

①

Correction DS de SI, NPA, mars 23

Clavecin  
COINP PSI 23

Q1

	Robot	Résumé	
Volume ( $\text{mm}^3$ )	400	25	OK
Densité ( $\text{kg/m}^3$ )	30	300	pas OK
Vitesse ( $\text{m s}^{-1}$ )	1,2	0,12	OK

Q2)  $\vec{O_1 P} = l_1 \vec{x}_1 + l_2 \vec{x}_2 = (l_1 \cos \theta_1 + l_2 \cos \theta_2) \vec{x}_0 + (l_1 \sin \theta_1 + l_2 \sin \theta_2) \vec{y}_0$

$$\vec{v}(\rho \text{e}%\%) = - (l_1 \dot{\theta}_1 \sin \theta_1 + l_2 \dot{\theta}_2 \sin \theta_2) \vec{x} + (l_1 \dot{\theta}_1 \cos \theta_1 + l_2 \dot{\theta}_2 \cos \theta_2) \vec{y}$$

$$\vec{v}(\rho \text{e}%\%) = \begin{bmatrix} -l_1 \dot{\theta}_1 \sin \theta_1 & -l_2 \dot{\theta}_2 \sin \theta_2 \\ l_1 \dot{\theta}_1 \cos \theta_1 & l_2 \dot{\theta}_2 \cos \theta_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\theta}_1 \\ \dot{\theta}_2 \end{bmatrix}$$

Q3) "Volume" de travail  $\Rightarrow S = \frac{\pi (l_1 + l_2)^2}{4} = 6367 \text{ mm}^2$

En fait :  $S = \frac{\pi (l_1 + l_2)^2}{4} + \left( l_1^2 - \frac{\pi l_1^2}{4} \right) + \left( l_2^2 - \frac{\pi l_2^2}{4} \right) = 5206 \text{ mm}^2$

Q4)  $\|\vec{v}(\rho \text{e}%\%)|| = \sqrt{(l_1 \dot{\theta}_1)^2 + (l_2 \dot{\theta}_2)^2 + 2l_1 l_2 \dot{\theta}_1 \dot{\theta}_2 (\sin \theta_1 \sin \theta_2 + \cos \theta_1 \cos \theta_2)}$

Q5) Cas le + défavorable :  $\omega_{m1} = 0 ; \omega_{m2} \neq 0$

$$V_p = l_2 \dot{\theta}_2 = l_2 \frac{\zeta}{59} \omega_{m2}$$

Q6)  $V_p = 0,055 \times \frac{\zeta}{59} \times$

Q7)  $\Delta x = l_2 \Delta \theta = l_2 \frac{\zeta}{59} \Delta \theta = 15 \times \frac{\zeta}{59} \frac{2\pi}{500} = 0,056 \text{ mm} < 0,05$

Q8)  $\Delta x = (l_1 + l_2) \Delta \theta = 90 \times \frac{\zeta}{59} \times \frac{2\pi}{500} = 0,032 \text{ mm} > 0,05$

Q9)  $E_c(\%) = \frac{1}{2} m_p (\dot{q}_s)^2$

$$② \quad Q10 \quad E_c(\%) = \frac{1}{2} I_3 \dot{\theta}_3^2 + \frac{1}{2} m_3 (G_3 \dot{\theta}_3)^2 = \frac{1}{2} (I_3 + m_3 G_3^2) \dot{\theta}_3^2$$

$$Q11 \quad E_c(\%) = \frac{1}{2} (I_3 + m_3 G_3^2) \dot{\theta}_3 + \frac{1}{2} m_3 g \dot{y}_3^2$$

$$Q12 \quad \text{Point} = 0$$

$$Q13 \quad P(\text{gas} \rightarrow s) = -m_2 g \dot{y}_s < 0 \text{ quad } \dot{y}_s > 0$$

$$P(\text{gas} \rightarrow 3) = -m_3 g \vec{y}_0 \cdot G_3 \dot{\theta}_3 \vec{y}_3 = -m_3 g G_3 \dot{\theta}_3 G_3 \dot{\theta}_3 < 0 \text{ quad } \dot{\theta}_3 > 0$$

$$P(\text{cond} \rightarrow \xi_0) = \{T_{\text{cond}} \rightarrow s\} \otimes \{V \xi_0\} = -F_x \dot{y}_s < 0 \text{ gal } \dot{y}_s > 0$$

$$P(2 \rightarrow 3) = \{T_2 \rightarrow 3\} \otimes \{V 3\} = F_x l_3 \dot{\theta}_3 > 0 \text{ gal } \dot{y}_s > 0$$

$$P(\text{ext} \rightarrow E_0) = F_x l_3 \dot{\theta}_3 - F_x \dot{y}_s - m_3 g G_3 \dot{\theta}_3 G_3 \dot{\theta}_3 - m_2 g \dot{y}_s$$

$$Q14 \quad y_s = a_3 \tan \theta_3 \approx a_3 \theta_3 \quad \text{et} \quad F_x = K_g y_s = K_g a_3 \theta_3$$

$$E_c(\%) = \frac{1}{2} (I_3 + m_3 G_3^2 + a_3^2 m_2) \dot{\theta}_3^2 = \frac{1}{2} \cdot A_1 \cdot \dot{\theta}_3^2$$

$$P(\text{ext} \rightarrow E_0) = F_x l_3 \dot{\theta}_3 - K_g a_3^2 \theta_3 \dot{\theta}_3 - m_3 g G_3 \dot{\theta}_3 - m_2 g a_3 \dot{\theta}_3$$

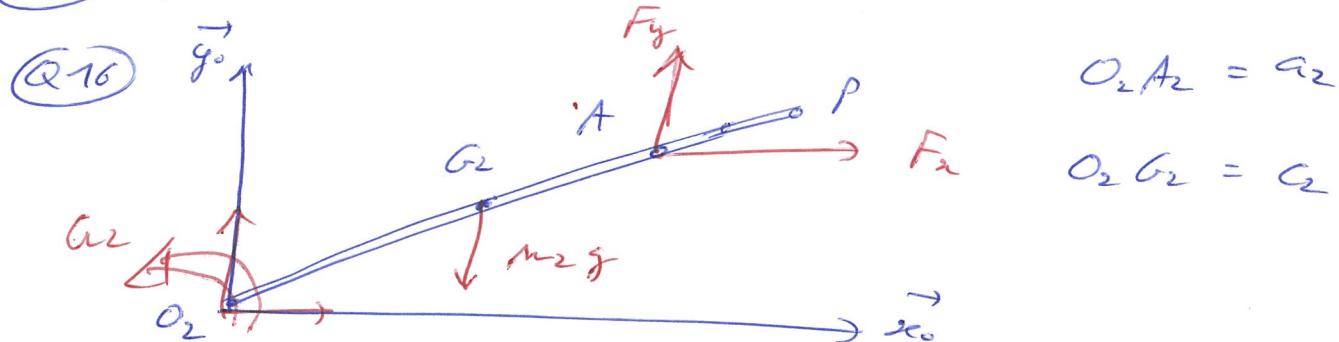
$$\text{TEC} \Rightarrow A_1 \dot{\theta}_3 = F_x l_3 - K_g a_3^2 \theta_3 - m_3 g G_3 - m_2 g a_3$$

$$A_1 \dot{\theta}_3 + K_g a_3^2 \theta_3 = F_x l_3 - (m_3 G_3 + m_2 a_3) g$$

$$A_1 = I_3 + m_3 G_3^2 + m_2 a_3^2 ; \quad A_2 = K_g a_3^2$$

$$A_3 = l_3 ; \quad A_4 = -(m_3 G_3 + m_2 a_3) g$$

$$Q15 \quad \text{effort man} < 20 N$$



$$③ \quad \alpha_2 - m_2 g \cos \theta_2 + F_y \alpha_2 \cos \theta_2 - F_x \alpha_2 \sin \theta_2 = \vec{F}_{O_2, \perp \rightarrow 2}$$

$$⑭ \quad \vec{s}(\alpha_2 \in \gamma) = I_2 \ddot{\theta}_2 \vec{g} \quad | \quad \vec{O_2 \bar{O}_2} =$$

$$\vec{s}(\alpha_2 \in \gamma) = \vec{s}(\alpha_2 \in \gamma) + m_2 \frac{\vec{O_2 \bar{O}_2}}{c_2 x_2} \wedge \vec{a}(\alpha_2 \in \gamma)$$

$$\vec{O_2 \bar{O}_2} = l_1 \vec{x_1} + l_2 \vec{x_2}; \quad \vec{v}(\alpha_2 \in \gamma) = l_1 \dot{\theta}_1 \vec{y_1} + l_2 \dot{\theta}_2 \vec{y_2}$$

$$\vec{a}(\alpha_2 \in \gamma) = l_1 \ddot{\theta}_1 \vec{y_1} - l_1 \ddot{\theta}_1^2 \vec{x_1} + l_2 \ddot{\theta}_2 \vec{y_2} - l_2 \ddot{\theta}_2^2 \vec{x_2}$$

$$\vec{s}(\alpha_2 \in \gamma) \cdot \vec{g} = I_2 \ddot{\theta}_2 + \dots$$

$$\vec{O_2 \bar{O}_2} = c_2 \vec{x_2} = c_2 \cos(\theta_2 - \theta_1) \vec{x_1} + c_2 \sin(\theta_2 - \theta_1) \vec{y_1}$$

$$\vec{s}(\alpha_2 \in \gamma) \cdot \vec{g} = I_2 \ddot{\theta}_2 + m_2 c_2 \left( l_1 \ddot{\theta}_1 \cos(\theta_2 - \theta_1) + l_1 \ddot{\theta}_1^2 \sin(\theta_2 - \theta_1) \right)$$

$$+ m_2 c_2 \ddot{\theta}_2$$

$$\text{TMD en } \theta_2 \Rightarrow$$

$$I_2 \ddot{\theta}_2 + m_2 c_2 l_1 \left( \ddot{\theta}_1 \cos(\theta_2 - \theta_1) + \ddot{\theta}_1^2 \sin(\theta_2 - \theta_1) \right) + m_2 c_2 \ddot{\theta}_2$$

$$= \alpha_2 - m_2 g \cos \theta_2 + F_y \alpha_2 \cos \theta_2 - F_x \alpha_2 \sin \theta_2$$

$$⑮ \quad \text{On note } (I_{\perp 2} + \text{roulis} + \text{couvre}), \quad \text{TMD en } \theta_1$$

$$⑯ \quad \theta_1 = \theta_2 = 0, \quad \text{couple statique } (\ddot{\theta} = \dot{\theta} = 0)$$

$$\Rightarrow \alpha_1 = m_1 g \bar{g} + m_2 l_1 \bar{g} - l_1 F_y$$

$$⑰ \quad \alpha_1 = 0,915 \text{ Nm}; \quad C_{m1} = \frac{\zeta}{\zeta_0} \alpha_1 = 0,075 \text{ Nm}.$$

$$\text{Donnée moteur : } G_{moteur} = K_C \times I = 0,115 \times 0,915 = 0,104 \text{ Nm}$$

$$⑱ \quad R_2 = \frac{\zeta}{\zeta_0}$$

$$⑲ \quad E(\xi) = \frac{1}{2} \left( I_{D2} + I_{D1} + I_2 + m_2 c_2^2 \right) \ddot{\theta}_2^2 + \frac{1}{2} \left( I_{moteur} + I_{red} \right) \ddot{\theta}_m^2$$

$$E(\xi) = \frac{1}{2} \left[ I_{moteur} + I_{red} + \left( I_{D2} + I_{D1} + I_2 + m_2 c_2^2 \right) R_2^2 \right] \ddot{\theta}_m^2$$

$$④ E(\%) = \frac{1}{2} J_{eq} \dot{\theta}_m^2 ; \quad J_{eq} = 81,55 \text{ g.cm}^2$$

$$② K_{ad} = \frac{500}{2\pi} = \frac{250}{\pi} \text{ rad/sec}$$

$$③ K_{conv} = \frac{K_{ad}}{R_2} = \frac{250}{\pi} \cdot \frac{19}{5} = 975 \text{ rad/sec}$$

$$④ N(j) = \frac{\frac{1}{R+jL}}{1 + \frac{1}{R+jL} \times \frac{K_{ad} K_e}{j\zeta}} = \dots = \frac{j\zeta}{K_{ad} K_e \left[ \frac{Lj}{K_{ad} K_e} \zeta^2 + \frac{Rj}{K_{ad} K_e} \zeta + 1 \right]}$$

$$⑤ P_{avg}(j) = \frac{1}{R+jL}$$

$$⑥ \text{Boile donne}, \text{ on voit } \Pi_e = 6 \text{ dB}$$

$$\text{pour } \varphi = -180 \text{ on a } C_{dB} = 16 \text{ dB}$$

$$\text{Il faut } 20 \log K_{pl} = 16 + 6 = 22 \Rightarrow K_{pl} = 70 = 0,08$$

⑦ Action intégrale  $\Rightarrow$  erreur statique nulle

$$⑧ C(j) = \dots = \frac{0,056 \left( 1 + \frac{2}{5} j \right)}{j}$$

$$\text{Casme pour } \omega = \frac{\zeta}{j} = 0,57 \text{ rad.}$$

$$\text{2e asymptote : } C_{dB} = 20 \log \left( 0,056 \times \frac{2}{5} \right) = -22 \text{ dB}$$

$\Rightarrow$  pente  $-20$  puis  $0$ ;  $\varphi -90$  puis  $0$ .

⑨ L'action intégrale n'a pas d'influence sur la stabilité:  $\omega = 0,57$  est hors de la zone de mesure des marges de stabilité.

⑩ Performances boucle de courant

$$t_{5\%} = 18 \text{ ms} < 30 \text{ ms}$$

$$DX = 100 \times \frac{(115 - 107,5)}{107,5} = 7\% < 25\%$$

5

Q33 En poursuite : 2 intégrations

⇒ erreur nulle avec entrées échelon et rampe

En régulation : 1 intégration en amont

⇒ erreur nulle avec perturbation de type échelon

Q34 Boîte FTB 0 donnée :  $P_0 = 6 \text{ dB}$  et  $\tau_{\theta} = 55^\circ$

Q35 I et V très élevés !

L'alimentation en tension est fortement limitée

Q36 Performances de la réponse temporelle de position

Précis avec les entrées échelon et rampe OK

$t_{5\%} = 0,05 \text{ s} > 0,03 \text{ s}$  pas OK

$D_x \approx 15 \%$  < 30 % OK

Q37 Pb : manque de rapidité.