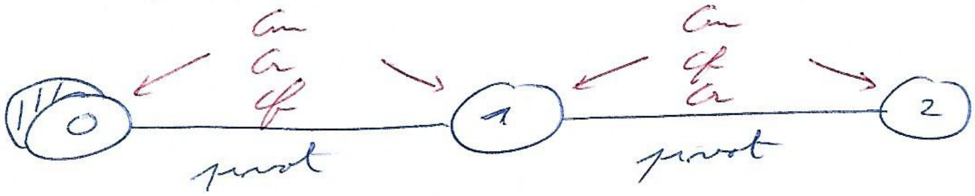
Mesures Topographique (centrale MP 17)

Q1



Q2 On isole (1+2), TMD sur $(O, \vec{z_1})$.
On isole (2), TMD sur $(O, \vec{x_1})$

Ce qui correspond aux d° de liberté du mécanisme

Q3 <u>On isole (1+2), TMD sur $(O, \vec{z_1})$.</u>

Moment cinétique : $\vec{\sigma}(O \in 1/0) = J_{z1} \dot{\varphi} . \vec{z_0}$

Moment dynamique : $\vec{\delta}(O \in 1/0) = J_{z1} . \ddot{\varphi} . \vec{z_0}$

<u>Pour le solide (2) :</u>

$\vec{\sigma}(O \in 2/0) = \bar{\bar{I}}(O,2) . \vec{\Omega}_{2/0}$ (pas de terme complémentaire)

$\vec{\Omega}_{2/0} = \dot{\varphi} \vec{z_1} + \dot{\theta} \vec{x_2} = \dot{\theta} \vec{x_2} + \dot{\varphi} \sin\theta \vec{y_2} + \dot{\varphi} \cos\theta \vec{z_2}$

$$\vec{\sigma}(O \in 2/0) = \begin{bmatrix} J_{x2} & & \\ & J_{y2} & \\ & & J_{z2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\theta} \\ \dot{\varphi} \sin\theta \\ \dot{\varphi} \cos\theta \end{bmatrix} = J_{x2} \dot{\theta} \vec{x_2} + J_{y2} . \dot{\varphi} . \sin\theta . \vec{y_2} + J_{z2} \dot{\varphi} \cos\theta . \vec{z_2}$$

<u>On cherche</u> : $\vec{\delta}(O \in 2/0) . \vec{z_1}$, on utilise :

$$\vec{\delta}(O \in 2/0) \vec{z_1} = \left(\frac{d \, \vec{\sigma}(O \in 2/0) . \vec{z_1}}{dt} \right)_0 - \vec{\sigma}(O \in 2/0) \underbrace{\left(\frac{d\vec{z_1}}{dt} \right)_0}_{\vec{0}}.$$

$\vec{\sigma}(O \in 2/0) . \vec{z_1} = J_{y2} \dot{\varphi} \sin^2\theta + J_{z2} \dot{\varphi} \cos^2\theta$

<u>On écrit le TMD</u> $\Longrightarrow$

$$\frac{R_1}{\rho_1} \left(C_{m1} + C_{r1} - f_{\varphi 1} \dot{\varphi} \right) = J_{z1} \ddot{\varphi} + \frac{d}{dt} \left[\left(J_{y2} \sin^2\theta + J_{z2} \cos^2\theta \right) \dot{\varphi} \right]$$

② **Finalement** : (1er equation).

$$C_{m1} + C_{r1} = \frac{\rho_1}{\eta_1} J_{z1}\,\ddot{\varphi} + f_1\,\dot{\varphi} + \frac{d}{dt}\left[\left(\frac{\rho_1}{\eta_1} J_{y2}\sin^2\theta + \frac{\rho_1}{\eta_1} J_{z2}\cos^2\theta\right)\dot{\varphi}\right]$$

On isole (2), TMD sur $(O, \vec{x_1})$

Rappel : $\vec{\sigma}(O\in 2/0) = J_{x2}\,\dot{\theta}\,\vec{x_2} + J_{y2}.\dot{\varphi}.\sin\theta\,\vec{y_2} + J_{z2}.\dot{\varphi}.\cos\theta.\vec{z_2}$

On cherche $\vec{\delta}(O\in 2/0).\vec{x_1}$, on utilise :

$$\vec{\delta}(O\in 2/0).\vec{x_1} = \left(\frac{d\,\vec{\sigma}(O\in 2/0).\vec{x_1}}{dt}\right)_0 - \vec{\sigma}(O\in 2/0).\left(\frac{d\vec{x_1}}{dt}\right)_0$$

$$\left(\frac{d\vec{x_1}}{dt}\right)_0 = \dot{\varphi}.\vec{y_1} \quad \text{et} \quad \vec{y_1} = \cos\theta\,\vec{y_2} - \sin\theta\,\vec{z_2}$$

$$\Rightarrow \vec{\delta}(O\in 2/0).\vec{x_1} = J_{x2}\,\ddot{\theta} + \dot{\varphi}^2\left(J_{y2}\sin\theta\cos\theta - J_{z2}\sin\theta\cos\theta\right).$$

$$= J_{x2}\,\ddot{\theta} + \dot{\varphi}^2\,\frac{(J_{y2} - J_{z2})}{2}\sin(2\theta).$$

Finalement : 2e equation.

$$\frac{\eta_2}{\rho_2}\left(C_{m2} + C_{r2} - f_2\,\dot{\theta}\right) = J_{x2}\,\ddot{\theta} + \frac{J_{y2} - J_{z2}}{2}\sin(2\theta).\,\dot{\varphi}^2$$

$$C_{m2} + C_{r2} = \frac{\rho_2}{\eta_2} J_{x2}\,\ddot{\theta} + f_2\,\dot{\theta} + \frac{\rho_2}{\eta_2}\frac{(J_{y2} - J_{z2})}{2}\sin(2\theta).\,\dot{\varphi}^2$$

(Q5) $\underline{\theta = 0}$ $\Rightarrow$ $\left|\begin{array}{l} C_{m1} + C_{r1} = A_1\,\ddot{\varphi} + B_1\,\dot{\varphi} + C_{12}\,\ddot{\varphi} \\ C_{m2} + C_{r2} = A_2\,\ddot{\theta} + B_2\,\dot{\theta} \end{array}\right.$

$\Rightarrow J_{eq\varphi} = A_1 + C_{21}$ et $J_{eq\theta} = A_2$

On peux ramener les inerties au niveau des arbres moteur

$\Rightarrow E_1 = \frac{1}{2} J_{eq\varphi}.\,\dot{\varphi}^2 = \frac{1}{2} J_{\varphi}.\,\omega_{m1}^2 \Rightarrow J_{\varphi} = J_{eq\varphi}.\rho_1^2$

Idem pour $J_\theta = J_{eq\theta}.\rho_2^2$