Dynamique : Récupération d'énergie de la houle (Centrale TSI1 11)

Q1 $\vec{V}(A,1/0)=\dfrac{d}{dt}\overrightarrow{OA}\Big|_0=d.\dot{\alpha}.\overrightarrow{y_1}$

Q2 $\vec{V}(G,2/0)=\vec{V}(A,2/0)+\vec{\Omega}_{2/0}\wedge \overrightarrow{AG}=d.\dot{\alpha}.\overrightarrow{y_1}+\left(\dot{\alpha}+\dot{\theta}\right).\vec{z}_0\wedge L.\vec{x}_2$

$\vec{V}(G,2/0)=d.\dot{\alpha}.\overrightarrow{y_1}+L\left(\dot{\alpha}+\dot{\theta}\right).\overrightarrow{y_2}$

Q3 $\vec{\sigma}(A,2/0)=\mathrm{I}\left(A,2\right).\vec{\Omega}2/0+m_2.\overrightarrow{AG}\wedge\vec{V}(A,2/0)$

$$\vec{\sigma}(A,2/0)=\begin{vmatrix} & & 0\\ & & 0\\ 0 & 0 & J\end{vmatrix}_{\left(-,-,\vec{z}_0\right)}.\begin{vmatrix}0\\0\\ \dot{\alpha}+\dot{\theta}\end{vmatrix}+m_2.L.\overrightarrow{x_2}\wedge d.\dot{\alpha}.\overrightarrow{y_1}$$

$\vec{\sigma}(A,2/0)=\left(J(\dot{\alpha}+\dot{\theta})+m_2.d.L.\dot{\alpha}\cos\theta\right).\overrightarrow{z_0}$

Q4 $\vec{\delta}(A,2/0)=\dfrac{d}{dt}\vec{\sigma}(A,2/0)\Big|_0+m_2.\vec{V}(A/0)\wedge\vec{V}(G,2/0)$

$$\vec{\delta}(A,2/0)=\left(J\left(\ddot{\alpha}+\ddot{\theta}\right)+m_2d.L\left(\ddot{\alpha}.\cos\theta-\dot{\alpha}\dot{\theta}\sin\theta\right)\right).\overrightarrow{z_0}$$
$$+m_2.d\dot{\alpha}.\overrightarrow{y_1}\wedge\left(d.\dot{\alpha}.\overrightarrow{y_1}+L\left(\dot{\alpha}+\dot{\theta}\right).\overrightarrow{y_2}\right)$$

$$\vec{\delta}(A,2/0)=\left(J\left(\ddot{\alpha}+\ddot{\theta}\right)+m_2d.L\left(\ddot{\alpha}.\cos\theta+\left(-\dot{\theta}+\left(\dot{\alpha}+\dot{\theta}\right)\right)\dot{\alpha}\sin\theta\right)\right).\overrightarrow{z_0}$$

$$\vec{\delta}(A,2/0)=\left(J\left(\ddot{\alpha}+\ddot{\theta}\right)+m_2d.L\left(\ddot{\alpha}.\cos\theta+\dot{\alpha}^2\sin\theta\right)\right).\overrightarrow{z_0}$$

Q5 On isole le pendule 2

Le bilan des actions mécaniques extérieures fait intervenir :

- ✓ Liaison 1/2 : Propriété $\overrightarrow{M}(A,1\rightarrow 2).\overrightarrow{z_0}=0$.
- ✓ Couple exercé par la génératrice : $\overrightarrow{Cr}=-\lambda.\dot{\theta}.\overrightarrow{z_0}$
- ✓ Action de pesanteur modélisée par le glisseur $\left(G,m_2\vec{g}\right)$

$$\sum\overrightarrow{M}(A,ext\rightarrow 2)=\overrightarrow{M}(A,1\rightarrow 2)+\overrightarrow{AG}\wedge m_2.\vec{g}+\overrightarrow{Cr}$$

Q6 Equation du mouvement

En remarquant que $\overrightarrow{M}(A,1\rightarrow 2).\vec{z}_0 = 0$, on écrira l'équation de moment dynamique en A en projection sur $\vec{z}_0$.

$$\vec{\delta}(A,2/0).\vec{z}_0 = \sum \overrightarrow{M}(A,ext\rightarrow 2).\vec{z}_0$$

$$\vec{\delta}(A,2/0).\vec{z}_0 = \left(\overrightarrow{AG}\wedge m_2.\vec{g}\right).\vec{z}_0 + Cr$$

Avec $\left(\overrightarrow{AG}\wedge m_2.\vec{g}\right).\vec{z}_0 = -m_2.g.L.\sin(\alpha+\theta)$

Donc $J\left(\ddot{\alpha}+\ddot{\theta}\right)+m_2 d.L\left(\ddot{\alpha}.\cos\theta+\dot{\alpha}^2\sin\theta\right)=-m_2.g.L.\sin(\alpha+\theta)+-\lambda.\dot{\theta}$

Q7 Linéarisation : Les angles étant considérés comme petits $\sin\theta\approx\theta, \cos\theta\approx 1$
On obtient donc après linéarisation et en négligeant les termes d'ordre 2 :

$$J\left(\ddot{\alpha}+\ddot{\theta}\right)+m_2 d.L.\ddot{\alpha} = -m_2.g.L.(\alpha+\theta)-\lambda.\dot{\theta}$$

$$J.\ddot{\theta}+\lambda.\dot{\theta}+m_2.g.L.\theta = -(J+m_2.d.L).\ddot{\alpha}-m_2.g.L.\alpha$$

Q8 Transformée de Laplace

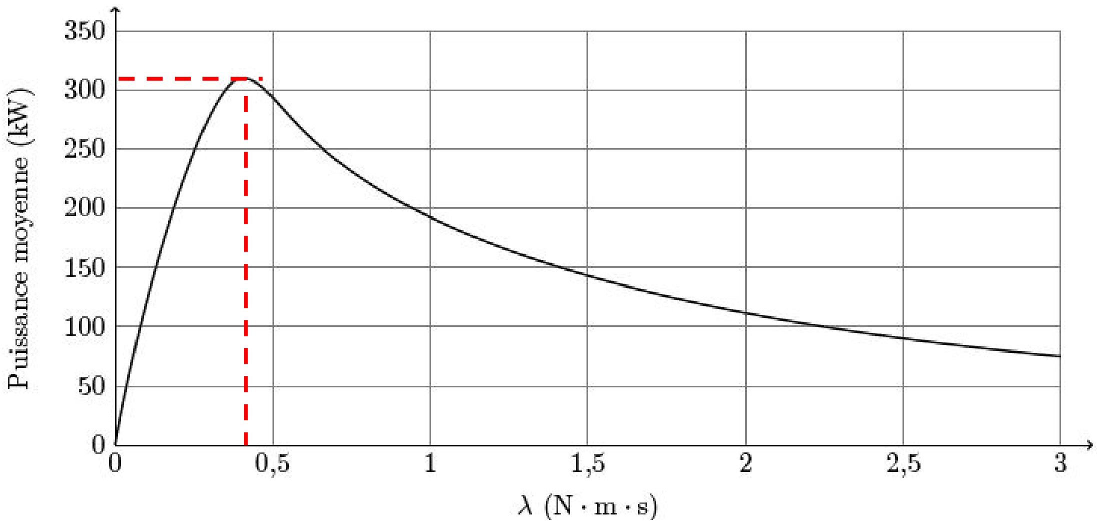
$$J.\ddot{\theta}+\lambda.\dot{\theta}+m_2.g.L.\theta = -(J+m_2.d.L).\ddot{\alpha}-m_2.g.L.\alpha$$

$$J.p^2.\theta(p)+\lambda.p.\theta(p)+m_2.g.L.\theta(p) = -(J+m_2.d.L).p^2.\alpha(p)-m_2.g.L.\alpha(p)$$

$$\frac{\theta(p)}{\alpha(p)} = \frac{-(J+m_2.d.L).p^2-m_2.g.L}{J.p^2+\lambda.p+m_2.g.L}$$

Q9 Puissance instantanée récupérée par la génératrice : $P_{machine} = \lambda.\dot{\theta}^2$

Q10 Détermination de λ



Par lecture graphique, on trouve $\lambda = 0.4$ N.m.s