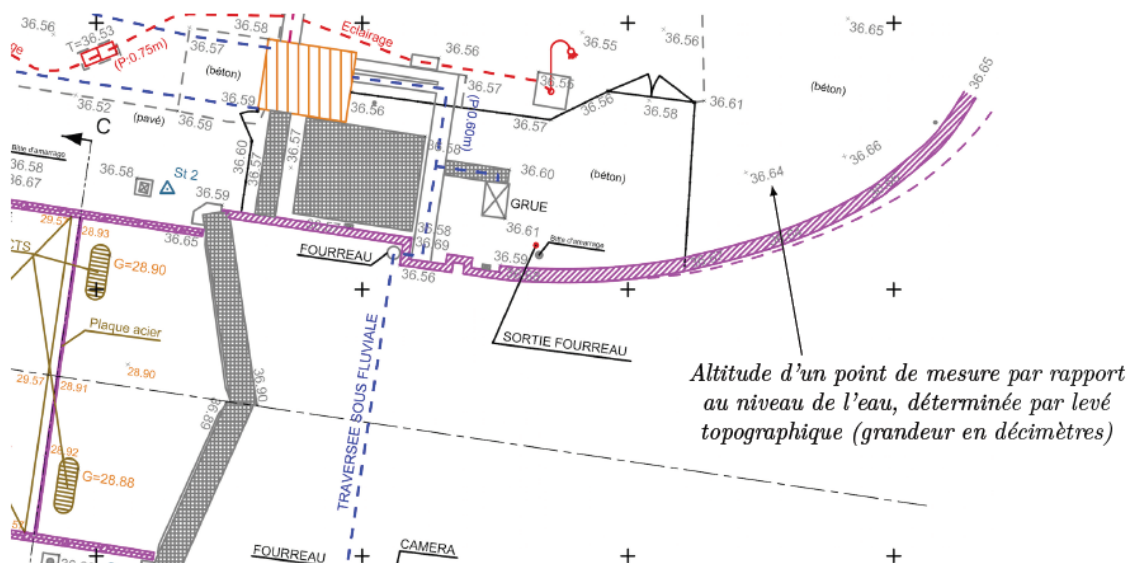


TD Dynamique : Mesure topographique (Centrale MP 17)

La mesure topographique permet la détermination précise des coordonnées de points de l'espace dans un repère $R_0(O, \vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$ où \vec{z}_0 est la direction verticale.

Elle permet de réaliser la cartographie tridimensionnelle d'un terrain par mesure de l'altitude de points précis, opération appelée « levé topographique » et réalisée par un géomètre expert.

La réalisation de levés topographiques sur de vastes chantiers a conduit au développement de systèmes de plus en plus précis et pouvant réaliser plusieurs mesures successives après une seule prise d'origine.



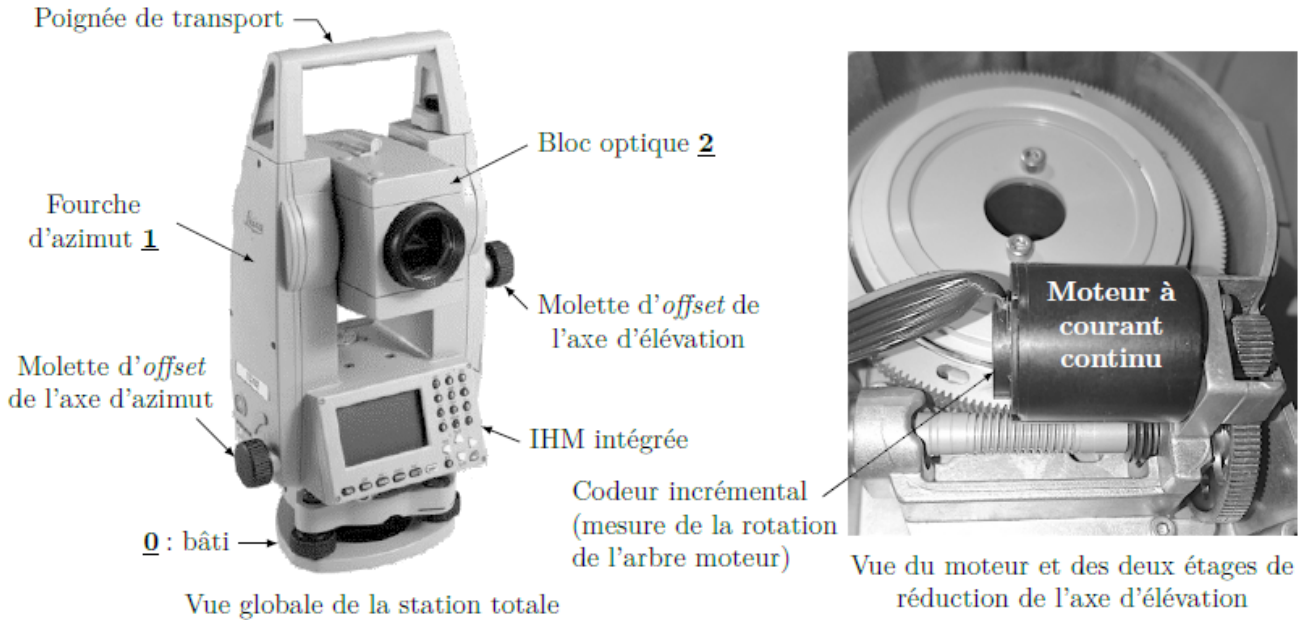
Les mesures topographiques peuvent être réalisées au moyen de trois systèmes optiques, qui déterminent tous les coordonnées d'un point par rapport à un repère de référence, mais avec des niveaux de précision différents :

- ✓ Le *théodolite* permet de réaliser des pointages visuels sur une *mire*, règle comportant des graduations régulières, positionnée verticalement par un opérateur au niveau du point à mesurer.
- ✓ Le *tachéomètre* est un théodolite qui dispose d'un système de mesure de la distance via le renvoi d'un faisceau laser par un prisme optique rétro-réfléchissant positionné à l'endroit de mesure.
- ✓ La *station totale* est un tachéomètre doté d'un système de communication et d'acquisition des mesures sans fil, ce qui permet la réalisation de mesures en continu.

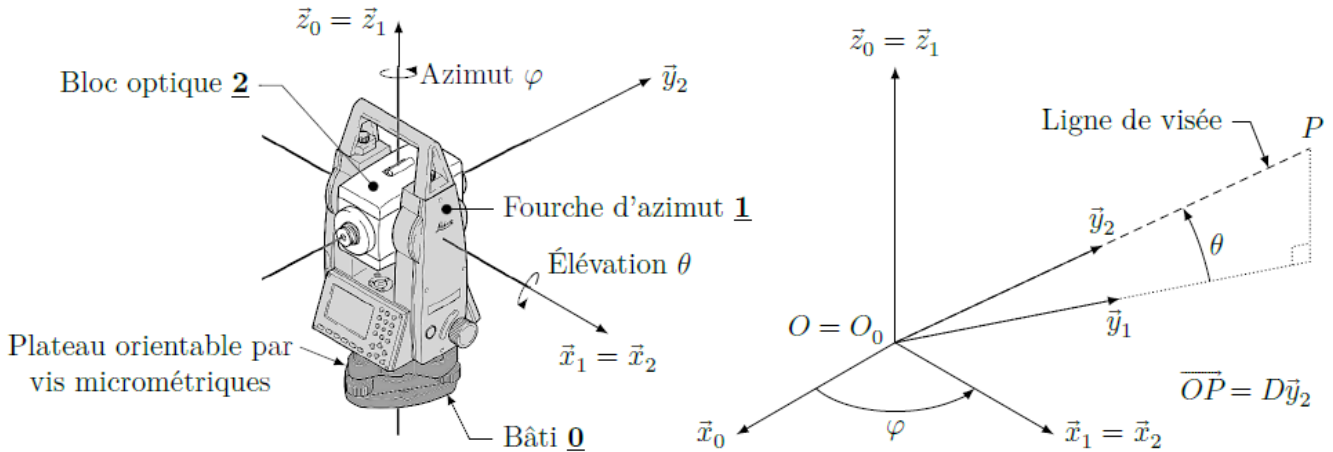
Afin de s'adapter à tous les terrains, l'appareil de mesure est placé sur un plateau orientable, lui-même fixé sur un trépied télescopique. La parfaite verticalité de l'appareil, indispensable à la réalisation de levés topographiques précis, est réglée par des vis micrométriques.

Une direction de référence \vec{x}_0 est choisie par le géomètre, ce qui permet de complètement définir les références des angles d'azimut φ et d'élévation θ .

La détermination des valeurs des coordonnées x , y et z d'un point P de l'espace dans le repère $R_0(O, \vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$ est obtenue par les mesures de l'angle d'azimut φ , de l'angle d'élévation θ et de la distance D entre l'isocentre O de l'appareil (point d'intersection des axes de rotation, confondu avec l'origine O_0) et le point P .



Dans une station totale, les deux axes d'azimut et d'élévation, motorisés et asservis en position angulaire, poursuivent en continu le prisme rétro-réfléchissant déplacé par l'opérateur : dès que ce dernier s'immobilise au point qu'il a choisi pour effectuer une mesure, le système de visée recale le faisceau au centre du prisme (cette opération dure moins d'une seconde) et informe l'opérateur qui peut alors déclencher la mesure à distance. La station totale « Leica tcra 1103 » est principalement composée de trois ensembles rigides en mouvements relatifs : le bâti (0), la fourche d'azimut (1) et le bloc optique (2).



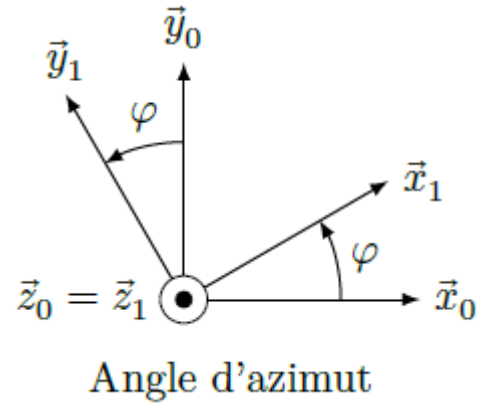
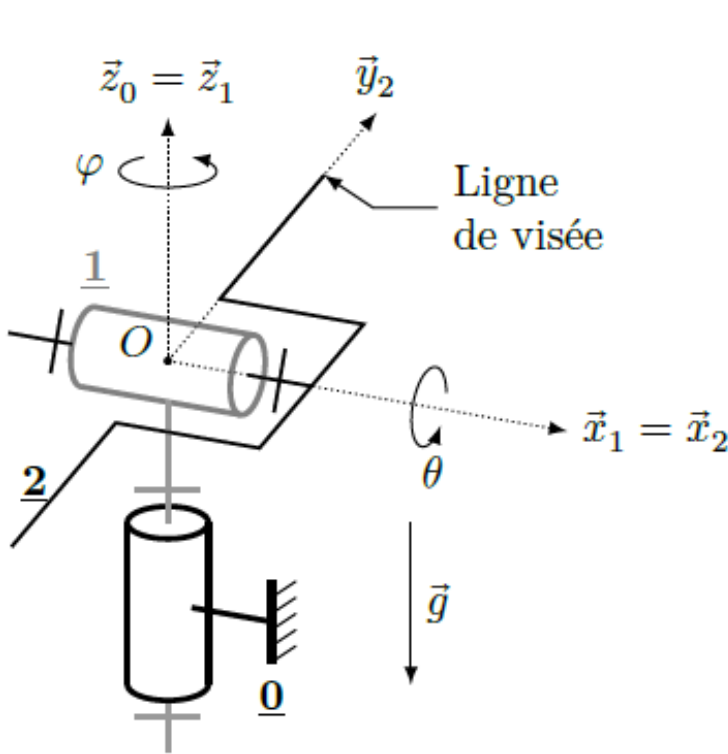
Objectif : Développer un modèle de simulation afin de mettre en œuvre une synthèse des lois de commande permettant de réaliser des mesures en continu avec une précision conforme aux attentes des géomètres.

Données pour l'étude dynamique

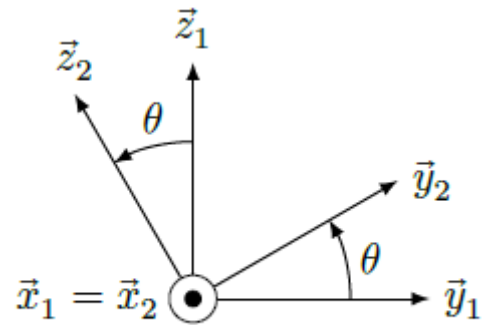
Dans ce modèle, la fourche d'azimut (1) ainsi que le bloc optique (2) sont en mouvements relatifs par rapport au bâti (0), supposé fixe par rapport à la terre.

Le repère $R_0(O, \vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$ lié au bâti (0) est galiléen.

L'accélération de la pesanteur est selon la verticale terrestre locale.



Angle d'azimut



Angle d'élévation

La direction $\vec{z}_0 = \vec{z}_1$ est la verticale terrestre locale

Grandeurs	Fourche d'azimut 1	Bloc optique 2
Repère associé $R_i(O; \vec{x}_i, \vec{y}_i, \vec{z}_i)$	$R_1(O; \vec{x}_1, \vec{y}_1, \vec{z}_1)$	$R_2(O; \vec{x}_2, \vec{y}_2, \vec{z}_2)$
Masse M_i	M_1	M_2
Centre d'inertie G_i	$G_1 \equiv O$	$G_2 \equiv O$
Matrice d'inertie $\mathbf{I}(O, i)$ exprimée dans la base $b_i(\vec{x}_i, \vec{y}_i, \vec{z}_i)$	$\begin{bmatrix} J_{x1} & 0 & 0 \\ 0 & J_{y1} & 0 \\ 0 & 0 & J_{z1} \end{bmatrix}_{b_1}$	$\begin{bmatrix} J_{x2} & 0 & 0 \\ 0 & J_{y2} & 0 \\ 0 & 0 & J_{z2} \end{bmatrix}_{b_2}$

Grandeurs	Liaison $L_{1/0}$	Liaison $L_{2/1}$
Modèle de liaison choisi	Pivot d'axe (O, \vec{z}_0)	Pivot d'axe (O, \vec{x}_1)
Paramètre angulaire	Angle d'azimut φ	Angle d'élévation θ
Rapports des réducteurs de la liaison motorisée : - étage a : réducteur à denture droite - étage b : réducteur à roue et vis sans fin	$\frac{\omega_{1/0}}{\omega_{m1}} = \rho_{1a} \rho_{1b} = \rho_1$ $\rho_{1a} = -\frac{2}{7}$ et $\rho_{1b} = -\frac{1}{210}$	$\frac{\omega_{2/1}}{\omega_{m2}} = \rho_{2a} \rho_{2b} = \rho_2$ $\rho_{2a} = -\frac{2}{7}$ et $\rho_{2b} = -\frac{1}{184}$
Facteur de perte k_i (sans unité)	$k_1 \approx 0,74$	$k_2 \approx 0,82$
Couple moteur équivalent de la machine à courant continu au niveau de l'axe de la liaison $L_{j/i}$ (N·m)	$\frac{k_1}{\rho_1} c_{m1}$	$\frac{k_2}{\rho_2} c_{m2}$
Moment résistant équivalent au niveau de l'axe de la liaison $L_{j/i}$, dû au frottement sec (N·m)	$\frac{k_1}{\rho_1} c_{r1}$	$\frac{k_2}{\rho_2} c_{r2}$
Moment de frottement visqueux équivalent au niveau de l'axe de la liaison $L_{j/i}$ (N·m)	$-\frac{k_1}{\rho_1} f_{Eq1} \dot{\varphi}$	$-\frac{k_2}{\rho_2} f_{Eq2} \dot{\theta}$

Dans ce modèle, la fourche d'azimut (1) ainsi que le bloc optique (2) sont en mouvements relatifs par rapport au bâti (0), supposé fixe par rapport à la terre.

Le repère $R_0(O, \vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$ lié au bâti (0) est galiléen.

L'accélération de la pesanteur est selon la verticale terrestre locale.

Question 1

Construire le graphe des liaisons du modèle proposé et y ajouter les différentes actions mécaniques mises en évidence dans la présentation du modèle.

Question 2

Proposer, en la justifiant, une démarche de résolution permettant d'exprimer, à l'aide de deux équations différentielles en φ et θ , les équations de mouvement des solides (1) et (2) par rapport au bâti (0) : il est attendu l'indication de l'ensemble isolé, du théorème utilisé en se limitant strictement au PFD (résultante ou moment avec indication du point d'écriture) et de la direction de projection.

Question 3

Mettre en œuvre la démarche explicitée question 2 et montrer que les équations de mouvement s'écrivent :

$$c_{m1} + c_{r1} = A_1 \ddot{\varphi} + B_1 \dot{\varphi} + \frac{d}{dt} \left((C_{11} \sin^2 \theta + C_{12} \cos^2 \theta) \dot{\varphi} \right)$$

$$c_{m2} + c_{r2} = A_2 \ddot{\theta} + B_2 \dot{\theta} + C_2 \sin(2\theta) \dot{\varphi}^2$$

La complexité des formes des pièces et de la structure géométrique ainsi que la présence de nombreux guidages impliquent une grande difficulté de détermination de l'inertie, du frottement visqueux et du couple résistant équivalents rapportés à l'axe moteur à partir du seul modèle de connaissance : il est donc nécessaire de procéder à une identification comportementale en charge des deux axes afin d'évaluer ces grandeurs.

Afin de simplifier l'étude, l'identification des paramètres du modèle décrivant la dynamique des deux chaînes va s'effectuer de façon découplée : les moteurs sont donc alimentés alternativement et on suppose par ailleurs que le bloc optique est positionné horizontalement, soit $\theta = 0^\circ$, pour l'étude de l'axe d'azimut seul.

Question 4

Dans le cadre de ces configurations découplées, simplifier les équations de la question 3.

Donner les expressions des moments d'inertie équivalents $Je_{q\varphi}$ et $Je_{q\theta}$ respectivement par rapport aux axes d'azimut et d'élévation, en fonction des coefficients constants A_i , B_i et C_i .

Donner alors les expressions des inerties équivalentes Je_{q1} et Je_{q2} au niveau des arbres moteurs des deux machines à courant continu en fonction de ces mêmes coefficients et des données.