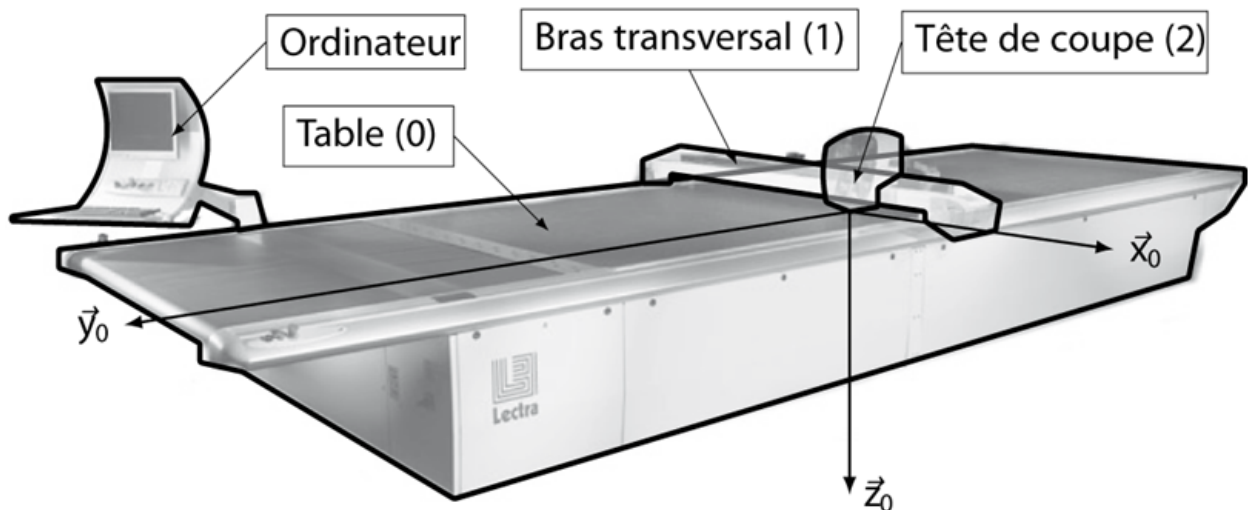
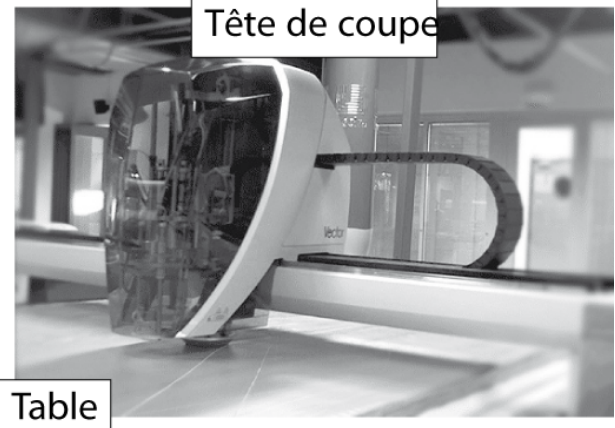


Sujet MP : Tête de découpe. (CCP MP 18)

Le système étudié dans ce sujet est une tête de coupe de tissus conçue et réalisée par la société française « Lectra », leader mondial dans la découpe automatisée des tissus.

Un système de découpe automatisé de tissus est composé :

- ✓ D'une table de découpe sur laquelle le tissu à découper (appelé matelas) est maintenu en position par aspiration.
- ✓ D'un bras transversal qui se déplace en translation de direction \vec{y}_0 par rapport à la table.
- ✓ D'une tête de coupe qui se déplace en translation de direction \vec{x}_0 par rapport au bras transversal.
- ✓ D'un ordinateur qui pilote l'ensemble du système.



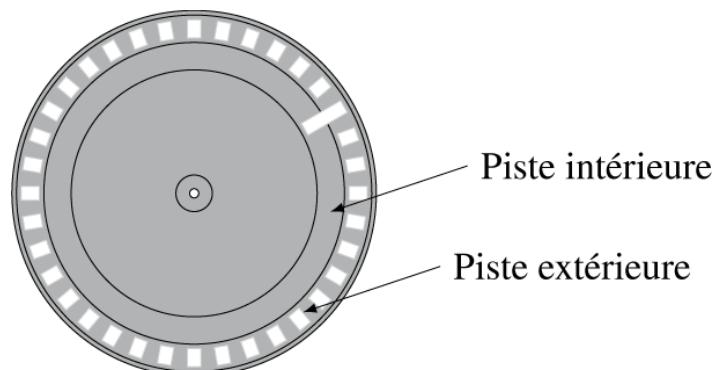
Analyse du comportement de la chaîne de mesure

Objectif : Analyser le comportement du conditionneur associé au codeur incrémental afin de valider son implantation dans la boucle d'asservissement.

Le capteur est un codeur incrémental.

Il est constitué d'un disque comportant deux pistes, une intérieure et une extérieure, composées de zones opaques et translucides (ou fentes).

Des diodes électroluminescentes (LED) émettent une lumière qui peut traverser les zones translucides.



Des récepteurs, situés de l'autre côté du disque en regard des LED, captent cette lumière lorsqu'ils sont face à une fente et délivrent un signal électrique, image de la présence de cette ouverture.

Ce codeur incrémental possède trois récepteurs :

- ✓ Un récepteur est affecté à la piste intérieure et délivre une impulsion par tour.
- ✓ Deux récepteurs sont placés sur la piste extérieure et sont décalés l'un par rapport à l'autre d'un quart de largeur de fente. Les signaux ainsi émis sont décalés dans le temps.

Notations

- ✓ N_m est la fréquence de rotation en tr/min (tour/min) associée à la vitesse angulaire de l'arbre moteur ω_m .
- ✓ « a » (respectivement « b ») est la variable binaire indiquant la réception d'un signal du premier (respectivement du deuxième) récepteur sur la piste extérieure, « a = 1 » (respectivement « b = 1 ») si le récepteur est en face d'une fente.
- ✓ « sens_mot » est la variable binaire indiquant le sens du moteur : « sens_mot = 1 » lorsque $\omega_m > 0$ et « sens_mot = 0 » lorsque $\omega_m \leq 0$.
- ✓ $N = 2500$ est le nombre de fentes sur la piste extérieure.

Le document réponse représente l'évolution temporelle des variables « a » et « b » lorsque l'arbre moteur tourne à $N_m = 3000$ tr/min.

- Q1.** Déterminer les valeurs numériques des durées $T1$ et $T2$ définies sur le document réponse.
- Q2.** Compléter, sur le document réponse, l'évolution temporelle des variables « a » et « b » pour $N_m = 1500$ tr/min puis $N_m = -3000$ tr/min en conservant la même échelle temporelle que celle du chronogramme tracé pour $N_m = 3000$ tr/min.

Pour la question suivante, on suppose que le moteur est en mouvement.

- Q3.** Compléter les évènements (et les conditions de garde) des transitions du diagramme d'états, du document réponse permettant d'affecter la variable « sens_mot ». Les entrées utilisées sont « a », « b », « pulse_a » et « pulse_b ».

On note θ_m l'angle en radian de l'arbre moteur.

- Q4.** Quelle est l'amplitude de l'erreur maximale en radian sur θ_m induite par cette démarche de comptage ?

Modélisation du comportement cinématique de la tête de coupe

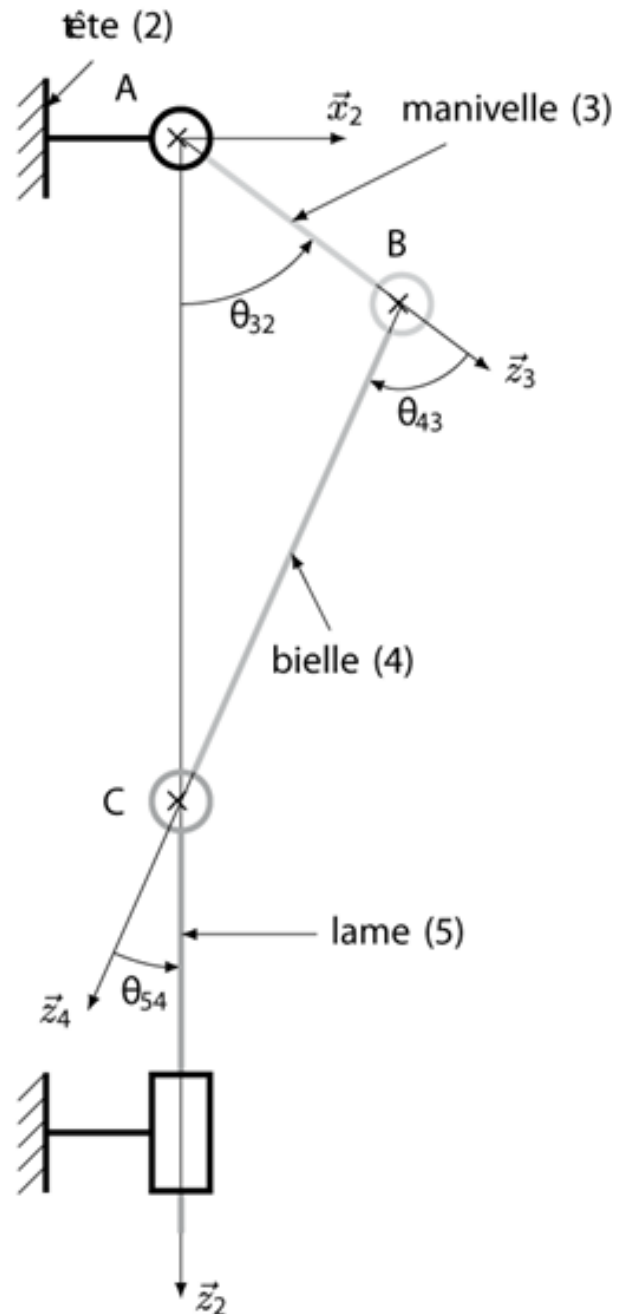
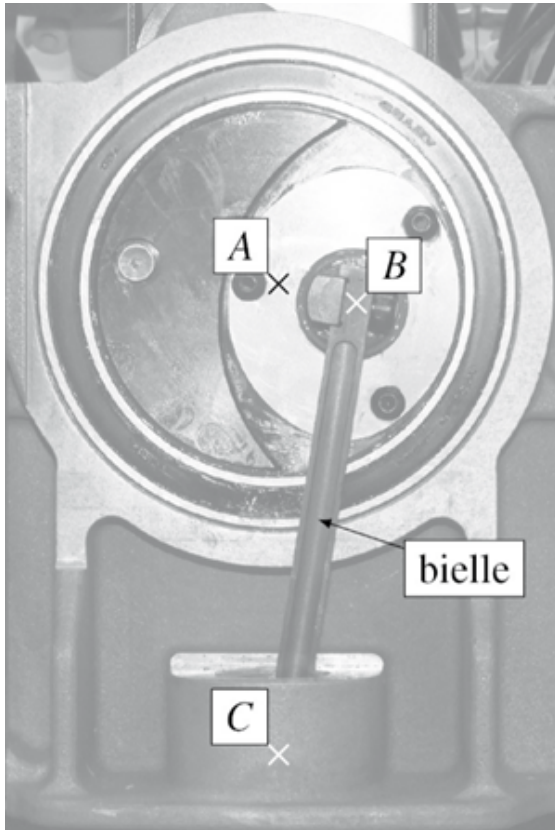
Objectifs : Déterminer la loi entrée/sortie de la chaîne cinématique de la tête de coupe et vérifier le respect des exigences du diagramme donné en annexe.

La découpe du tissu est réalisée par un mouvement de translation alternative d'une lame par rapport au matelas de tissus.

Ce mouvement est obtenu par un système bielle-manivelle dont le schéma cinématique est donné.

$$\overrightarrow{AB} = L_3 \cdot \vec{z}_3, \quad L_3 = 12,5 \text{ mm}, \quad \overrightarrow{BC} = L_4 \cdot \vec{z}_4, \quad L_4 = 80 \text{ mm} \quad \text{et} \quad \overrightarrow{AC} = \lambda(t) \cdot \vec{z}_2$$

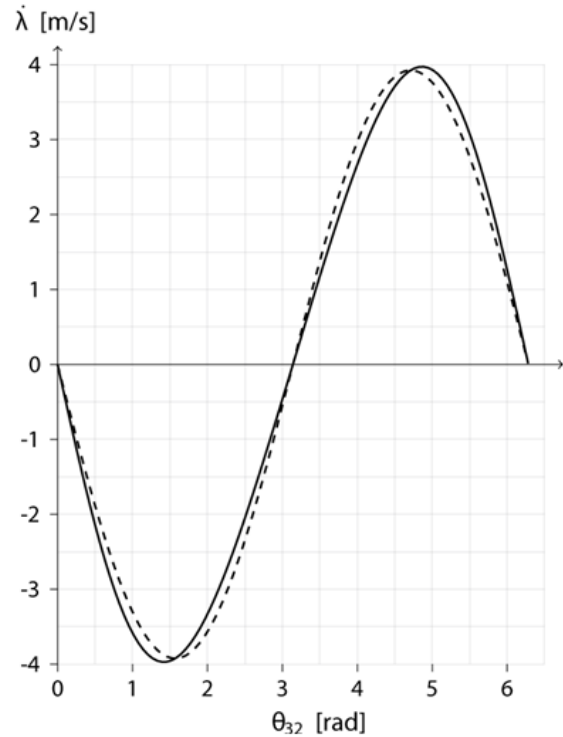
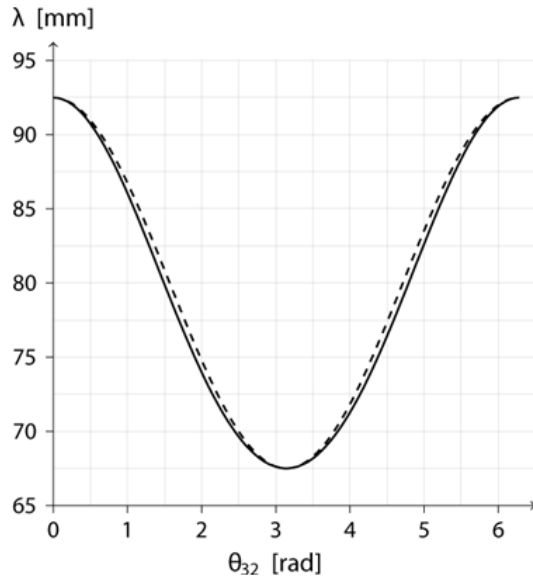
- Q5.** Déterminer la relation entre les paramètres angulaires $\theta_{32}(t)$, $\theta_{43}(t)$ et $\theta_{54}(t)$.
- Q6.** À l'aide d'une fermeture géométrique, déterminer la relation entre le paramètre $\lambda(t)$, l'angle $\theta_{32}(t)$ et les données géométriques du système.



- Q7.** Déterminer l'amplitude des oscillations de la lame, notée Δz . Conclure sur le respect de l'exigence 1.2.2.3

- Q8.** Calculer le rapport $\left(\frac{L_4}{L_3}\right)^2$ et le comparer à la valeur 1. Montrer alors que la loi entre $\lambda(t)$ et $\theta_{32}(t)$ peut se mettre sous la forme $\lambda(t) = L_3 \cdot \cos \theta_{32}(t) + L_4(t)$.
- Q9.** Déterminer l'expression littérale de $\dot{\lambda}(t)$ à partir du modèle simplifié de $\lambda(t)$.

Afin de valider cette approximation, les deux fonctions mathématiques ont été tracées sur un tour de l'arbre moteur.



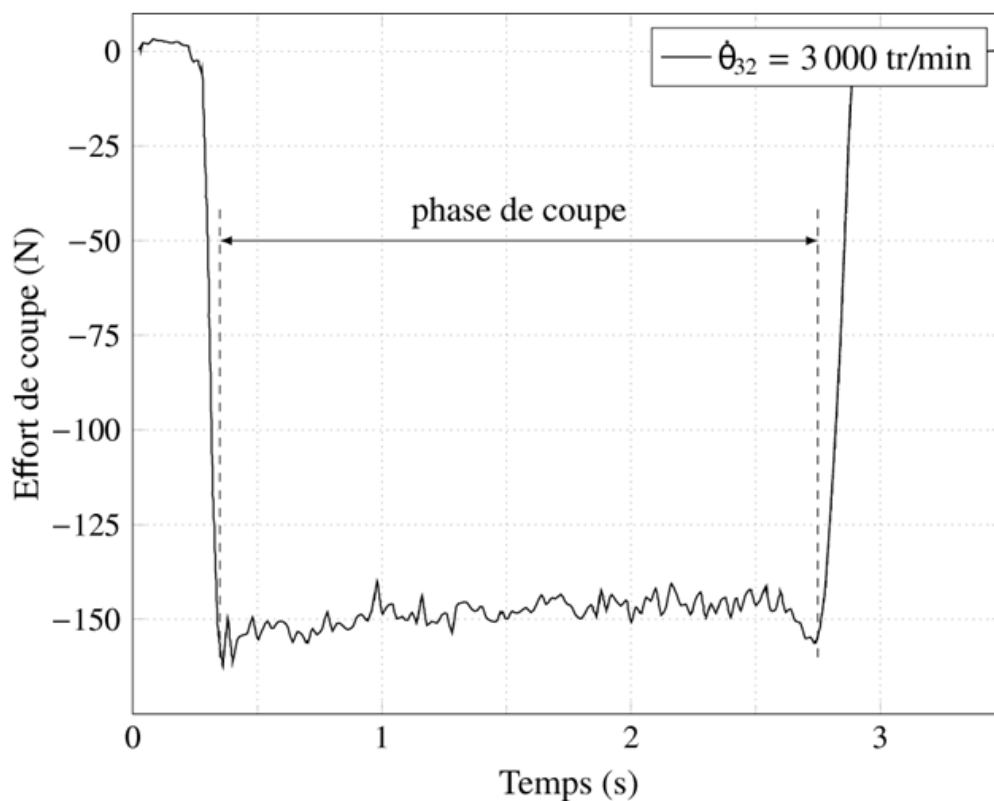
Q10. Conclure sur l'adoption de la loi approximée dans la suite de l'étude et le respect de l'exigence 1.2.2.4.

Modélisation du comportement dynamique de la tête de coupe

Objectif : Identifier la cause des vibrations à partir de la modélisation dynamique du comportement de la tête de coupe.

L'étude précédente a permis de montrer que la vitesse de coupe n'était pas constante.

Des essais sur le système réel ont permis d'obtenir l'évolution de l'effort de coupe au cours du temps pour une vitesse du moteur de 3000 tr/min.



- Q11.** *Durant la phase de coupe, déterminer les valeurs moyenne, maximale et minimale de l'effort de coupe.*
- Q12.** *Conclure sur la validation de l'exigence 1.2.1.1. Justifier.*

Hypothèses de modélisation et notations

- ✓ Le référentiel lié à la table de découpe est supposé galiléen.
 - ✓ Les liaisons sont supposées parfaites.
 - ✓ L'action mécanique du moteur sur la manivelle (3) est modélisée par un couple $\overrightarrow{C}_m = C_m \cdot \vec{y}_2$.
 - ✓ Lors de la coupe, le matelas de tissus exerce une action mécanique sur la lame $\overrightarrow{F}_{\text{matelas} \rightarrow \text{lame}} = F_a \cdot \vec{y}_0 + F_c \cdot \vec{z}_0$ avec F_a l'effort d'avance et F_c l'effort de coupe
 - ✓ La lame, en mouvement de translation par rapport à la table, a une vitesse notée $\overrightarrow{V}_{\text{lame}/\text{table}} = V_a \cdot \vec{y}_0 + \dot{\lambda}(t) \cdot \vec{z}_0$ avec V_a la vitesse d'avance du bras par rapport à la table, supposée constante et $\dot{\lambda}(t) = -L_3 \cdot \omega_{32} \cdot \sin \theta_{32}(t)$ la vitesse de coupe.
 - ✓ L'effet de la pesanteur est négligeable devant les autres actions mécaniques.
 - ✓ Le moment d'inertie suivant l'axe (A, \vec{y}_2) de la manivelle, de masse $M_3 = 0,350 \text{ kg}$, ramenée à l'arbre moteur est $J_3 = 1,2 \cdot 10^{-4} \text{ kg} \cdot \text{m}^2$.
 - ✓ La masse et l'inertie de la bielle sont négligées.
 - ✓ La masse de l'ensemble mobile lié à la lame est $M_5 = 0,1 \text{ kg}$.
- Q13.** *Déterminer l'énergie cinétique $T(i / R_0)$ par rapport au bâti (0) pour chaque solide $i \in [3,4,5]$.*
- Q14.** *En déduire l'énergie cinétique de l'ensemble $S = [3,4,5]$ par rapport au bâti (0), que vous mettez sous la forme $T(S / R_0) = \frac{1}{2} \cdot J_{eq}(\theta_{32}) \cdot \omega_{32}^2 + \frac{1}{2} \cdot M_{eq} \cdot V_a^2$.*
Préciser les expressions littérales de $J_{eq}(\theta_{32})$ et M_{eq} .
- Q15.** *Déterminer les expressions littérales des puissances intérieures P_{int} et extérieures au système S par rapport au bâti 0, $P(\text{ext} \rightarrow S / R_0)$.*
- Q16.** *Énoncer le théorème de l'énergie cinétique et déterminer l'expression littérale du couple moteur $C_m(t)$.*
- Q17.** *Montrer qu'en régime permanent ($\theta_{32} = \text{cte}$), l'expression du couple moteur est :*
- $$C_m = (F_c + M_5 \cdot L_3 \cdot \theta_{32}^2 \cdot \cos \theta_{32}) \cdot L_3 \cdot \sin \theta_{32} - \frac{F_a \cdot V_a}{\dot{\theta}_{32}}$$
- Q18.** *Pourquoi le couple moteur n'est-il pas constant en régime permanent ? Quelle en est la conséquence sur le comportement du système ?*

Optimisation du comportement dynamique de la tête de coupe

Objectifs : Identifier le paramètre physique responsable des vibrations et proposer une solution d'équilibrage permettant de valider l'exigence 1.2.2.2.

Analyse théorique du phénomène vibratoire

Objectif : Identifier la pièce à l'origine des vibrations à partir du modèle de comportement dynamique de la tête de coupe.

Hypothèses de modélisation et notations :

- ✓ Seules les vibrations créées par les effets inertiels des pièces sont étudiées dans cette partie.
- ✓ Le problème est considéré plan, dans le plan de normale \vec{y}_0 .
- ✓ L'étude sera faite en régime permanent $\dot{\theta}_{32} = 0$.
- ✓ Soit le point G_3 , centre d'inertie de la manivelle 3 de masse M_3 tel que $\overrightarrow{AG_3} = a_3 \cdot \vec{z}_3$.
- ✓ Soit le point G_5 , centre d'inertie de la lame 5 de masse M_5 tel que $\overrightarrow{AG_5} = a_5 \cdot \vec{z}_0$.
- ✓ L'inertie et la masse de la bielle 4 sont négligées.
- ✓ On suppose $V_a = 0$.

Valeurs numériques : $a_3 = 0,5mm$ $a_5 = 120mm$ $\omega_{32} = 3000tr / min$
 $M_3 = 350g$ $M_5 = 100g$

Q19. Déterminer l'expression des vecteurs vitesses $\vec{V}(G_3 \in 3/2)$ et $\vec{V}(G_5 \in 5/2)$ en fonction de $\dot{\lambda}$, ω_{32} et des données géométriques.

Q20. En déduire l'expression, dans la base $B2$, de la résultante dynamique $\vec{R}_d(S/0)$ de l'ensemble $S = [3,4,5]$ dans le référentiel lié à la table.

On rappelle l'hypothèse de modélisation adoptée : $\lambda(t) = L_3 \cdot \cos \theta_{32}(t) + L_4(t)$ avec $L_3 = 12,5mm$ et $L_4 = 80mm$.

Q21. Déterminer l'expression du maximum de chacune des composantes de la résultante dynamique $\vec{R}_d(S/0)$ sur \vec{x}_2 et \vec{z}_2 . Faire l'application numérique.

Q22. En comparant l'expression des deux maxima, identifier la pièce qui semble être à l'origine des vibrations.

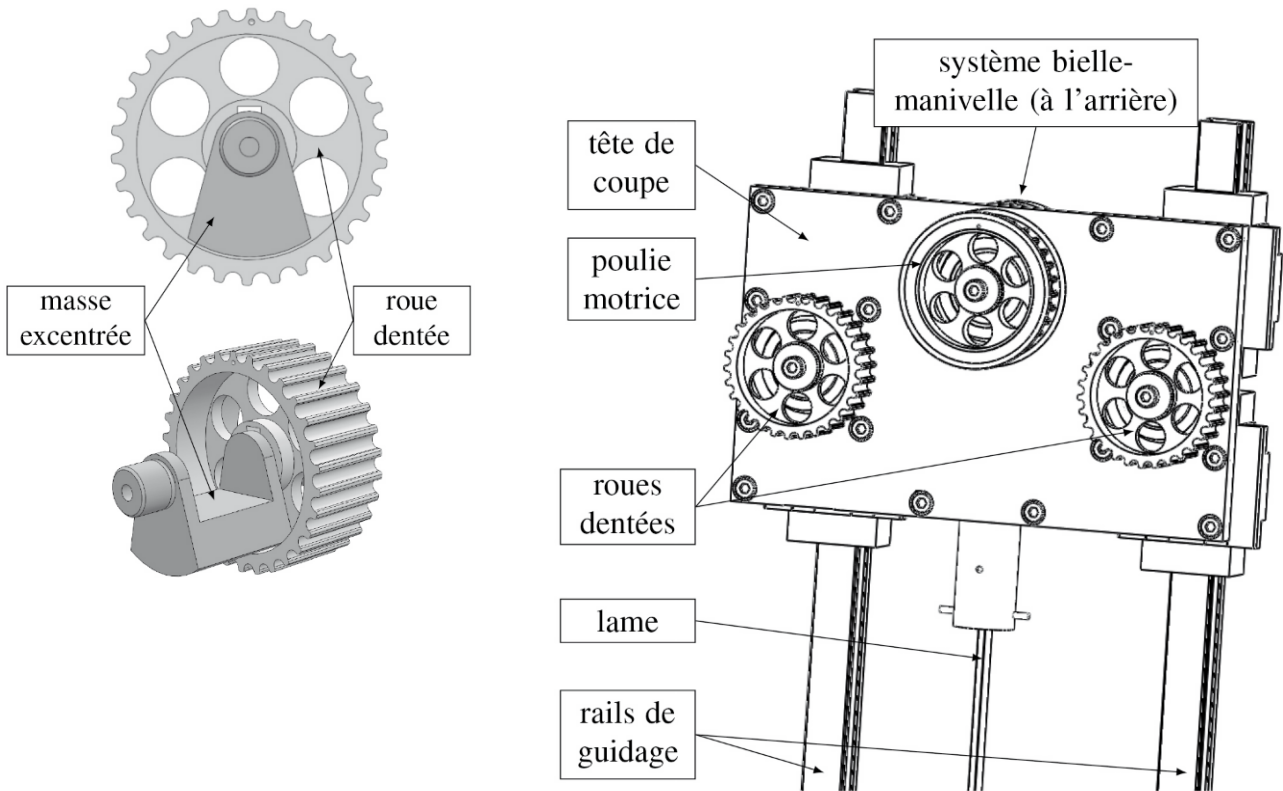
Modélisation du comportement mécanique de la tête de coupe en version améliorée

Objectif : Réaliser la démarche de dimensionnement de l'équilibrage de la tête de coupe.

Afin d'améliorer les conditions de coupe (moins de vibrations, effort de coupe constant), Lectra propose un modèle de tête de coupe plus évolué. Il intègre deux masses excentrées montées sur des roues dentées, dont le mouvement de rotation, synchronisé sur celui du moteur par le biais d'une courroie crantée, doit atténuer les vibrations verticales du système de coupe.

Montage d'une masse excentrée sur la roue dentée :

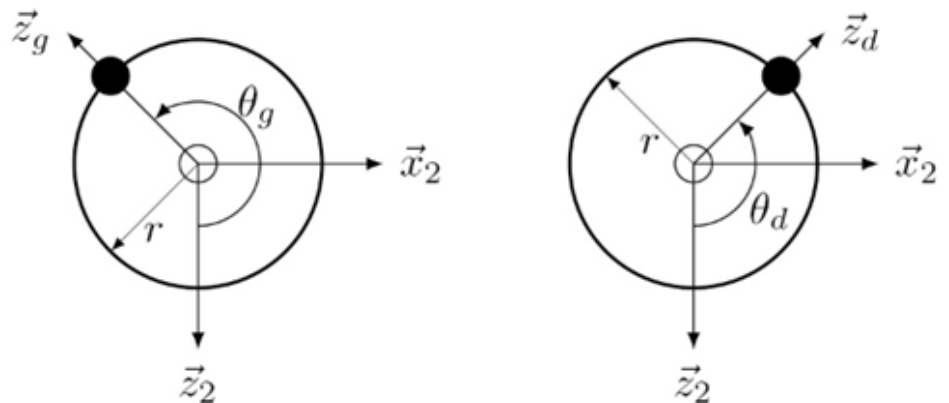
Tête de coupe en version améliorée avec les deux roues dentées pour l'équilibrage (masses excentrées et courroie non représentées)



Différentes propositions de montage des masses excentrées sont données sur le document réponse.

- Q23.** Pour chacune des configurations et pour le sens de rotation du moteur donné, préciser le sens de rotation de la masse excentrée sur le document réponse.
- Q24.** Pour chacune des configurations, préciser si les vibrations verticales peuvent être supprimées. Justifier
- Q25.** Quelle configuration faut-il retenir pour assurer le moins de vibrations dans le système de coupe ? Justifier.

Pour simplifier l'étude, la masse excentrée sera considérer comme une masse ponctuelle m située à une distance $r = 8mm$ de son axe de rotation, dont le paramétrage est donné sur la figure suivante.



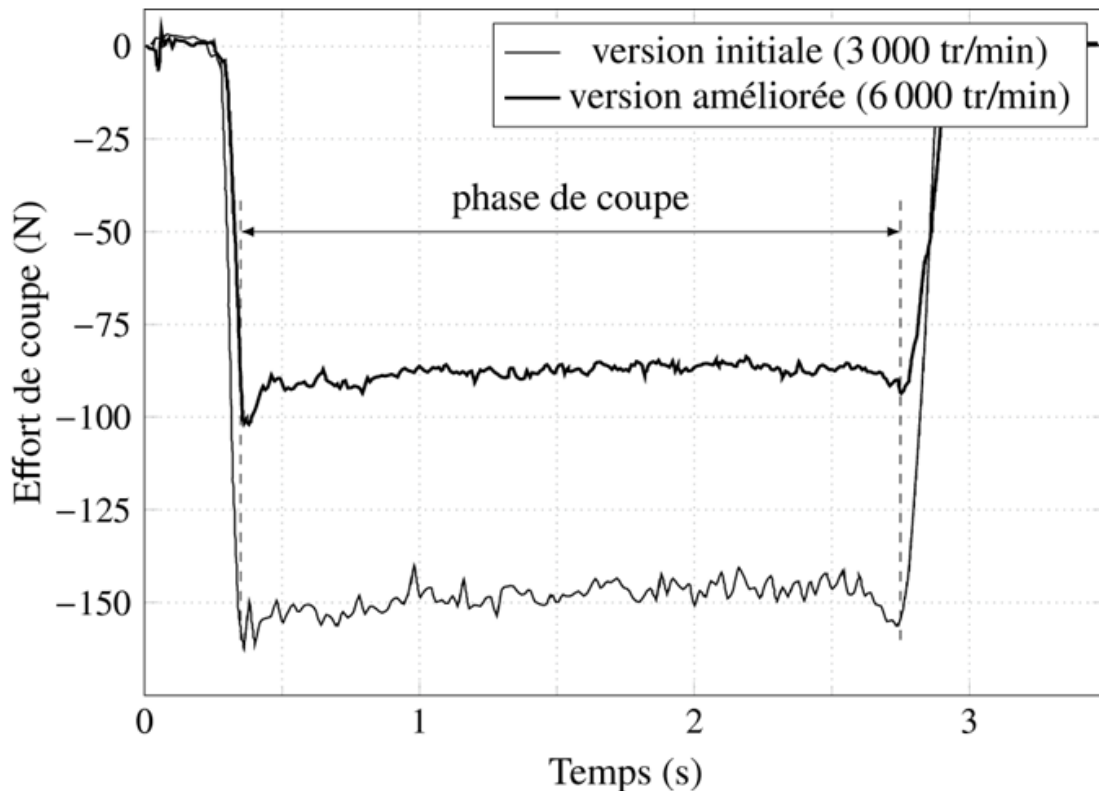
L'étude sera menée en régime permanent : $\ddot{\theta}_g = \ddot{\theta}_d = 0$ avec $|\dot{\theta}_g| = |\dot{\theta}_d| = |\dot{\theta}_{32}|$.

- Q26.** Déterminer les composantes suivant sur \vec{x}_2 et \vec{z}_2 de la résultante dynamique des masses excentrées dans le référentiel lié à la table.
- Q27.** En déduire la relation entre θ_d et θ_g pour que les masses excentrées ne génèrent pas de vibration suivant \vec{x}_2 .
- Q28.** En déduire l'expression de la masse m pour respecter l'exigence 1.2.2.2. Faire l'application numérique.

Validation de l'amélioration de la tête de coupe

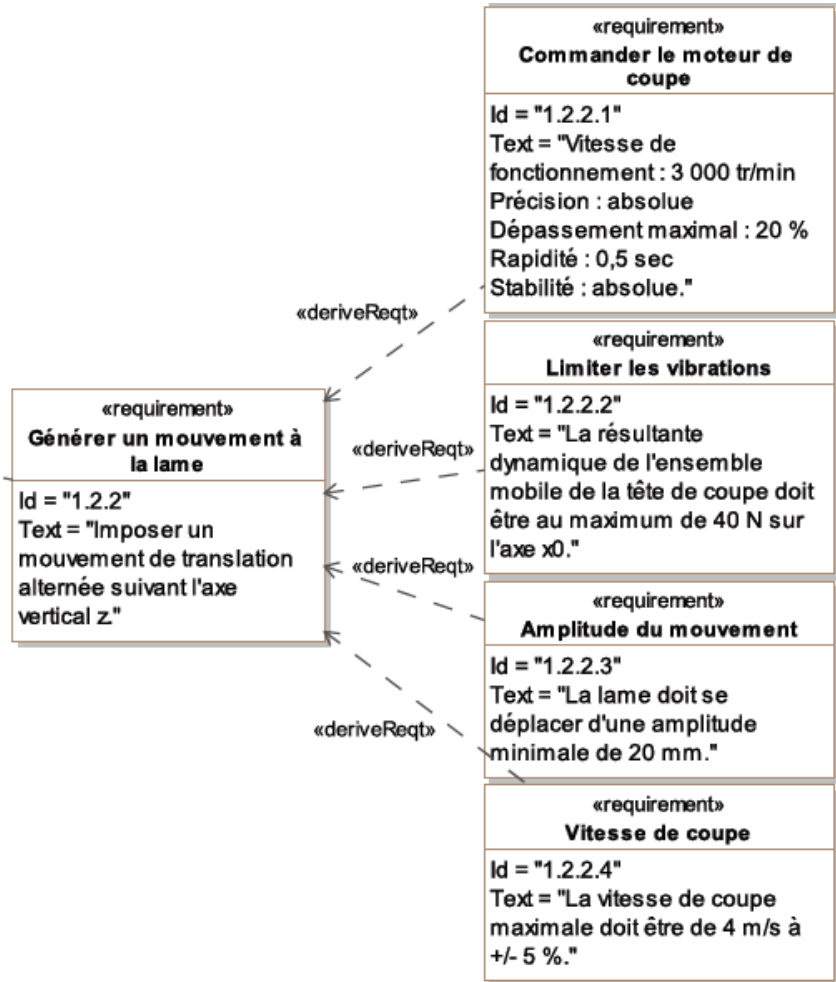
Objectif : Valider la solution d'équilibrage dynamique retenue pour la tête de coupe au regard de l'exigence 1.2.2.2.

La figure suivante présente une comparaison d'effort de coupe pour les deux types de tête de coupe initiale et améliorée avec une vitesse moteur respective de 3000 tr/min et 6000 tr/min.

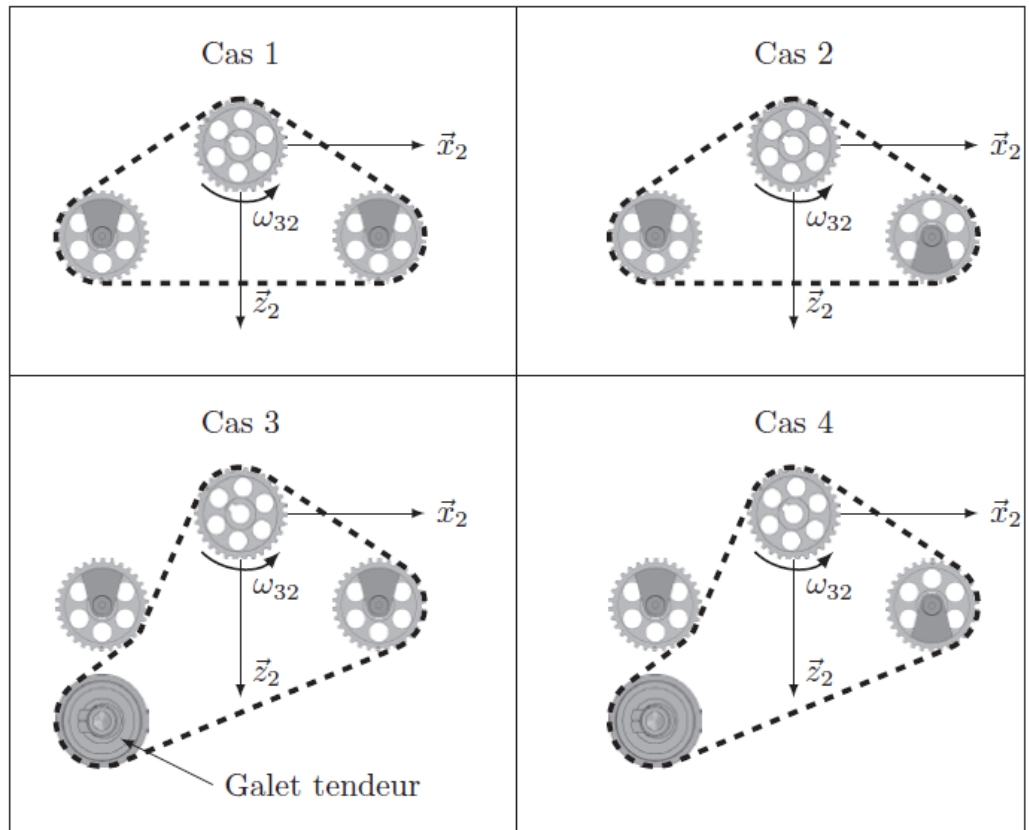


- Q29.** D'après l'expression de la résultante dynamique, comment devrait évoluer l'effort de coupe en régime permanent en fonction de la vitesse de rotation du moteur ?
- Q30.** Conclure sur l'utilité des masses excentrées mises en place sur la tête de coupe en version améliorée.
- Q31. (Synthèse)** Réaliser la synthèse de la démarche d'identification du phénomène vibratoire et la validation de la solution retenue en regard du cahier des charges.

Diagramme partiel des exigences



Question 23



Questions 1, 2 et 3

