

# MP

## DM pour le 18 novembre 2021

Corrigé prochainement sur le site :  
<http://perso.numericable.fr/starnaud/>

Ce DM comporte :

- ✓ Un sujet, pages 1 à 6.
- ✓ Des annexes, pages 1 à 4.
- ✓ Un document réponses pour la question 8.

# Bassin de traction du LHEEA

## 1 PRÉSENTATION

Le système étudié, nommé bassin de traction, est un des nombreux bassins d'essais du *Laboratoire de recherche en Hydrodynamique, Énergétique et Environnement Atmosphérique (LHEEA)* situé à Nantes.

Ce bassin de traction mesure 140 m de long, 5 m de large, et a une profondeur constante de 3 m (Figure 1 et Annexe 3). Il est équipé d'un chariot de traction pouvant se déplacer dans l'une ou l'autre des directions, avec des vitesses atteignant jusqu'à  $8 \text{ m.s}^{-1}$  (Figure 2). À une extrémité du bassin se trouve un batteur à houle permettant de générer des houles unidirectionnelles régulières de hauteur crête-à-croix maximale de 0,5 m. A son autre extrémité, une plage d'amortissement sert à faire déferler les vagues pour limiter leur réflexion dans le bassin.



Figure 1 : Bassin de traction

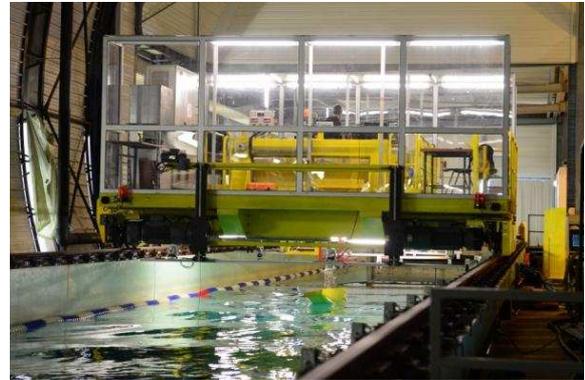


Figure 2 : Chariot de traction

Ce bassin, 2<sup>ème</sup> plus grand bassin de traction en France et le 1<sup>er</sup> au niveau académique, permet de mener un certain nombre d'expériences :

- études de navires sur eau calme et sur houle ;
- tests de résistance à l'avancement de navires avec ou sans houle ;
- optimisations de carènes, tenue à la mer de navires ou structures flottantes ;
- tests de technologies en Energies Marines Renouvelables.

Il a par exemple servi aux tests menés sur la nouvelle hydrolienne développée par *Alstom* (Figure 3).

L'industriel a utilisé une maquette de l'hydrolienne sur ce bassin de traction afin d'étudier son comportement pendant la phase de remorquage et, ainsi, vérifier jusqu'à quel état de mer elle pouvait être tractée.

L'analyse fonctionnelle globale de ce bassin est disponible en Annexe 2. Le diagramme des exigences est consultable en Annexe 4.

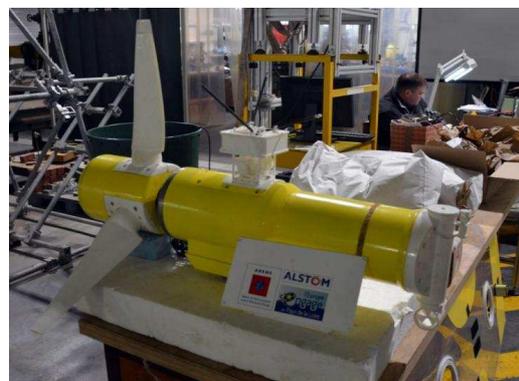


Figure 3 : Maquette de l'Hydrolienne testée par Alstom

## 2 ÉTUDE DE L'EXIGENCE 1.1.1 : « DURÉE DE L'ESSAI »

**Objectif :** Choisir un matériau pour la bande de roulement de chaque roue en contact avec le rail, afin de permettre des mesures correctes pendant une durée minimale de mesure  $t_{acq}$  donnée.

### 2.1 Détermination de l'accélération minimale

Dans un premier temps, on va déterminer l'accélération minimale nécessaire pour que le chariot puisse se déplacer à une vitesse constante  $V_m = 8 \text{ m.s}^{-1}$  pendant une durée d'acquisition  $t_{acq} = 10 \text{ s}$ .

#### Modélisation :

Lors d'un essai, le chariot **(3)** (voir Figure 5) se déplace par rapport au sol **(0)** en translation rectiligne à une vitesse  $V_3(t)$  qui suit une loi de vitesse (Figure 4) découpée en 3 phases :

- première phase : accélération  $\gamma = \frac{dV_3(t)}{dt}$  constante ( $\gamma > 0$ ) jusqu'à atteindre la vitesse terminale souhaitée  $V_3(T_1) = V_m$  ;
- deuxième phase : vitesse terminale conservée pendant la durée de l'acquisition  $t_{acq} = T_2 - T_1$  ;
- troisième phase : décélération  $-\gamma = \frac{dV_3(t)}{dt}$  constante ( $\gamma > 0$ ) jusqu'à l'arrêt complet.

Le profil de vitesse adopté est le suivant :

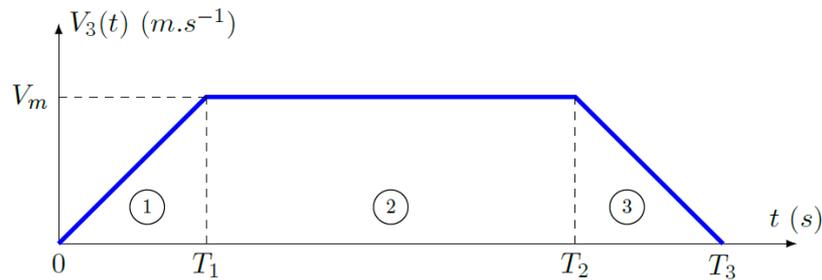


Figure 4 : Profil de vitesse souhaité du chariot

A chaque essai, le chariot part d'une position initiale  $X_0$  et termine sa course à une position finale  $X_f$ .

#### Données :

Pour rappel, la longueur complète du bassin est de  $140 \text{ m}$ . Le chariot doit observer une distance de sécurité à chaque côté du bassin. Autrement dit on prendra  $X_0 = 10 \text{ m}$  et  $X_f = 130 \text{ m}$ .

La vitesse de déplacement du chariot pendant la deuxième phase sera prise maximale et égale à  $V_m = 8 \text{ m.s}^{-1}$ . La durée de l'acquisition sera prise égale à  $t_{acq} = 10 \text{ s}$ .

**Question 1** A partir de la Figure 4, donner l'expression du temps  $T_1$  nécessaire pour avoir  $t_{acq} = 10 \text{ s}$ . En déduire l'expression littérale de l'accélération  $\gamma$  de la première phase en fonction de  $V_m$ ,  $t_{acq}$ ,  $X_0$  et  $X_f$ . Faire l'application numérique.

## 2.2 Détermination du facteur de frottement minimal

Afin d'éviter un phénomène de glissement entre les roues motrices et le rail au moment où l'accélération est maximale (phase 1 de la Figure 4), il est nécessaire de déterminer le facteur de frottement minimal entre le rail et les roues. On pourra ainsi valider l'hypothèse de roulement sans glissement.

### Modélisation :

Le chariot est composé (comme l'indique le Diagramme de Définition de Blocs en Annexe 5) de quatre roues motrices et de quatre roues libres en rotation. Pour des raisons de symétrie, on ne considère qu'une moitié du chariot. On fait alors l'hypothèse de **problème plan**, dans le plan  $(G_3, \vec{x}_0, \vec{y}_0)$ . Il ne reste alors que deux roues motrices et deux roues libres en rotation (comme l'illustre le schéma cinématique complet en Annexe 6).

Pour les questions 2 à 9, et par souci de simplification, **on fera l'étude à partir du schéma cinématique simplifié de la Figure 5** où seules les deux roues motrices ont été conservées.

### Schéma de principe :

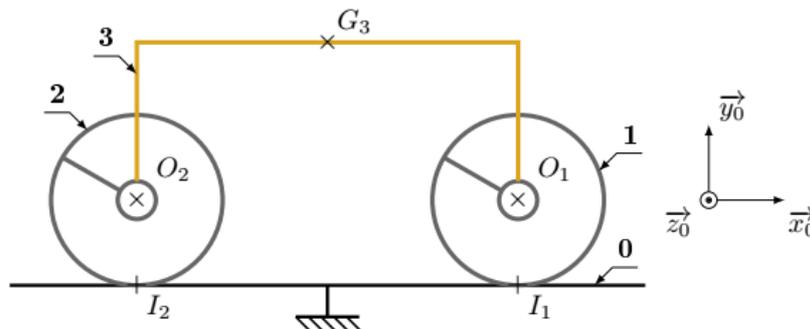


Figure 5 : Modélisation plane simplifiée du chariot (moteurs et réducteurs non représentés)

### Chaîne de puissance :

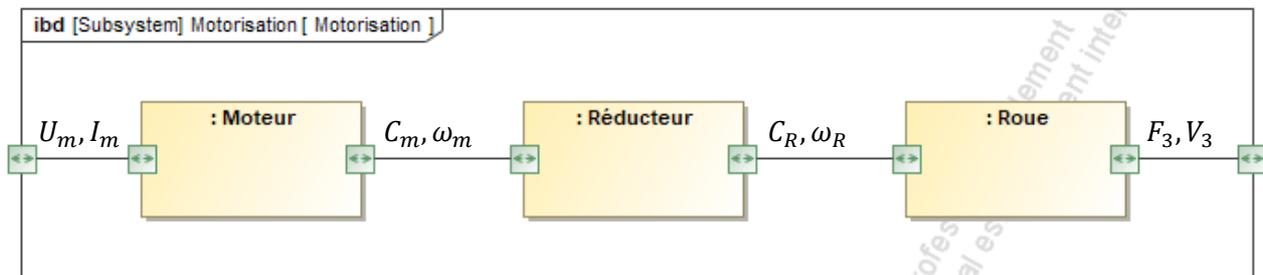


Figure 6 : Chaîne de puissance de la motorisation pour une roue

### Données et notations :

- La plateforme (**3**) a pour centre de gravité le point  $G_3$  et pour masse  $m_3$ .
- Le mouvement de la plateforme sera défini par la vitesse  $\vec{V}_{G_3 \in 3/0} = V_3 \cdot \vec{x}_0$  et par l'accélération  $\vec{\Gamma}_{G_3 \in 3/0} = \gamma \cdot \vec{x}_0$
- Le point  $O_1$  est le centre d'inertie de la roue motrice avant (**1**), le point  $O_2$  est celui de la roue motrice arrière (**2**). Chaque roue motrice possède une masse  $m_R$  et un moment d'inertie  $J_R$  par rapport à son axe de rotation dans son mouvement par rapport à (**3**). Le rayon de chaque roue motrice est  $R$ .

- On définit les 2 grandeurs cinématiques suivantes :  $\omega_m$  vitesse de rotation du rotor du moteur par rapport à **(3)** et  $\omega_R$  vitesse de rotation des roues **(1)** et **(2)** par rapport à **(3)**. Le moteur est alimenté en puissance électrique caractérisée par le courant  $I_m$  parcourant le moteur et par la tension  $U_m$  aux bornes de son induit.
- Au niveau de chaque roue, le réducteur (non représenté sur la Figure 5) positionné entre le moteur et la roue motrice possède un rapport de réduction noté  $k$  vérifiant  $\omega_R = k \cdot \omega_m$ .

- |   |  |
|---|--|
| • $\overrightarrow{O_1 G_3} = -L \cdot \overrightarrow{x_0} + H \cdot \overrightarrow{y_0}$ | • $\overrightarrow{O_2 G_3} = L \cdot \overrightarrow{x_0} + H \cdot \overrightarrow{y_0}$ |
| • $m_3 = 6000 \text{ kg}$   | • $R = 0,25 \text{ m}$   |
| • $m_R = 200 \text{ kg}$  | • $L = 2 \text{ m}$  |
| • $J_R = 20 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$  | • $H = 1 \text{ m}$  |
| • $\vec{g} = -g \cdot \overrightarrow{y_0}$ avec $g = 10 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$     | • $k = \frac{1}{25}$   |

### Hypothèses :

- Les contacts entre les roues et le rail seront considérés avec frottement (le facteur de frottement est noté  $f$  et on néglige la résistance au roulement), et on fait l'hypothèse de roulement sans glissement au niveau de ces contacts.
- Toutes les autres liaisons seront supposées parfaites. On supposera aussi que le réducteur est de rendement énergétique unitaire.
- Les actions mécaniques résistant à l'avancement et dues à l'action de l'air sur le chariot et à l'action de l'eau sur la maquette seront négligées par rapport aux effets dynamiques.
- Les masses et moments d'inertie des moteurs et des réducteurs seront négligés.
- Le sol du laboratoire **(0)** sera pris comme un référentiel galiléen de base  $b_0 = (\overrightarrow{x_0}, \overrightarrow{y_0}, \overrightarrow{z_0})$ .

### Modélisation des actions mécaniques et notations retenues :

- Pour toutes les actions mécaniques inconnues qu'il sera pertinent de définir, on utilisera la notation suivante (écriture avec hypothèse de problème plan) :

$$\{T_{i \rightarrow j}\} = \begin{Bmatrix} \overrightarrow{R_{i \rightarrow j}} \\ \overrightarrow{M_{K, i \rightarrow j}} \end{Bmatrix}_K = \begin{Bmatrix} X_{ij} & - \\ Y_{ij} & - \\ - & N_{ij} \end{Bmatrix}_{b_0}$$

- Pour la motorisation des roues **(1)** et **(2)**, les actions respectives du rotor du moteur sur l'arbre d'entrée du réducteur seront modélisées par :

$$\{T_{mot_1 \rightarrow red_1}\} = {}_{o_1} \left\{ \begin{array}{c} \vec{0} \\ C_m \cdot \vec{z}_0 \end{array} \right\} \qquad \{T_{mot_2 \rightarrow red_2}\} = {}_{o_2} \left\{ \begin{array}{c} \vec{0} \\ C_m \cdot \vec{z}_0 \end{array} \right\}$$

- De la même manière, les actions respectives de l'arbre de sortie du réducteur sur la roue seront modélisées par :

$$\{T_{red_1 \rightarrow 1}\} = {}_{o_1} \left\{ \begin{array}{c} \vec{0} \\ C_R \cdot \vec{z}_0 \end{array} \right\} \qquad \{T_{red_2 \rightarrow 2}\} = {}_{o_2} \left\{ \begin{array}{c} \vec{0} \\ C_R \cdot \vec{z}_0 \end{array} \right\}$$

On prendra  $\omega_R = -\frac{V_3}{R}$  la vitesse de rotation des roues motrices **(1)** et **(2)** par rapport à la plateforme **(3)**.

Les réducteurs étant considérés parfaits, on admettra que :  $C_m = k \cdot C_R$

Par ailleurs, le théorème de l'énergie cinétique appliqué à l'ensemble mobile a permis d'obtenir :

$$-\frac{C_m}{k \cdot R} = \frac{M_{eq}}{2} \gamma \qquad \text{avec} \qquad M_{eq} = m_3 + 2 \cdot m_R + 2 \cdot \frac{J_R}{R^2}$$

**Question 2** Donner l'expression du moment dynamique  $\overrightarrow{\delta_{O_1,1/0}}$  de la roue avant **(1)** au point  $O_1$  dans son mouvement par rapport au sol **(0)** en fonction de  $\frac{d\omega_R}{dt}$ . Réaliser l'inventaire des actions mécaniques extérieures agissant sur **(1)** (donner l'expression de chaque torseur).

**Question 3** On isole la roue avant **(1)**. Écrire le théorème du moment dynamique appliqué à la roue **(1)** au point  $O_1$  projeté sur  $\vec{z}_0$ , puis en déduire l'expression littérale de la composante  $X_{01}$  (de l'action du sol **(0)** sur la roue **(1)**) en fonction **uniquement** de l'accélération  $\gamma$  et des masses. Donner alors, sans faire le calcul, l'expression littérale de la composante  $X_{02}$  de l'action du sol **(0)** sur la roue **(2)**.

**Question 4** On isole l'ensemble du chariot  $(\Sigma)=(1)\cup(2)\cup(3)\cup(\text{moto-réducteurs})$ . Proposer le théorème utilisé (T.R.D. ou T.M.D., la projection, éventuellement le point) permettant de déterminer la composante  $Y_{01}$ . Donner l'expression de la composante du torseur dynamique correspondant en fonction de  $\gamma$ , des différentes masses et/ou inerties ainsi que des grandeurs géométriques.

**Question 5** Proposer uniquement la démarche (isolement(s), inventaire des actions mécaniques, théorème(s) utilisé(s)) permettant ensuite de déterminer la composante  $Y_{02}$  de l'action du sol **(0)** sur la roue **(2)**.

Une application numérique a permis de déterminer, sous les hypothèses fournies précédemment, la valeur minimale pour assurer le non-glissement du facteur de frottement noté  $f_1$  au niveau de la roue motrice avant **(1)** puis celle du facteur de frottement noté  $f_2$  au niveau de la roue motrice arrière **(2)** :  $f_1 = 0,177$  et  $f_2 = 0,146$ .

**Question 6** Dans un premier temps, en se basant sur les lois de Coulomb, indiquer la démarche qui a été mise en œuvre pour déterminer les valeurs minimales de  $f_1$  et  $f_2$ .

En réalité, le chariot ne possède pas seulement quatre roues motrices (deux de chaque côté), mais deux bogies constitués chacun de deux roues motrices et de deux roues libres en rotation (Annexe 6). La présence d'une roue libre en rotation sur chaque côté d'un bogie permet de soulager environ de moitié l'effort normal sur chaque roue motrice, tandis que l'effort tangentiel sur chaque roue motrice reste identique.

Le rail sur lequel les roues roulent sans glisser est en acier. On souhaite utiliser le même matériau pour toutes les roues (avants comme arrières, motrices comme libres).

On adoptera un coefficient de sécurité  $s = 2$  afin de garantir la pertinence des résultats en tenant compte des hypothèses simplificatrices adoptées lors de la modélisation.

**Question 7** A partir des indications fournies, proposer une valeur du facteur de frottement à retenir et justifier. Enfin, à partir du Tableau 1 ci-dessous, proposer un choix de bandage (matériau de chaque roue) qui permette d'éviter le glissement en phase d'accélération, pour ainsi respecter l'exigence 1.1.1.

Matériau 1	Matériau 2	Facteur de frottement - sec
Acier	Téflon	0,05
Acier	Acier (sec)	0,2
Acier	PVC	0,5
Acier	Caoutchouc	1 à 4

Tableau 1 : Facteur de frottement en fonction du couple de matériaux - contact sec

## 2.3 Etude du système de levage

L'étude précédente a permis de montrer qu'il faut choisir un bandage (couche de matière entourant chaque roue du chariot) pour obtenir le facteur de frottement nécessaire pour assurer l'exigence 1.1.1.

Lors des phases statiques, ce bandage va se déformer de manière permanente sous le propre poids du chariot. Le risque est de se retrouver avec des roues qui possèdent des zones aplaties et qui n'ont plus un profil circulaire et par conséquent de voir les essais perturbés par des vibrations.

La solution proposée est de maintenir le chariot surélevé par des vérins lors des phases statiques. C'est pourquoi, deux mécanismes identiques de levée (un pour chaque côté) sont intégrés au chariot. La structure d'un mécanisme de levage est présentée sur le Diagramme de Bloc Interne en Annexe 7.

### Données :

- Moteur de levage :
  - Vitesse de rotation en charge :  $\omega_{ml} = 200 \text{ rad. s}^{-1}$
- Réducteur Roue et Vis sans fin :
  - Nombre de filets de la vis :  $n_{vis} = 2$
  - Nombre de dents de la roue :  $Z_{Roue} = 50$
- Réducteur levage :
  - Rapport de réduction :  $\omega_{pignon} = k_L \cdot \omega_{Roue}$  avec  $k_L = \frac{1}{40}$
- Pignon crémaillère :
  - Diamètre primitif du pignon :  $d_{pignon} = 0,02 \text{ m}$
- Tige du vérin :
  - Course :  $C_T = 0,01 \text{ m}$

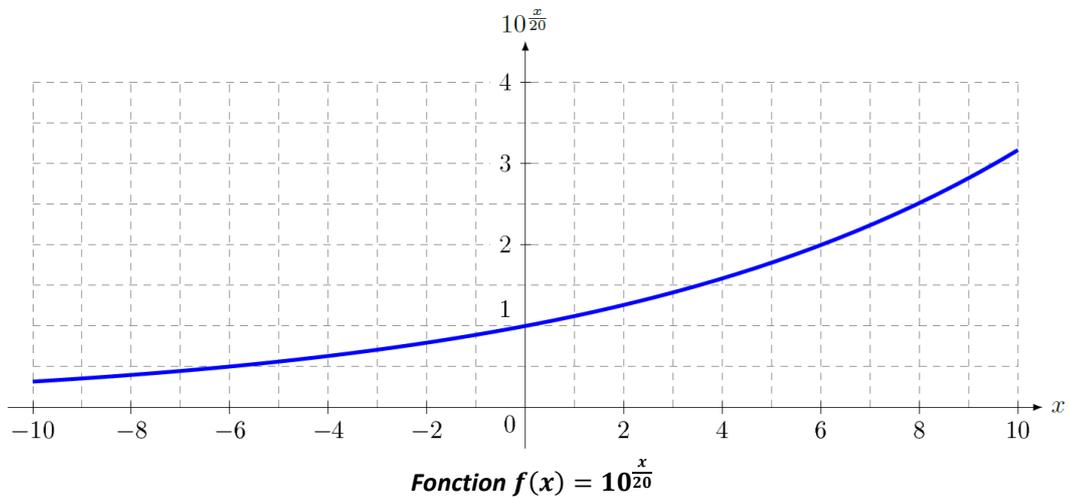
La tige de vérin est solidaire de la crémaillère.

**Question 8** Compléter le schéma-blocs en indiquant le gain cinématique dans chaque bloc et le nom du composant sous chaque bloc. En déduire l'expression littérale de la vitesse de la tige  $V_T$  en fonction de la vitesse de rotation du moteur de levage  $\omega_{ml}$ . Faire l'application numérique.

**Question 9** Donner l'expression littérale du temps de manœuvre  $T_V$ . Faire l'application numérique puis conclure quant au respect de l'exigence 3.3.2 du cahier des charges.

# Annexes

## ANNEXE 1 : AIDE AU CALCUL



## ANNEXE 2 : ANALYSE FONCTIONNELLE

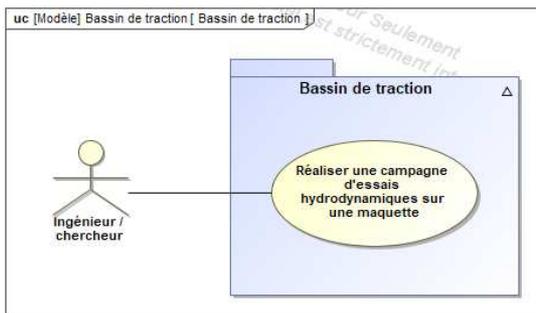


Diagramme de cas d'utilisation

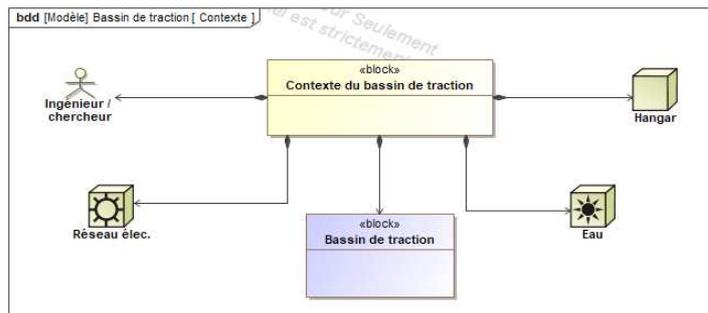
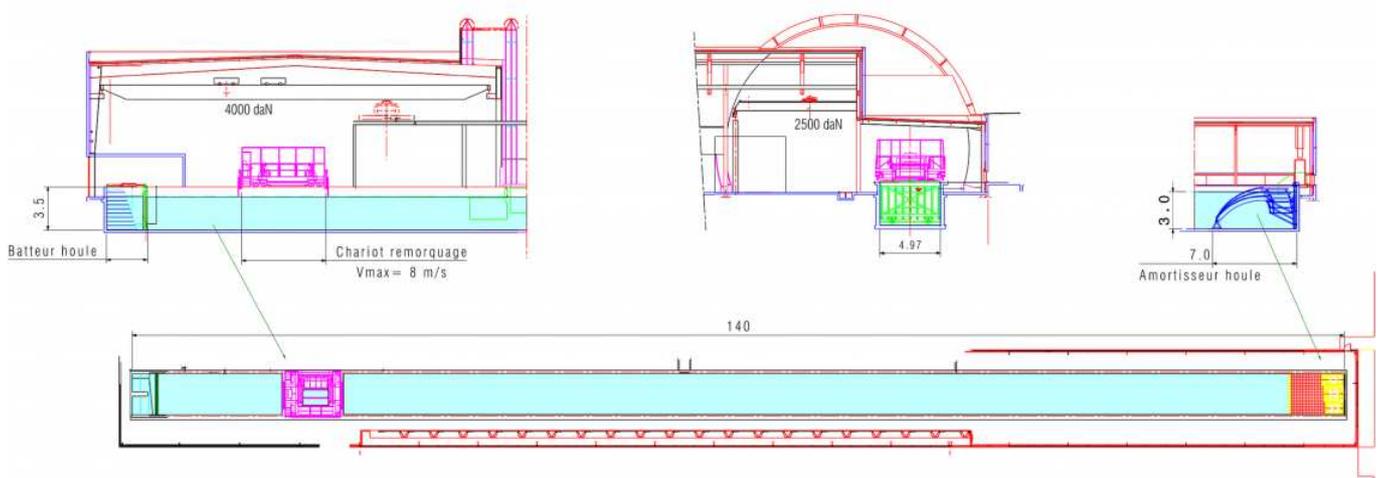


Diagramme de contexte

## ANNEXE 3 : VUES DU BASSIN



Dimensions : 140 m de long x 5 m de largeur x 3 m de profondeur

## ANNEXE 4 : EXTRAIT DU RECUEIL DES EXIGENCES

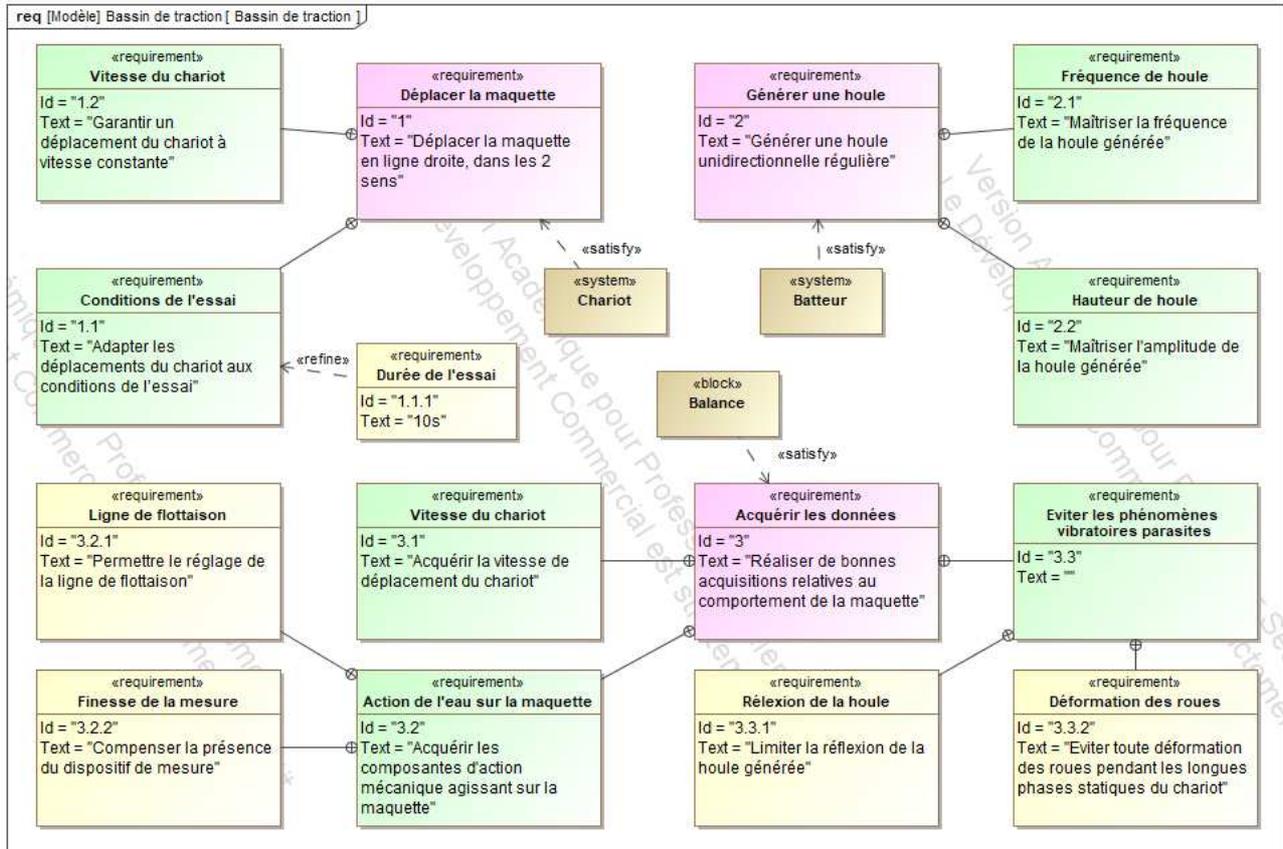


Diagramme des exigences (partiel)

Id	Exigences	Id	Exigences	Niveaux
1	Déplacer la maquette en ligne droite, dans les 2 sens			
1.1	Adapter les déplacements du chariot aux conditions de l'essai	1.1.1	Durée de l'essai	$t_{acq} \geq 10 s$
		1.1.2	Distance de freinage	$D_{FU} \leq 10 m$
		1.1.3	Glissement de la roue libre sur le rail	Nul
1.2	Garantir un déplacement du chariot à vitesse constante	1.2.1	Rapidité (Temps de réponse à 5%)	$T_{r5\%} \leq 3 s$
		1.2.2	Stabilité : Marge de gain Marge de phase	$M_G \geq 12 dB$
				$M_\varphi \geq 45^\circ$
1.2.3	Précision : Erreur statique pour une entrée : $v_c(t) = V_0 \cdot u(t)$ avec $V_0 = 8m \cdot s^{-1}$	$E_S = 0$		
2	Générer une houle unidirectionnelle régulière			
3	Réaliser de bonnes acquisitions relatives au comportement de la maquette			
3.3	Eviter les phénomènes vibratoires parasites	3.3.2	Durée de manœuvre du dispositif de relevage	$T_V \leq 5 s$

Tableau des exigences (partiel)



ANNEXE 7 : ARCHITECTURE DU MECANISME DE LEVAGE :

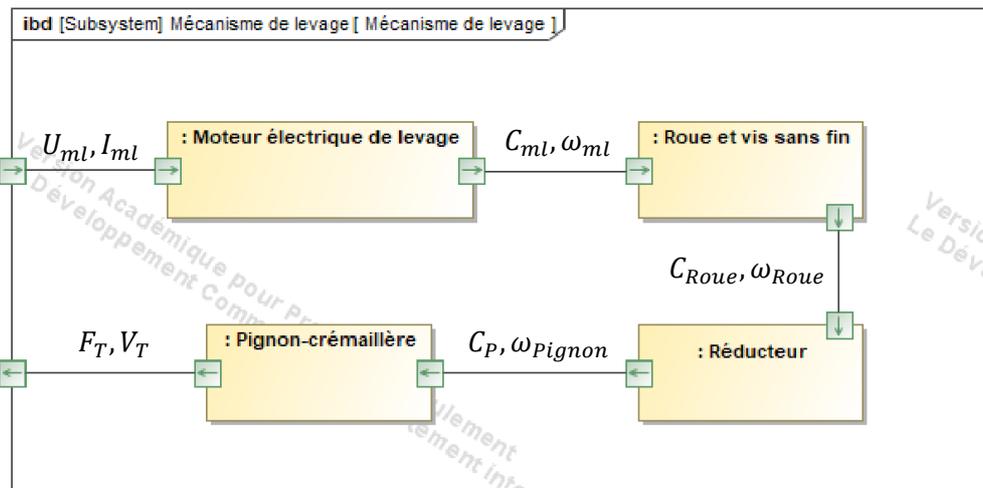


Diagramme de Bloc Interne du mécanisme de levage

ANNEXE 8 : ARCHITECTURE DU BATTEUR :

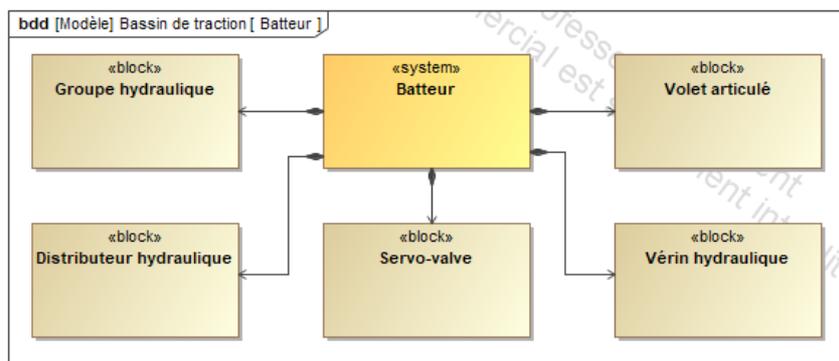


Diagramme de Définition de Blocs du batteur

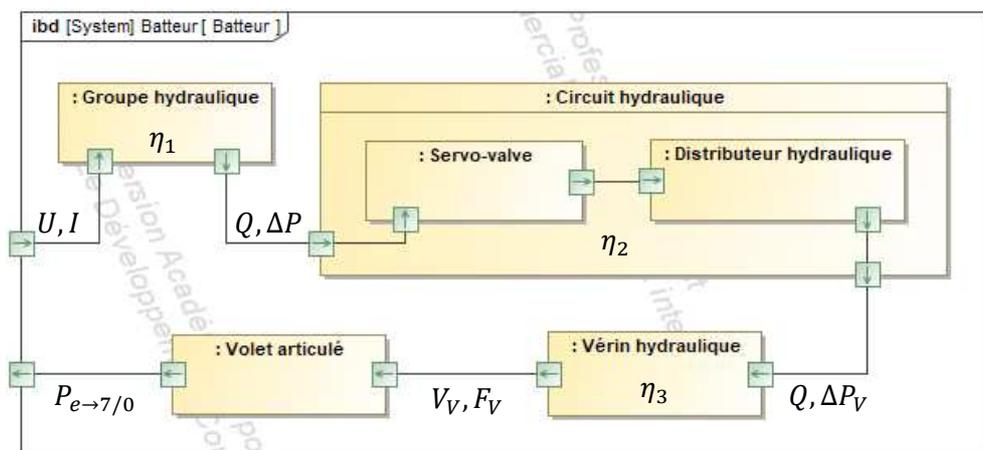


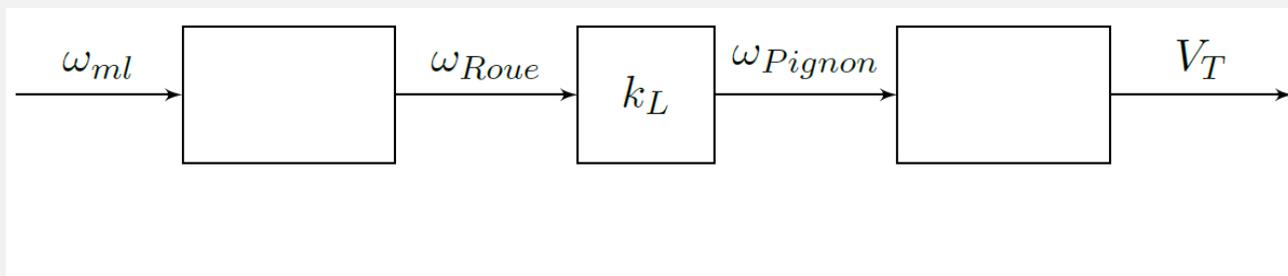
Diagramme de Bloc Interne du batteur

FIN DES ANNEXES

Question 6 :

Question 7 :

Question 8 :



Expression littérale:

$$V_T =$$

Application numérique:

$$V_T =$$

Question 9 :

Expression littérale:

$$T_V =$$

Application numérique:

$$T_V =$$

Conclusion:

Question 10 :

$$K_8 =$$

$$K_9 =$$

$$K_1 =$$