# Dynamique : Hublex (CCINP MPSI 20)

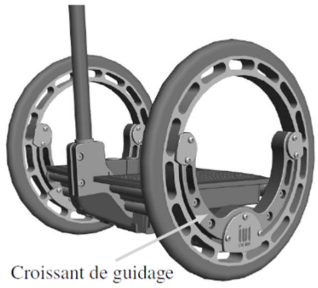
## Présentation générale

Le système étudié dans ce sujet, appelé Hublex, est un gyropode professionnel destiné à faciliter le déplacement des collaborateurs au sein d'entreprises, administrations, hôpitaux...lorsque ces lieux sont de grandes tailles.

Ce gyropode doit permettre de réduire la fatigue des collaborateurs afin d'augmente leur bienêtre.

Ces caractéristiques techniques le différencient des gyropodes classiques :

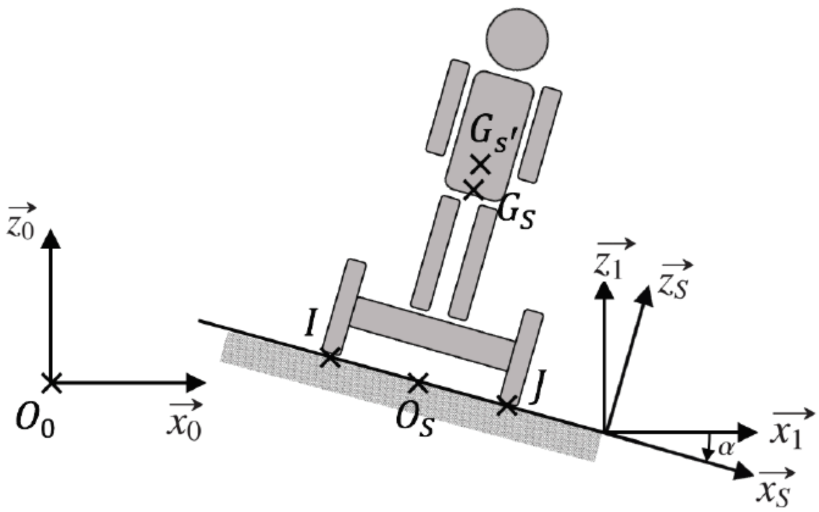
- ✓ Prise en main en moins de 5 minutes.
- ✓ Maniabilité optimisée.
- ✓ Faible largeur, inférieure à 40 cm.
- ✓ Léger, moins de 12 kg.
- ✓ Utilisable 24h/24 grâce à sa batterie interchangeable

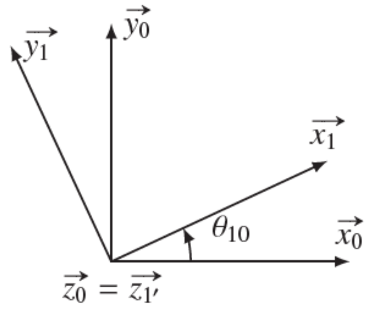


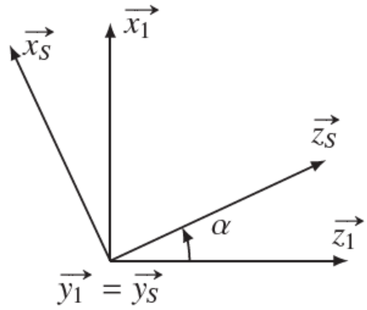

*Objectif de l'étude : Vérifier que la sécurité du pilote est toujours assurée dans le cadre d'une évolution du Hublex sur sol incliné.*

Comparé à des produits similaires, la faible largeur du Hublex peut entraîner un risque accru de basculement en virage et, notamment, lorsque le virage est effectué sur un sol non horizontal.

On donne une schématisation de la configuration envisagée avec une partie du paramétrage.




Hypothèses et Paramétrage :

- ✓ On note (S) l'ensemble des pièces en mouvement : S = {Châssis 1 + Pilote + Roues}, de masse $m_S$ et de centre d'inertie $G_S$ avec $\overrightarrow{O_sG_s} = h_s.\vec{z}_s$.
- ✓ On note (S') l'ensemble en mouvement sans les roues : S' = {Châssis 1 + Pilote} et de centre d'inertie $G_{S'}$ avec $\overrightarrow{O_sG_{s'}} = h_{s'}.\vec{z}_s$. On remarque que S = {S' + Roues}.
- ✓ La masse et les composantes de la matrice d'inertie des roues sont négligées.

- ✓ On note respectivement $R_0(O_0,\vec{x}_0,\vec{y}_0,\vec{z}_0)$, $R_{S'}(O_{S'},\vec{x}_S,\vec{y}_S,\vec{z}_S)$ et $R_1(O_S,\vec{x}_1,\vec{y}_1,\vec{z}_1)$ le référentiel galiléen lié au sol, le référentiel lié à (*S'*) et le référentiel incliné lié à (*S'*).
- ✓ On suppose que l'inclinaison du pilote en avant ou en arrière est négligeable.
- ✓ L'angle d'inclinaison du sol $\alpha$ sur lequel évolue le Hublex est supposé constant.
- ✓ La rotation de (*S'*) autour de l'axe $(O_0,\vec{z}_0)$ est définie par l'angle : $\theta_{10}$.
- ✓ On suppose que la vitesse de rotation $\dot{\theta}_{10}$ est constante.
- ✓ On note les vecteurs (de norme constante) : $\overrightarrow{O_0O_S} = r_c.\vec{x}_1$ et $\overrightarrow{IJ} = L.\vec{x}_S$
- ✓ L'accélération de la pesanteur est définie par le vecteur $-g.\vec{z}_0$.
- ✓ Dans le plan d'étude, les actions mécaniques en *I* et *J* du sol sur le Hublex seront modélisées par des liaisons ponctuelles avec frottement. Ces actions sont définies par les torseurs suivants :

$$\left\{\mathcal{T}^{I}{}_{0\to S}\right\} = \left\{\begin{matrix} T_I\overrightarrow{x_S} + N_I\overrightarrow{z_S} \\ \vec{0} \end{matrix}\right\}_I \text{ et } \left\{\mathcal{T}^{\mathcal{J}}{}_{0\to S}\right\} = \left\{\begin{matrix} T_J\overrightarrow{x_S} + N_J\overrightarrow{z_S} \\ \vec{0} \end{matrix}\right\}_J$$

  - ✓ Il n'y a pas de glissement entre les roues et le sol au niveau des points *I* et *J*.
  - ✓ La matrice d'inertie de l'ensemble (*S'*) au point $G_{S'}$ est notée :

$$[I(G_{S'},S')] = \begin{bmatrix} A_S & 0 & 0 \\ 0 & B_S & 0 \\ 0 & 0 & C_S \end{bmatrix}_{(\overrightarrow{x_S},\overrightarrow{y_S},\overrightarrow{z_S})}$$

**Questions**

1. Justifier la forme de la matrice d'inertie de (S').
2. Déterminer l'expression littérale de $\vec{\sigma}(G_{S'},S'/R_0)$, moment cinétique au point $G_{S'}$ de (*S'*) par rapport à (R0).
3. En déduire les expressions littérales de $\vec{\delta}(G_{S'},S'/R_0)$ et $\vec{\delta}(G_{S'},S/R_0)$ moments dynamiques au point $G_{S'}$ de (*S'*) et de (*S*) par rapport à (R0).
4. Déterminer l'expression littérale de $\vec{A}(G_S,S/R_0)$, accélération du centre d'inertie de (*S*) par rapport à (R0).
5. En déduire l'expression littérale de $\vec{\delta}(J,S/R_0)$.
6. Calculer, au point *J*, la somme des moments des actions mécaniques extérieures appliquées à (*S*) selon $\vec{y}_1$.
7. En déduire la relation liant $N_I$, $\dot{\theta}_{10}$, les grandeurs géométriques, cinématiques et inertielles.
8. Dans le cadre de ce modèle, quelle est la condition permettant de définir l'apparition du basculement ? En déduire l'expression de la vitesse limite conduisant au basculement.