein}\right)\frac{2}{D_p\lambda}$$

Soit $$C_{frein} = \frac{D_p\lambda}{2}\left(27 * Mg\sin(\alpha) - \left(33.M + M_t + \left(\frac{60 I_m}{D_p \lambda \pi}\right)^2\right).\Gamma\right) - C_{f0}$$

Application numérique $\quad C_{fmin} = 51\ Nm \qquad C_{fmax} = 65\ Nm$

On choisit une variable intermédiaire… je prends $\{T_{2\to 6}\}$.

On isole $\{2+4\}$; le PFS donne $\underbrace{\{T_{T\to 4}\}}_{\substack{Inconnue\\ recherchée}} + \underbrace{\{T_{0\to 2}\}}_{\substack{Inconnue\\ non\ recherchée}} + \underbrace{\{T_{6\to 2}\}}_{Donnée} = \{0\}$

Eliminer l'inconnue non recherchée conduit à écrire le TMS en B sur $\vec{z}$.

Il vient $$\vec{M}_B(T\to 4) + \cancel{\vec{M}_B(0\to 2)} + \vec{M}_B(6\to 2) = \vec{0}$$

$$\cancel{\vec{M}_D(T\to 4)} + \overrightarrow{BD}\wedge \vec{R}_{4\to T} + \cancel{\vec{M}_F(T\to 4)} + \overrightarrow{BF}\wedge \vec{R}_{6\to 2} = \vec{0}$$

$$-(10\vec{x} + 30\vec{y})\wedge X_4.(\vec{x} + f.\vec{y}) + 80\vec{y}\wedge(X_{62}\vec{x} + Y_{62}\vec{y}) = \vec{0}$$

$$-X_4.(10f - 30) - 80X_{62} = 0$$

On isole $\{6\}$; le PFS donne $\underbrace{\{T_{2\to 6}\}}_{\substack{Inconnue\\ recherchée}} + \underbrace{\{T_{5\to 6}\}}_{\substack{Inconnue\\ non\ recherchée}} + \underbrace{\{T_{ext\to 6}\}}_{Donnée} = \{0\}$

Eliminer l'inconnue non recherchée conduit à écrire le TMS en G sur $\vec{z}$.

Il vient $$\vec{M}_G(2\to 6) + \cancel{\vec{M}_G(5\to 6)} + \vec{M}_G(ext\to 6) = \vec{0}$$

$$\cancel{\vec{M}_F(2\to 6)} + \overrightarrow{GF}\wedge \vec{R}_{2\to 6} + \cancel{\vec{M}_H(ext\to 6)} + \overrightarrow{GH}\wedge \vec{F} = \vec{0}$$

$$-10\vec{y}\wedge(-X_{62}\vec{x} - Y_{62}\vec{y}) + (25\vec{x} - 5\vec{y})\wedge -F\vec{y} = \vec{0} \qquad 10X_{62} - 25F = 0$$

Finalement, on obtient $\quad X_4.(10f - 30) = -80X_{62} = -200F$

$$\boxed{X_4 = -\frac{200}{(10f-30)}F \quad AN{:}\ X_4 = -\frac{100}{13}F}$$

Le signe de X_3 dans l'énoncé me semble faux.

Le couple de freinage est le moment résultant en O sur $\vec{z}$ des actions des patins 3 et 4.

Il vient $$C_{frein-tamb}\,\vec{z} = \vec{M}_O(3\to T) + \vec{M}_O(4\to T)$$

$$C_{frein-tamb}\,\vec{z} = \overrightarrow{OC}\wedge X_3.(\vec{x} + f.\vec{y}) + \overrightarrow{OD}\wedge X_4.(\vec{x} + f.\vec{y})$$

$$C_{frein-tamb} = 35f(X_3.\ \ X_4)$$

Mais notre valeur de couple est sur l'arbre moteur, alors que le tambour est sur la poulie motrice donc $\boxed{C_{frein-tamb} = \dfrac{C_f}{\lambda} = -35f\left(\dfrac{100}{13} + \dfrac{100}{17}\right)F}$

Application numérique $\quad \boxed{F = -\dfrac{C_f}{190.\lambda}} \qquad F_{min} = 2{,}6\ N \qquad F_{max} = 3{,}4\ N$