(1)

Equilibrage

(Q1) Torseur cinétique : $\{\mathcal{C}\,1/0\} = \begin{Bmatrix} \vec{R_c}(1/0) \\ \vec{\sigma}(O\in 1/0) \end{Bmatrix}_O$

$\vec{R_c}(1/0)$: résultante cinétique

$\vec{\sigma}(O\in 1/0)$: moment cinétique.

$\vec{R_c}(1/0) = m\,\vec{v}(G\in 1/0)$

$\vec{OG} = x_G\,\vec{x_1} + z_G\,\vec{z_0} \Rightarrow \vec{v}(G\in 1/0) = x_G.\dot{\theta}\,\vec{y_1}$

$\vec{R_c}(1/0) = x_G\,\dot{\theta}\,m.\vec{y_1}$

Calcul de $\vec{\sigma}(O\in 1/0)$, on est en O... cool ($\vec{v}(O)=\vec{0}$)

$$\vec{\sigma}(O\in 1/0) = \begin{bmatrix} A & -F & -E \\ -F & B & -D \\ -E & -D & C \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \dot{\theta} \end{bmatrix} = -E\dot{\theta}\,\vec{x_1} - D\,\dot{\theta}\,\vec{y_1} + C.\dot{\theta}.\vec{z_1}$$

Torseur dynamique : $\{\mathcal{D}\,1/0\} = \begin{Bmatrix} \vec{R_d}(1/0) \\ \vec{\delta}(O\in 1/0) \end{Bmatrix}_O$

$\vec{R_d}(1/0)$: résultante dynamique

$\vec{\delta}(O\in 1/0)$: moment dynamique

$\vec{R_d}(1/0) = m\,\vec{a}(G\in 1/0)$

$\vec{R_d}(1/0) = m\left(x_G\,\ddot{\theta}\,\vec{y_1} - x_G\,\dot{\theta}^2\,\vec{x_1}\right)$

$= m\,x_G\left(\ddot{\theta}\,\vec{y_1} - \dot{\theta}^2\,\vec{x_1}\right)$

2

$$\vec{\delta}(O \in 1/0) = -E\ddot{\theta}\vec{x_1} - E\dot{\theta}^2\vec{y_1} - D\ddot{\theta}\vec{y_1} + D\dot{\theta}^2\vec{x_1} + C\ddot{\theta}\vec{z_1}$$

$$\vec{\delta}(O \in 1/0) = (-E\ddot{\theta} + D\dot{\theta}^2)\vec{x_1} - (E\dot{\theta}^2 + D\ddot{\theta})\vec{y_1} + C\ddot{\theta}\vec{z_1}$$

Q2 <u>BAME</u> : Bilan des Actions ... (sous forme de torseur)

$$\left\{\mathcal{T}_{\substack{pivot\\0\to1}}\right\} = \begin{Bmatrix} X & L \\ Y & M \\ Z & 0 \end{Bmatrix}_O \qquad \left\{\mathcal{T}_{\substack{moteur\\\to1}}\right\} = \begin{Bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & Cm \end{Bmatrix}_O$$

$$\left\{\mathcal{T}_{pes\to1}\right\} = \begin{Bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ -mg & 0 \end{Bmatrix}_G$$

$$\vec{M}(O) = \vec{M}(G) + \vec{OG} \wedge \vec{P} = \vec{0} + (x_G\vec{x_1} + z_G\vec{z_0}) \wedge (-mg\vec{z_0})$$

$\vec{M}(O) = mg\,x_G\,\vec{y_1}$ ⟵ (on retrouve force × bras de levier)

$$\left\{\mathcal{T}_{pes\to1}\right\} = \begin{Bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & mg\,x_G \\ -mg & 0 \end{Bmatrix}_O$$

Q3 <u>PFD</u> ⟹

$$\begin{cases} -m_1 x_G \dot{\theta}^2 = X \\ m_1 x_G \ddot{\theta} = Y \\ 0 = Z - mg \end{cases}$$

$$\begin{cases} -E\ddot{\theta} + D\dot{\theta}^2 = L \\ -E\dot{\theta}^2 - D\ddot{\theta} = M + mg\,x_G \\ C\ddot{\theta} = Cm \end{cases}$$

③

(Q4) On en déduit $\left| \begin{array}{l} X = \;;\; Y = \dots,\; Z = \dots \\ L = \dots \;;\; N = \dots \end{array} \right.$

(Q5) <u>On veut $X = Y = L = N = 0$</u>, il faut :

(1) $x_G = 0$

(2) $E = D = 0$

(Q6) <u>On ajoute 2 masses ponctuelles</u> : m_1 et m_2

$$\left. \begin{array}{l} \vec{OG_1} = x_1 \vec{x_1} + y_1 \vec{y_1} + z_1 \vec{z_0} \\ \vec{OG_2} = x_2 \vec{x_1} + y_2 \vec{y_1} + z_2 \vec{z_0} \end{array} \right) \begin{array}{l} 8 \text{ paramètres} \\ (m_1, m_2, x_1, \dots) \end{array}$$

<u>Centre d'inertie de l'ensemble</u> :

$$\vec{OG_\Sigma} = \frac{m \vec{OG} + m_1 \vec{OG_1} + m_2 \vec{OG_2}}{m + m_1 + m_2} = \vec{0}$$

$$\Rightarrow \left| \begin{array}{l} m x_G + m_1 x_1 + m_2 . x_2 = 0 \\ m_1 y_1 + m_2 y_2 = 0 \end{array} \right) \text{ 2 équations}$$

<u>Matrice d'inertie de la masse m_1 en O</u> (Huygens)

$$\overline{\overline{I}}(m_1, O) = \begin{bmatrix} A_1 & -F_1 & -E_1 \\ & B_1 & -D_1 \\ & & C_1 \end{bmatrix} \quad \begin{array}{l} D_1 = m_1 y_1 z_1 \\ E_1 = m_1 x_1 z_1 \\ F_1 = m_1 x_1 y_1 \end{array}$$

$$\text{Donc : } \left. \begin{array}{l} D_\Sigma = D + m_1 y_1 z_1 + m_2 y_2 z_2 \\ E_\Sigma = E + m_1 x_1 z_1 + m_2 x_2 z_2 \end{array} \right) \text{ 2 équations}$$

④

<u>Bilan</u> : on a | 8 inconnues ($m_1, m_2, x_1, x_2, y_1 \ldots$)
| 4 équations.

<u>On rajoute des equations.</u> :

$$\begin{cases} z_1 = 0 \\ z_2 = L \\ \sqrt{(x_1)^2 + (y_1)^2} = R \\ \sqrt{(x_2)^2 + (y_2)^2} = R \end{cases}$$

↳ | Masses placé à une distance R de
| l'axe de rotation.
| Et ...