

①

DPI janvier 23, Simulateur moto CCP PSI 15

Q1) $\vec{v}(G/R_0) = \rho \dot{\theta} \vec{e}_\theta = v \vec{e}_\theta \quad v = \rho \dot{\theta}$

Rem: $\vec{\omega} = \dot{\theta} \vec{e}_z$

Q2) $\vec{\Gamma}(G/R_0) = -\rho \dot{\theta}^2 \vec{e}_r = -\frac{v^2}{\rho} \vec{e}_r$

Q3) $\vec{\Pi}(H) = \vec{\Pi}(E) + H \vec{\Gamma} \wedge \vec{R}_E = \vec{0} - L_1 \vec{e}_\theta \wedge (N_E \vec{e}_y + T_E \vec{e}_z)$

$\vec{\Pi}(H) = -L_1 N_E \vec{e}_x + L_1 T_E \vec{e}_y \Rightarrow$ Pas de composante sur \vec{e}_z ; Idem pour le pt J

Q4) TAD en H

$\vec{S}(H) = \vec{S}(G) + H \vec{\omega} \wedge m \vec{v}(G/R_0) = \vec{0} + 2\alpha \vec{z} \wedge m \left(-\frac{v^2}{\rho} \vec{e}_r\right)$

$= 2\alpha (\cos \varphi \vec{e}_y + \sin \varphi \vec{e}_z) \wedge \left(-\frac{m v^2}{\rho} \vec{e}_r\right)$

$= -\frac{m v^2 2\alpha \cos \varphi}{\rho} \vec{e}_z \Rightarrow$

TAD en H: $-\frac{m v^2 2\alpha \cos \varphi}{\rho} = m g 2\alpha \sin \varphi$

$\Rightarrow \tan \varphi = -\frac{v^2}{\rho g}$

signe - coherent avec la figure et les repères.

Q5) TRD: $\begin{cases} N - mg = 0 \\ T = -m \frac{v^2}{\rho} \end{cases}$

Q6) Glissement lorsque $T = fN$

$\Rightarrow m \frac{v^2}{\rho} = f mg \Rightarrow v = \sqrt{f \rho g h}$

AN: $v_{\text{max}} = \sqrt{25 \times 0,8 \times 9,8} = 50 \text{ km/h} = 14 \text{ m/s}$

$\varphi_{\text{max}} = -\arctan\left(\frac{14^2}{25 \times 9,8}\right) = -0,67 \text{ rad} = -38,5^\circ$

(2) (Q18) CF... (chaîne fonctionnelle)

$$(Q19) E_c = \frac{1}{2} J_1 \dot{\varphi}^2 + \frac{1}{2} J_V \omega_{ma}^2 + \frac{1}{2} J_V \omega_{mb}^2$$

$$E_c = \frac{1}{2} \left[J_1 K_R^2 + 2 J_V \right] \omega_m^2 = \frac{1}{2} J_{eq} \omega_m^2$$

TFC $\Rightarrow J_{eq} \dot{\omega}_m = C_{ma} \omega_{ma} + C_{mb} \omega_{mb} + C_a \omega_{ma}$
 $+ C_b \omega_{mb} - f \omega_{ma} - f \omega_{mb}$

avec $\omega_{ma} = -\omega_m$ et $\omega_{mb} = \omega_m$

$$\Rightarrow J_{eq} \dot{\omega}_m = -C_{ma} + C_{mb} - C_a + C_b - 2f \omega_m$$

$$(Q20) K_2 = \frac{1}{r} ; K_1 = \frac{1}{J_T + I}$$

$$(Q21) J \frac{d\omega_m}{dt} + f \omega_m = C_m + a ; C_m = K_E \cdot i$$

1^{er} cas : $\left. \begin{array}{l} \omega_m = 0 \\ i = 1,2 \text{ A} \end{array} \right\} \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} C_m = -C_m = -K_E \cdot i = -0,69 \times 1,2 \\ a = 0,83 \text{ Nm} \end{array} \right.$

2^{er} cas : $\left. \begin{array}{l} \omega_m = 120 \text{ rad/s} \neq 0 \\ i = 3,5 \text{ A} \end{array} \right\} \Rightarrow f = \frac{K_E \cdot i + a}{\omega_m}$

$$f = \frac{0,67 \times 3,5 - 0,83}{120} = 0,013 \text{ Nm/A}$$

$$(Q22) K_{ve} = \frac{1_{eq}}{2\pi} = 5,77 \cdot 10^{-4} \text{ m/rad}$$

(Q23) Chronogramme : 0 1 2 3 4 5 4 3 2 1 0 -1

$$(Q24) K_{ep} = \frac{1025}{2\pi} = 163 \text{ pt/rad}$$

(3)

Q25
$$K_A = \frac{K_{ap}}{K_{ve}}$$

Q26
$$M_1 = \frac{5,5 K_p}{\tau(1+0,017\tau) + 5,5 K_p} = \frac{1}{\frac{0,017}{5,5 K_p} \tau^2 + \frac{\tau}{5,5 K_p} + 1}$$

$$M_2 = \frac{55 \cdot 10^{-3}}{\tau(1+0,017\tau) + 5,5 K_p} = \frac{\frac{1}{700 K_p}}{\frac{0,017}{5,5 K_p} \tau^2 + \frac{\tau}{5,5 K_p} + 1}$$

$$K_1 = 1 ; K_2 = \frac{1}{700 K_p} ; \omega_0 = \sqrt{\frac{5,5 K_p}{0,017}} = 18 \sqrt{K_p}$$

$$\frac{2\zeta}{\omega_0} = \frac{1}{5,5 K_p} \Rightarrow \zeta = \frac{\omega_0}{11 K_p} = \frac{18}{11 \sqrt{K_p}} = \frac{1,63}{\sqrt{K_p}}$$

Q27 Pas de dépassement $\Rightarrow \zeta \leq 1 \Rightarrow K_p > (1,63)^2 = 2,7$

Q28 Avec $\zeta = 1$, $\omega_{dB} = -6 \text{ dB}$ pour $\omega = \omega_0$

Bande passante $[0, \frac{\omega_0}{2\pi}]$; on veut $\frac{\omega_0}{2\pi} > 15$
(a-BF)

Avec $K_p = 2,7$ on a $\frac{\omega_0}{2\pi} = \frac{18 \sqrt{K_p}}{2\pi} = 4,7 < 15$. Trop lent.

Q29 $K_1 = 1 \Rightarrow$ Erreur de poursuite nulle.

$K_2 = \frac{1}{700 K_p} \neq 0 \Rightarrow$ Erreur de régulation $e(\infty) = \frac{a_0}{700 K_p}$

Avec $a_0 = -1 \text{ Nm}$, on veut $\frac{|K_2|}{700 K_p} < 0,002 \Rightarrow K_p > 5$

Q30
$$FTB_0 = \frac{K_p(1+\tau T)}{(1+a\tau T)} \times \frac{5,5}{\tau(1+0,017\tau)} = \frac{5,5 \cdot K_p}{\tau(1+a\tau T)}$$

On veut $\frac{\omega_0}{2\pi} > 15$ et $\zeta = 1$

②

$$FTBF = \frac{5,5 \cdot K_{AP}}{\tau(1 + a\tau\tau) + 5,5 K_{AP}} = \frac{1}{\frac{a\tau}{5,5 K_{AP}} \tau^2 + \frac{1}{5,5 K_{AP}} \tau + 1}$$

On prend $\omega_0 = 30 \cdot \pi$ et $\xi = 1$

$$\frac{2\xi}{\omega_0} = \frac{1}{5,5 \cdot K_{AP}} \Rightarrow K_{AP} = \frac{\omega_0}{11} = 8,86$$

③① Performances

Pas de dépassement

Précision : $\varepsilon(\infty) = \dots < 2 \text{ mm}$

Bande passante (FTBF) : $100 \text{ rad/s} = 15,9 \text{ Hz} > 15$

③②