

MP

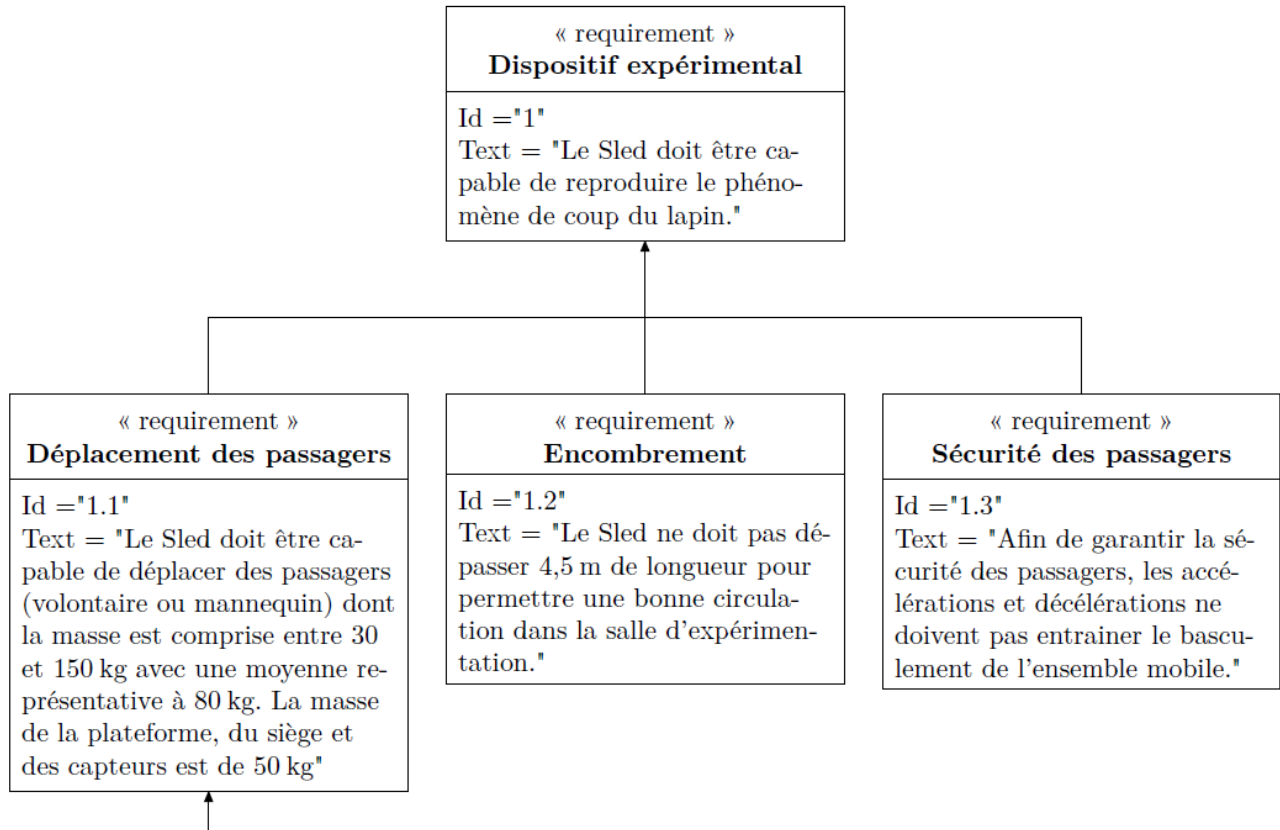
DM pour le jeudi 10 novembre 2022

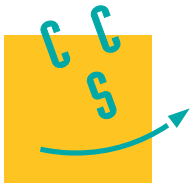
Corrigé prochainement sur le site :
<http://perso.numericable.fr/starnaud/>

Ce DM comporte :

- ✓ Un problème, sujet pages 1 à 4 et 10 à 11.
- ✓ Traiter uniquement les questions 1 à 12 (les questions 36 à 43 seront traitées en TD).

On donne un extrait du diagramme des exigences :



**SLED****I Support d'étude****I.A – Contexte**

L'obligation réglementaire de présence d'appui-têtes dans les voitures a contribué à une meilleure protection des conducteurs et des passagers en limitant les traumatismes dus au « coup du lapin » (figure 1). Ce phénomène correspond à un mouvement brusque de flexion-extension de la tête par rapport au buste. Il peut être causé en voiture, lors de chocs à basse vitesse par exemple, ou dans des situations d'embouteillage. Aucune lésion n'est visible en imagerie médicale, cependant les victimes de ce traumatisme cervical souffrent de douleurs handicapantes sur le long terme.

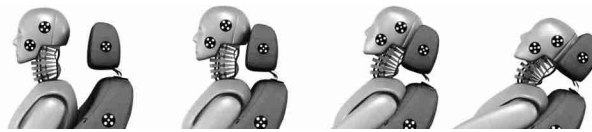


Figure 1 Réduction du phénomène du « coup du lapin » par l'usage d'un appui-tête (Référence : R.T. Shone)

Les crash-tests automobiles réalisés actuellement, sont effectués, entre autres, grâce à des mannequins de choc instrumentés représentatifs de différentes catégories de morphologie (par exemple, le mannequin représentant 50 % des tests, correspond à un homme mesurant 1,75 m et pesant 80 kg). L'étude de la diversité morphologique n'est cependant pas complète. De plus, la contribution musculaire de l'humain qui réagit au choc ne peut pas être étudiée. Mais surtout, les systèmes expérimentaux de crash-tests déjà disponibles ne sont pas représentatifs du phénomène de « coup du lapin » en termes d'accélération et d'énergie dissipée lors du choc.

L'étude proposée porte sur la conception d'un dispositif expérimental, appelé Sled, ainsi que son modèle numérique, qui serviront, dans le cadre de travaux de recherche, à mieux comprendre les phénomènes liés au « coup du lapin » et ainsi à adapter à terme les moyens de prévention et de protection des individus en fonction des morphologies. La conception s'articule en 3 étapes.

— *Première étape : conception d'un Sled 0,3g*

Afin de comprendre les traumatismes causés par le phénomène de « coup du lapin », il est nécessaire, de développer un dispositif expérimental particulier, permettant de générer des niveaux d'énergie faibles et non lésionnels à un volontaire. Ces faibles niveaux d'énergie correspondent à des accélérations et décélérations fixées à $\pm 0,3g$ pendant une durée de 1 seconde chacune.

— *Deuxième étape : élaboration de modèles*

Ces données, recueillies sur des personnes volontaires, serviront à enrichir une base de données et permettront de développer des modèles de comportement à ce niveau d'énergie, mais aussi à des niveaux d'énergie réels (accélération/décélération de $\pm 1g$ pendant 1 seconde).

— *Troisième étape : conception d'un Sled 1g*

Un second dispositif expérimental sera ensuite construit. Avec des accélérations de $\pm 1g$, les expérimentations ne pourront être conduites qu'avec des mannequins de chocs. Ce second dispositif, plus représentatif en ce qui concerne les niveaux d'accélération, servira alors à affiner les modélisations numériques.

La modélisation biomécanique des individus ainsi que les réactions musculaires des volontaires ne seront pas étudiées ici. Le sujet portera exclusivement sur les deux premières étapes.

Le principe retenu par les ingénieurs du bureau d'études pour concevoir le Sled (figure 2) est inspiré des crash-tests réalisés dans le domaine automobile :

- une plateforme est animée d'un mouvement de translation horizontale par rapport au bâti ;
- un passager (volontaire ou mannequin) peut prendre place sur cette plateforme via un siège ;
- un dispositif de mise en mouvement permet d'atteindre les accélérations et décélérations attendues.

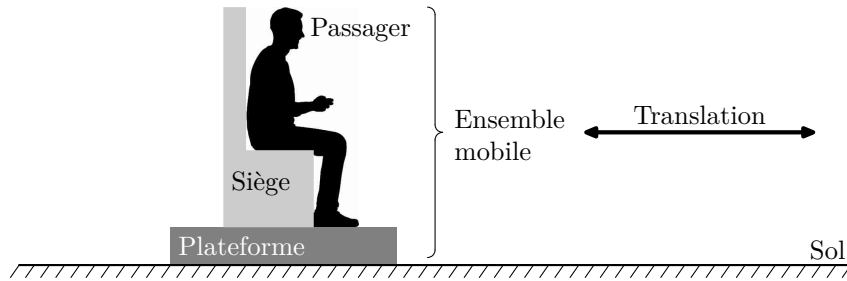


Figure 2 Principe retenu pour la conception du Sled

I.B – Diagramme partiel des exigences du Sled pour les versions 0,3g et 1g

Afin que les accélérations et les vitesses générées soient représentatives du phénomène de « coup du lapin », le Sled doit satisfaire les exigences définies figure A du document réponse.

II Pré-dimensionnement du Sled 0,3g

La première étape du développement du Sled 0,3g qui sera utilisé avec des personnes volontaires consiste à prédimensionner certains éléments technologiques pour atteindre les performances définies dans le diagramme des exigences (figure A).

Ainsi, dans une première approche simplifiée, l'ensemble mobile est modélisé par une masse rigide en liaison glissière par rapport au bâti, comme défini sur la figure 3. Pour effectuer des campagnes de tests représentatifs du phénomène de coup du lapin avec des personnes volontaires, le profil d'accélération défini sur la figure 4 est adopté.

Modèle cinématique

- Soit S_0 le bâti lié au sol.
- Soit S l'ensemble mobile {volontaire + siège + plateforme + capteurs}, en liaison glissière de direction \vec{x}_0 avec le bâti S_0 .

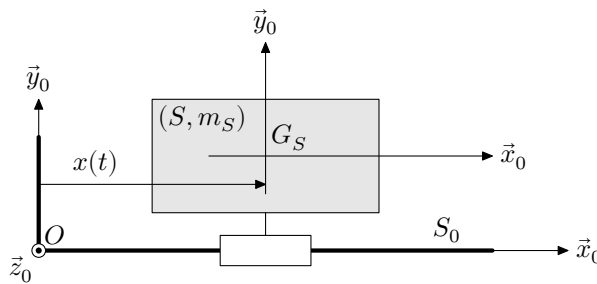


Figure 3 Modélisation cinématique de l'ensemble mobile S en liaison avec le bâti S_0

Notations et données

- Le repère $R_0(O, \vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$ associé au solide S_0 est supposé galiléen.
- Le repère $R_S(G_S, \vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$ associé à l'ensemble mobile S .
- t , le temps, exprimé en secondes.
- m_S , la masse de l'ensemble mobile S , G_S son centre de gravité tel que $x(t) = \overrightarrow{OG_S} \cdot \vec{x}_0$.
- $\vec{V}_{(G_S, S/S_0)} = v(t)\vec{x}_0$, la vitesse du centre de gravité G_S de l'ensemble mobile S par rapport au bâti S_0 .
- $\vec{a}_{(G_S, S/S_0)} = a(t)\vec{x}_0$, l'accélération du centre de gravité G_S de l'ensemble mobile S par rapport au bâti S_0 .
- L'accélération de la pesanteur est telle que $\vec{g} = -g\vec{y}_0$ avec $g = 9,81 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2}$.

Profil d'accélération type

- L'ensemble mobile S est considéré au repos à l'état initial : ses position, vitesse et accélération sont considérées nulles à l'instant initial.
- L'ensemble mobile S est ensuite soumis à un cycle complet d'une accélération constante $a_c = +0,3g$ pendant 1 seconde, puis d'une décélération constante de $-0,3g$ pendant 1 seconde. Son évolution temporelle, $a(t)$, est présentée sur la figure 4.

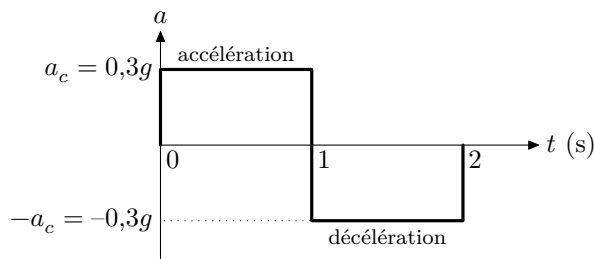


Figure 4 Évolution de l'accélération au cours du temps

II.A – Encombrement spatial du Sled 0,3g

Objectif

L'objectif est de vérifier que la course du Sled est compatible avec une utilisation dans une salle d'expérimentation.

Q 1. Déterminer l'expression littérale de la vitesse $v(t)$ en fonction de l'accélération a_c , dans la première phase d'accélération.

Q 2. En déduire la valeur maximale, notée V_{\max} et exprimée en $\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$, de la vitesse atteinte par l'ensemble mobile S au bout d'une seconde avec une accélération constante de $0,3g$. Conclure sur le respect de l'exigence Id = 1.1.2.

Un essai complet comprend une phase d'accélération suivie d'une phase de décélération.

Q 3. Déterminer la distance maximale théorique, notée x_{\max} et exprimée en m, parcourue par l'ensemble mobile S au cours d'un essai complet. Vérifier le respect de l'exigence Id = 1.2.

II.B – Dimensionnement spatial de l'ensemble mobile

Objectif

L'objectif est de vérifier la sécurité des passagers et de valider l'emprise au sol du Sled.

Les ingénieurs du bureau d'études envisagent de réaliser la liaison glissière par interposition d'éléments roulants, afin de réduire les pertes énergétiques dans cette liaison et de diminuer également le phénomène d'arc-boutement. Il est à présent nécessaire de vérifier la sécurité des passagers du Sled en étudiant le possible basculement de l'ensemble mobile lors d'un essai.

Hypothèses d'étude

- Pour cette étude, les ingénieurs du bureau d'études choisissent de modéliser la liaison glissière entre l'ensemble mobile S et le bâti S_0 dans le plan de symétrie $(O, \vec{x}_0, \vec{y}_0)$ de la figure 5 par deux contacts ponctuels en A et en B , de normale \vec{y}_0 , distants de L .
- L'étude suivante est menée uniquement en phase d'accélération définie pour un essai avec un passager volontaire.

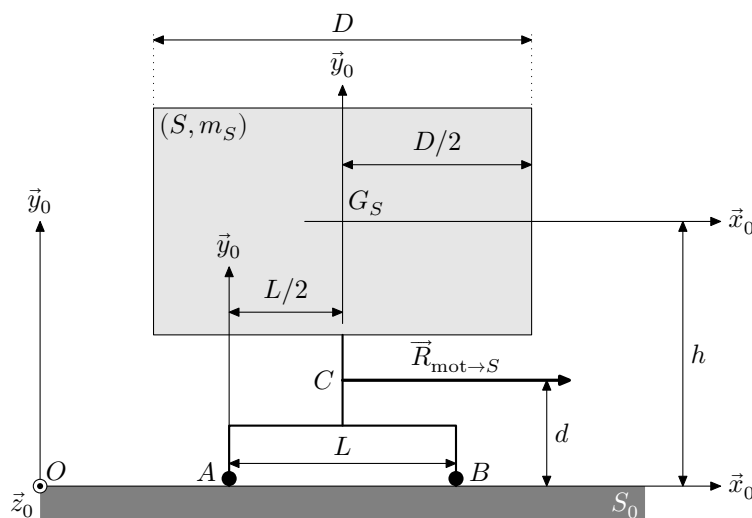


Figure 5 Paramétrage de l'ensemble mobile S du Sled

Notations et données

— Les actions transmissibles par les deux contacts ponctuels seront respectivement notées

$$\{T_{A_{S_0 \rightarrow S}}\} = \left\{ \begin{matrix} Y_A \vec{y}_0 \\ \vec{0} \end{matrix} \right\}_A \quad \text{et} \quad \{T_{B_{S_0 \rightarrow S}}\} = \left\{ \begin{matrix} Y_B \vec{y}_0 \\ \vec{0} \end{matrix} \right\}_B .$$

— L'action mécanique motrice qui permet de mettre en mouvement l'ensemble mobile S par rapport au bâti S_0 est modélisée par un glisseur au point C , noté

$$\{T_{\text{mot} \rightarrow S}\} = \left\{ \begin{matrix} \vec{R}_{\text{mot} \rightarrow S} = R \vec{x}_0 \\ \vec{0} \end{matrix} \right\}_C$$

avec $R > 0$ en phase d'accélération.

— Les principales caractéristiques dimensionnelles indiquées sur la figure 5 ont été estimées pour avoir une position réaliste du volontaire dans un siège de voiture, $D = 1000$ mm, $d = 220$ mm et $h = 1100$ mm.

II.B.1) Détermination de l'effort normal Y_B

Q 4. Isoler l'ensemble mobile S et effectuer l'inventaire des actions mécaniques extérieures qui s'appliquent sur cet ensemble.

Q 5. Exprimer $\vec{\delta}_{(G_S, S/S_0)}$, le moment dynamique en G_S de l'ensemble mobile S dans son mouvement par rapport au bâti S_0 . En déduire l'expression littérale du moment dynamique au point A de l'ensemble mobile S dans son mouvement par rapport au bâti S_0 en fonction de l'accélération a_c , de la masse m_S et d'un paramètre géométrique.

Q 6. Appliquer le théorème du moment dynamique, à l'ensemble mobile S , au point A , en projection selon \vec{z}_0 . En déduire l'expression littérale de la composante Y_B du contact ponctuel en B en fonction de l'accélération a_c , de g , de la masse m_S , de paramètres géométriques et de R .

II.B.2) Détermination de la longueur L

Q 7. Donner la condition sur Y_B qui traduit le non-basculément autour de l'axe (A, \vec{z}_0) de l'ensemble mobile S lors de la phase d'accélération.

Q 8. Après avoir explicité le système isolé et précisé le théorème utilisé, déterminer l'expression littérale de R , en fonction de la masse m_S et de l'accélération a_c .

Q 9. En déduire la longueur minimale du guidage entre l'ensemble mobile S et le bâti S_0 en fonction de l'accélération a_c , de g et de paramètres géométriques pour garantir le non-basculément autour de l'axe (A, \vec{z}_0) lors de la phase d'accélération.

II.B.3) Validation des exigences associées à la sécurité des passagers et à l'encombrement

Q 10. Au regard de l'expression littérale de la longueur minimale du guidage de l'ensemble mobile S , indiquer s'il est nécessaire d'adapter cette longueur aux différentes masses de passagers, volontaires ou mannequins.

Q 11. Déterminer la valeur numérique minimale de la dimension longitudinale L du guidage entre l'ensemble mobile S et le bâti S_0 afin de garantir le respect de l'exigence Id = 1.3 lors de la phase d'accélération définie.

Q 12. Conclure quant au respect de l'exigence Id = 1.2.

Cette étude a conduit les ingénieurs à concevoir une solution pour la liaison glissière mettant en œuvre des galets positionnés au-dessus et en dessous d'un rail (figure 6). Des systèmes de réglages sont prévus pour garantir le contact bilatéral et ainsi réduire le risque possible de basculément de l'ensemble mobile S .

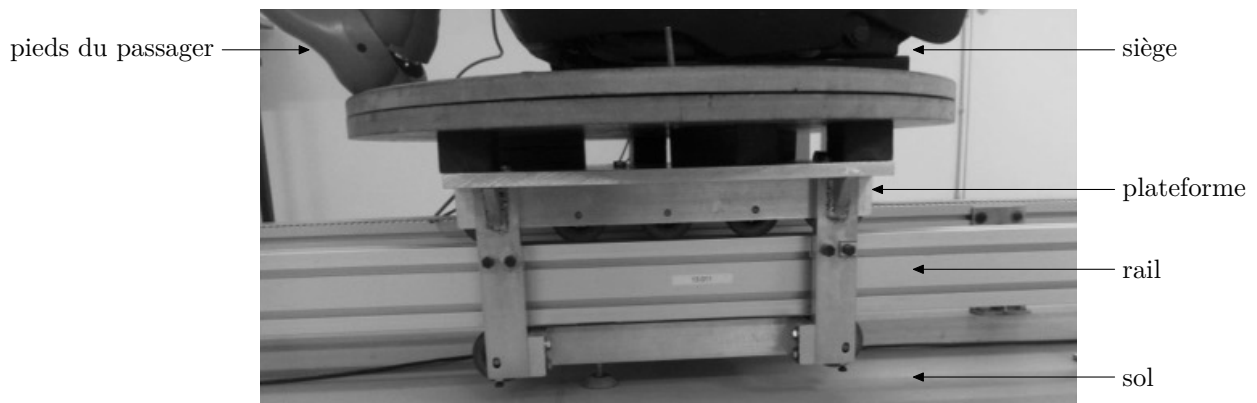


Figure 6 Solution retenue pour la réalisation de la liaison glissière entre l'ensemble mobile et le bâti

IV Réalisation d'un Sled 0,3g

En tenant compte des résultats du prédimensionnement et de la modélisation, un prototype du Sled 0,3g a été réalisé par le bureau d'études et mis en place dans le laboratoire d'expérimentations (figure 13). Les résultats obtenus avec ce prototype devront vérifier les exigences définies dans le diagramme (figure A). Ils pourront également être confrontés aux résultats issus de la modélisation. Cela permettra, à terme, de faire évoluer à la fois le modèle numérique et le prototype.

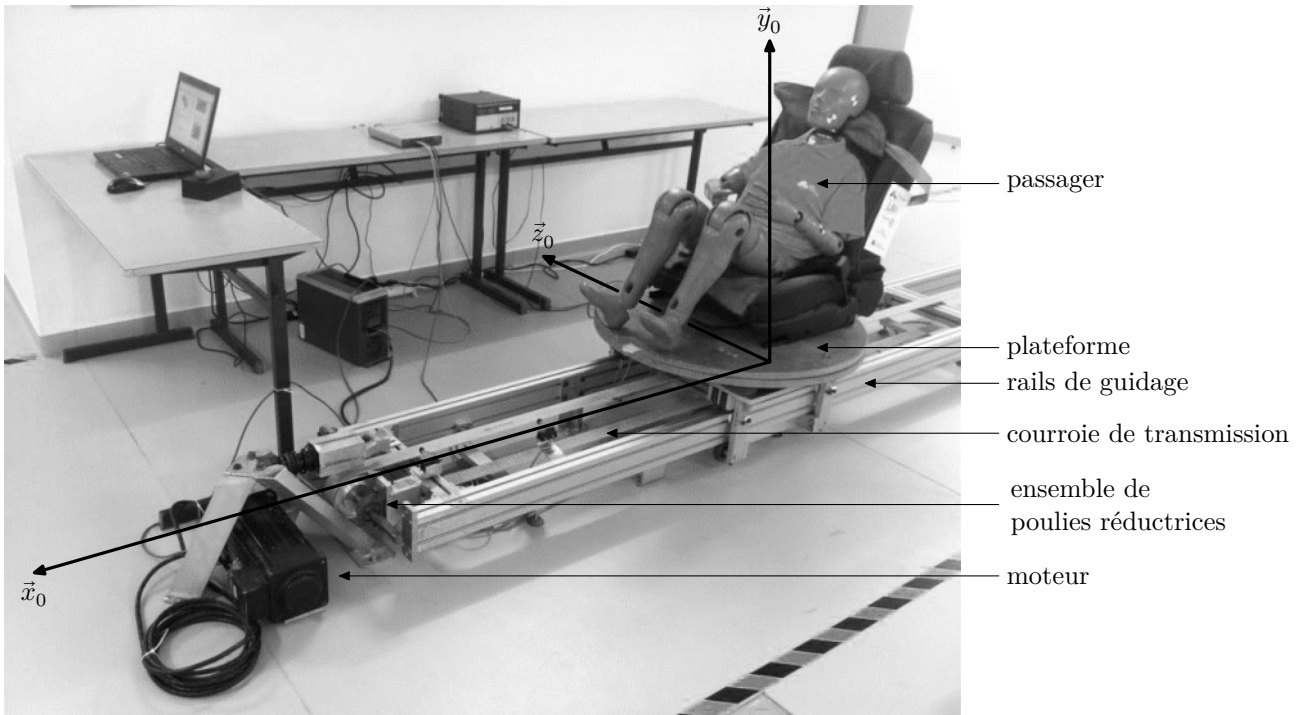


Figure 13 Prototype du Sled (ou dispositif expérimental) à 0,3g

IV.A – Validation du choix de la motorisation effectué par le bureau d'études

Objectif

Dans un premier temps, il s'agit de valider le choix du moteur électrique retenu par les ingénieurs pour motoriser le prototype du Sled et répondre aux exigences.

Hypothèses d'étude

Compte tenu des dimensions du Sled définies lors du prédimensionnement, la chaîne de transmission de puissance du moteur à l'ensemble mobile S a été conçue et réalisée avec un système de poulies et de courroies comme représenté sur la figure 14.

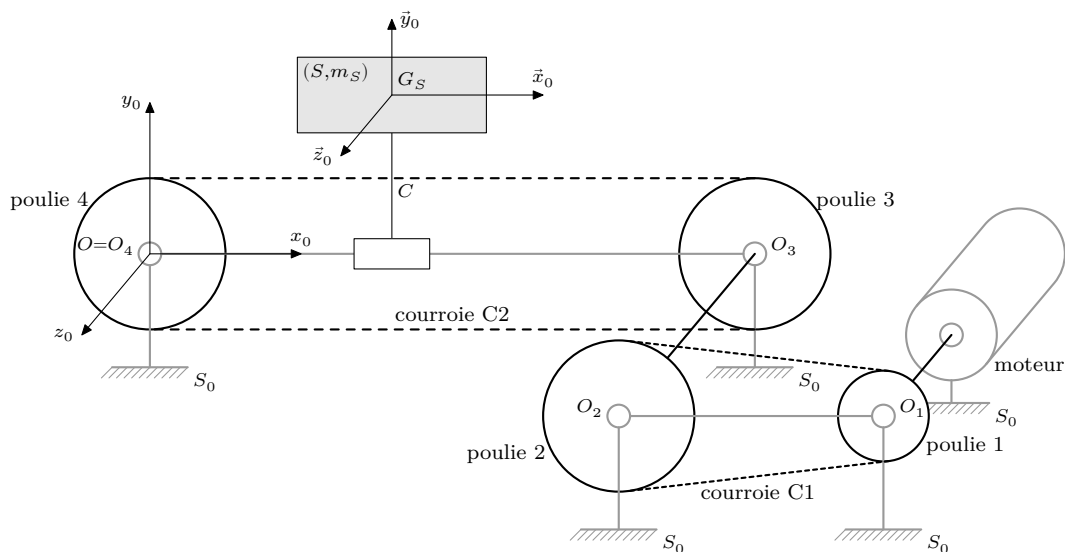


Figure 14 Modélisation cinématique de la chaîne de transmission de puissance du prototype du Sled

Les poulies 1, 2 et la courroie C1 réalisent une adaptation de la vitesse de rotation en sortie du moteur électrique. Les poulies 3, 4 et la courroie C2 participent à la transformation de mouvement de rotation des poulies en mouvement de translation de l'ensemble mobile S .

Sur le prototype du Sled, le rendement global de la chaîne de transmission de puissance prenant en compte tous les frottements (sec et fluide) est estimé à $\eta = 55\%$. La puissance totale ainsi perdue, notée $P_{\text{frottement}}$, s'exprime en fonction de la puissance fournie par le moteur : $P_{\text{frottement}} = (1 - \eta)P_{\text{stator} \rightarrow \text{rotor}/S_0}$.

Notations et données

- m_S , masse de l'ensemble mobile $S = \{\text{volontaire} + \text{siège} + \text{plateforme} + \text{capteurs}\}$.
- t , le temps, exprimé en secondes.
- $\vec{V}_{(G_S, S/S_0)} = v(t)\vec{x}_0$, la vitesse de déplacement du centre de gravité G_S de l'ensemble mobile S par rapport au bâti S_0 .
- J_{P_1} , le moment d'inertie du sous-ensemble $P_1 = \{\text{poulie 1} + \text{rotor moteur}\}$ autour de son axe de rotation (O_1, \vec{z}_0) .
- $\vec{\Omega}_{(P_1/S_0)} = \omega_1(t)\vec{z}_0$, la vitesse angulaire de rotation d'axe (O_1, \vec{z}_0) du sous-ensemble P_1 par rapport au bâti S_0 .
- $\vec{C}_m = C_m(t)\vec{z}_0$, le couple exercé par le stator, lié à S_0 , sur le rotor du moteur d'axe (O_1, \vec{z}_0) , avec $C_{m\text{max}} = 32 \text{ N}\cdot\text{m}$ (donnée constructeur).
- J_{P_2} , le moment d'inertie équivalent du sous-ensemble $P_2 = \{\text{poulie 2} + \text{arbre de transmission} + \text{poulie 3} + \text{poulie 4} + \text{courroie C2}\}$, rapporté à l'axe de rotation (O_2, \vec{z}_0) .
- $\vec{\Omega}_{(P_2/S_0)} = \omega_2(t)\vec{z}_0$, la vitesse angulaire de rotation de ce sous-ensemble P_2 par rapport au bâti S_0 autour de l'axe de rotation (O_2, \vec{z}_0) .
- $D_2 = D_3 = D_4 = 100 \text{ mm}$, les diamètres des poulies 2, 3 et 4.
- $D_1 = 35 \text{ mm}$, le diamètre de la poulie 1.
- La masse et le moment d'inertie de la courroie C1 sont négligés.

Q 36. Déterminer le rapport $k = \frac{\omega_1(t)}{\omega_2(t)}$.

Q 37. Déterminer $v(t)$ en fonction de $\omega_1(t)$ et d'un paramètre géométrique. Préciser les hypothèses nécessaires à la détermination de k et de la relation entre $v(t)$ et $\omega_1(t)$.

Q 38. En fonction de $\omega_1(t)$, exprimer l'énergie cinétique dans leur mouvement par rapport à $R_0(O, \vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$, repère supposé galiléen attaché à S_0 , de

- la classe d'équivalence du sous-ensemble noté $P_1 : E_c(P_1/S_0)$;
- la classe d'équivalence du sous-ensemble noté $P_2 : E_c(P_2/S_0)$;
- la classe d'équivalence de l'ensemble mobile $S : E_c(S/S_0)$.

Q 39. Exprimer le moment d'inertie équivalent rapporté à l'axe moteur (O_1, \vec{z}_0) , noté J_{eq} , de la chaîne de transmission de puissance composée des sous-ensembles P_1, P_2 et de l'ensemble mobile S , en fonction de k, D_1 et des différentes données inertielles propres à chaque classe d'équivalence.

Q 40. Déterminer le couple $C_m(t)$. Il est attendu de préciser le système isolé, de détailler l'inventaire des différentes puissances intérieures et extérieures mises en jeu en les distinguant clairement, d'indiquer également les puissances qui sont nulles, en donnant une justification, et de donner l'expression du théorème utilisé.

Q 41. Mettre $C_m(t)$ sous la forme $C_m(t) = \alpha \frac{dv(t)}{dt}$ en précisant l'expression de α en fonction de J_{eq}, D_1 et de η .

La suite du questionnement sera effectuée avec la valeur numérique $J_{\text{eq}} = 0,064 \text{ kg}\cdot\text{m}^2$.

Q 42. Tracer sur la copie, l'évolution du couple moteur en fonction du temps, correspondant au graphe de vitesse donné en figure 15. Préciser les valeurs caractéristiques.

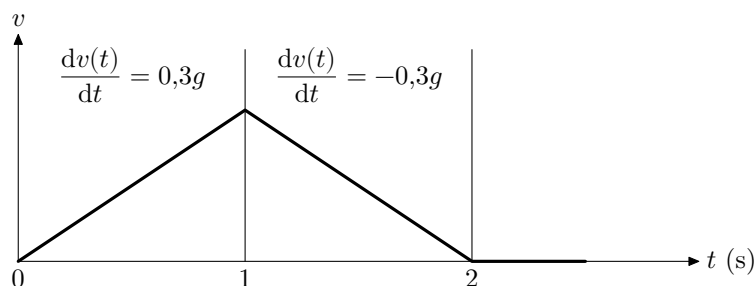


Figure 15 Évolution de la vitesse de l'ensemble mobile

Q 43. Conclure quant au choix de moteur effectué par les ingénieurs du bureau d'études sur ce critère de couple moteur.