Dynamique TEC : Hublex (CCINP MPSI 20)

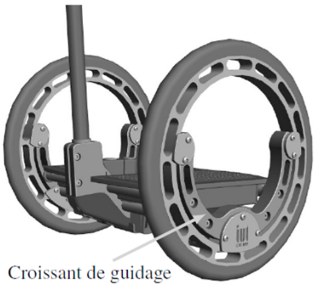
Présentation générale

Le système étudié dans ce sujet, appelé Hublex, est un gyropode professionnel destiné à faciliter le déplacement des collaborateurs au sein d'entreprises, administrations, hôpitaux...lorsque ces lieux sont de grandes tailles.

Ce gyropode doit permettre de réduire la fatigue des collaborateurs afin d'augmente leur bienêtre.

Ces caractéristiques techniques le différencient des gyropodes classiques :

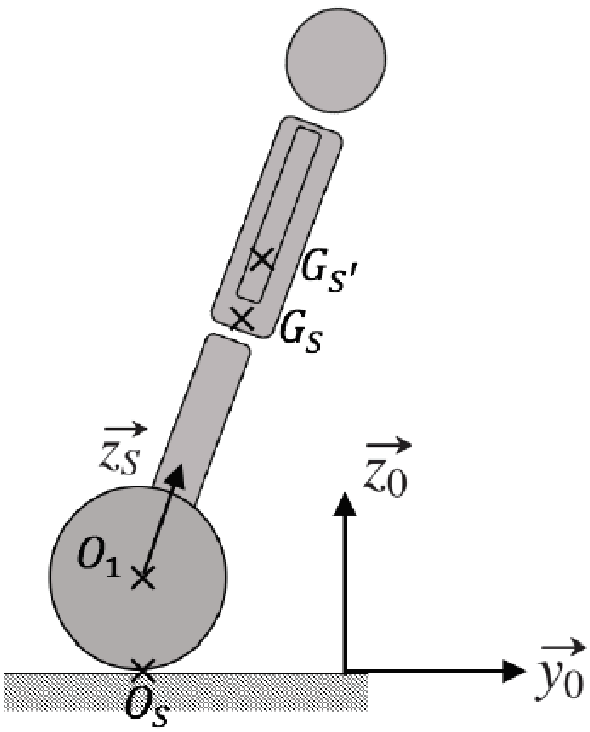
- ✓ Prise en main en moins de 5 minutes.
- ✓ Maniabilité optimisée.
- ✓ Faible largeur, inférieure à 40 cm.
- ✓ Léger, moins de 12 kg.
- ✓ Utilisable 24h/24 grâce à sa batterie interchangeable.

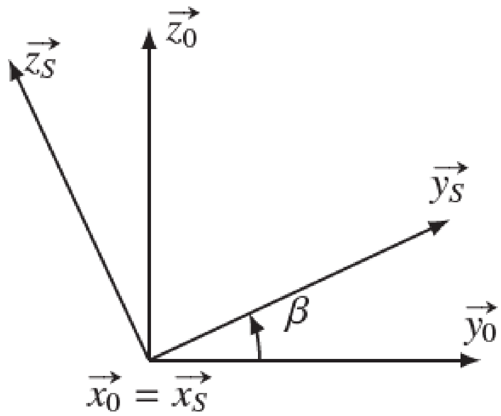


Pilotage en accélération

Objectif : Comportement du Hublex dans son mouvement d'inclinaison vers l'avant.

Grâce à un asservissement, les moteurs utilisés dans le Hublex permettent de garder l'ensemble {*Chassis* 1 + *Pilote*} en équilibre afin que le pilote ne tombe pas en avant (ou en arrière). Ceci génère le mouvement qui permet au pilote d'avancer (ou de reculer). Pour cela, une centrale inertielle mesure l'inclinaison du Hublex et la fournit à la carte de commande qui génère une consigne de couple moteur.
Cette partie permettra de déterminer le lien entre l'angle d'inclinaison du pilote (noté β) et la vitesse d'avance du système. On se place dans le cas d'une avancée en ligne droite, sur sol plat, avec un angle β entre le Hublex et le sol constant. Une schématisation paramétrée de la configuration étudiée est proposée figure suivante.





Hypothèses et Paramétrage

On note S l'ensemble des pièces en mouvement : S = {Chassis 1 + Pilote + Roues}, de masse m_S et de centre d'inertie G_S tel que $\overrightarrow{O_1G_S} = z_{GS}.\vec{z}_S$.

On note S' l'ensemble en mouvement sans les roues : S' = {Chassis 1 + Pilote}, de masse $m_{S'}$, et de centre d'inertie $\overrightarrow{O_1G_{S'}} = z_{GS'}.\vec{z}_S$. On remarque que S' = {S + Roues}.

On note $R_0(O_0, \vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$ le référentiel supposé galiléen lié au sol et $R_S(G_S, \vec{x}_S, \vec{y}_S, \vec{z}_S)$ le référentiel lié à S.

L'action mécanique du moteur sur chaque roue, réalisée par l'intermédiaire du galet, peut se modéliser par le torseur des actions mécaniques suivant. Cm désigne le couple fourni par le moteur et k le rapport de transmission du contact galet/jante.

$$\{\mathcal{T}_{1\to Roue}\} = \begin{Bmatrix} \vec{0} \\ \dfrac{C_m}{k}\vec{x_0} \end{Bmatrix}_{O_1}$$

Les différents frottements (internes et externes) sont ramenés sur l'axe de rotation des roues et modélisés par un couple résistant, Cf , appliqué à chaque roue.

$$\{\mathcal{T}_{frottements\to roue}\} = \begin{Bmatrix} \vec{0} \\ -C_f\vec{x_0} \end{Bmatrix}_{O_1}$$

Le mouvement de l'ensemble S' par rapport au sol (0) est représenté par le torseur cinématique :

$$\{\mathcal{V}_{S'/0}\} = \begin{Bmatrix} 0 \\ V\vec{y_0} \end{Bmatrix}_{O_1}$$

Le mouvement d'une roue par rapport au châssis (1) du Hublex est caractérisé par la vitesse de rotation ω_{R1} .

$$\{\mathcal{V}_{Roue/1}\} = \begin{Bmatrix} \omega_{R1}\vec{x_0} \\ 0 \end{Bmatrix}_{O_1}$$

On rappelle que le rayon de la roue est noté R.

On note $J_{S'}$ et J_R les moments d'inertie selon l'axe $(O_1, \vec{x}_1)$ respectivement de S' et d'une roue (les deux roues sont identiques).

On néglige l'inertie du galet d'entraînement et du rotor du moteur.

Il est possible de montrer que le couple que doit fournir le moteur pour conserver un angle β constant est donné par l'expression : $C_m = k\, z_{G_{S'}}\, m_{S'} \left(\dot{V}\cos\beta + g\sin\beta\right)$ (3).

Questions

1. *Indiquer la démarche permettant de déterminer l'équation (3).*

On souhaite maintenant relier la consigne du pilote β à l'accélération du Hublex $\dot{V}$.

2. *Déterminer l'expression littérale de (P_{ext} + P_{int}), somme des puissances galiléennes des actions mécaniques extérieures appliquées à l'ensemble S, notée P_{ext}, et de la puissance intérieure à ce même système, notée P_{int}.*

3. *Déterminer l'expression littérale de l'énergie cinétique $E_c(S/R_0)$ de l'ensemble S par rapport au référentiel galiléen R_0, en fonction de ω_{R1} et des grandeurs inertielles et géométriques.*

4. *En précisant le théorème utilisé, déterminer la relation liant C_m, ω_{R1} et les grandeurs inertielles et géométriques (et leurs dérivées).*

On suppose maintenant que le couple résistant C_f est négligeable.

5. *En déduire, à l'aide de l'équation (3), l'expression de $\dot{V}$ en fonction de β.*

6. *Préciser la valeur de l'angle β pour que l'ensemble S avance à une vitesse constante.*