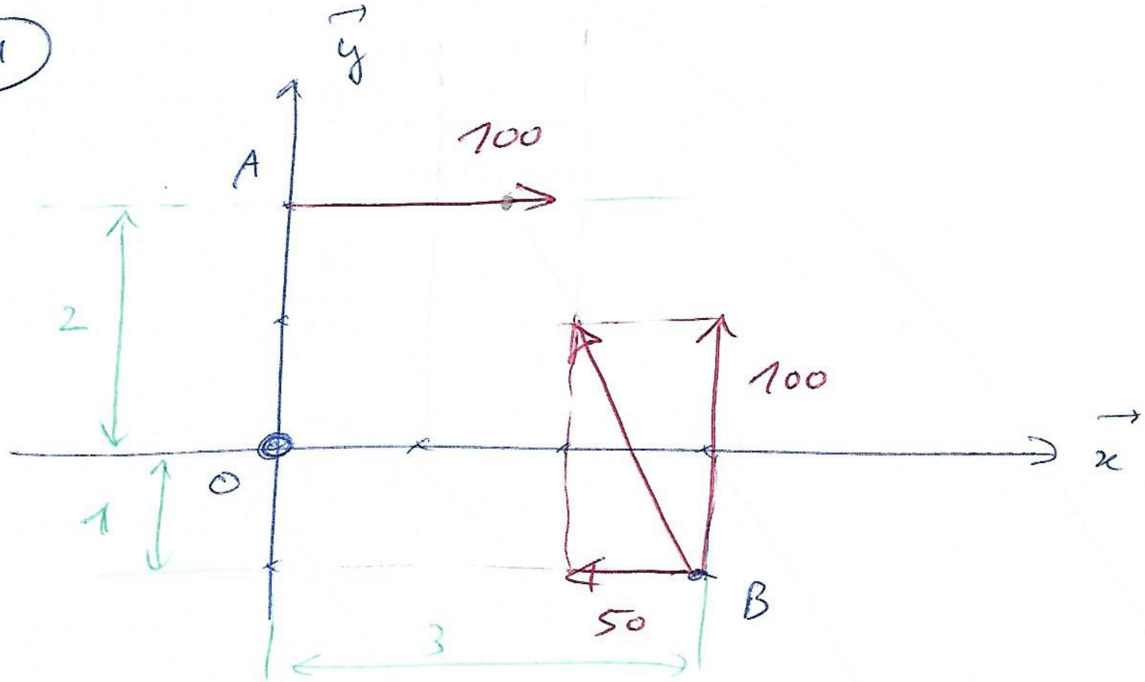
Modélisation des actions mécaniques

Exo 1 Torseur résultant

Q1



Q2

Action $\vec{F_A}$

$$\{\mathcal{T}_{F_A}\} = \begin{Bmatrix} \vec{F_A} \\ \vec{M}_{F_A}(A) \end{Bmatrix}_A = \begin{Bmatrix} 100\,\vec{x} \\ \vec{0} \end{Bmatrix}_A$$

(glisseur, juste une force).

$$\vec{M}_{F_A}(O) = \vec{M}_{F_A}(A) + \vec{OA} \wedge \vec{F_A} \qquad \text{(BABAR...)}$$

$$= \vec{0} + 2\vec{y} \wedge 100\,\vec{x} = -200\,\vec{z}$$

$$\{\mathcal{T}_{F_A}\} = \begin{Bmatrix} \vec{F_A} \\ \vec{M}_{F_A}(O) \end{Bmatrix}_O = \begin{Bmatrix} 100\,\vec{x} \\ -200\,\vec{z} \end{Bmatrix}_O$$

Remarque : Moment = Force × Bras de levier

$$= 100 \times 2 \times (-\vec{z})$$

$$= -200\,\vec{z}$$

("effort en rotation autour de O").

② **Action $\vec{F_B}$**

$$\{\mathcal{T}_{FB}\} = \begin{Bmatrix} \vec{F_B} \\ \vec{M}_{FB}(B) \end{Bmatrix}_B = \begin{Bmatrix} -50.\vec{x} + 100\vec{y} \\ \vec{0} \end{Bmatrix}_B$$

$$\vec{M}_{FB}(O) = \vec{M}_{FB}(B) + \vec{OB} \wedge \vec{F_B}$$
$$= \vec{0} + (3\vec{x} - \vec{y}) \wedge (-50\vec{x} + 100\vec{y})$$
$$= 300\vec{z} - 50\vec{z} = 250\vec{z}.$$

$$\{\mathcal{T}_{FB}\} = \begin{Bmatrix} -50\vec{x} + 100\vec{y} \\ 250\vec{z} \end{Bmatrix}_O$$

Remarque : Moment = Force × Bras de levier

$= (100 \times 3 - 50 \times 1).\vec{z}.$

Action de $\vec{F_A} + \vec{F_B}$ en O

$$\{\mathcal{T}_{FA+FB}\} = \begin{Bmatrix} \vec{F} \\ \vec{M}(O) \end{Bmatrix}_O = \begin{Bmatrix} 50\vec{x} + 100\vec{y} \\ 50\vec{z} \end{Bmatrix}_O$$

Q3 On cherche s'il existe un point P, $\vec{OP}\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$

tel que $\vec{M}(P) = \vec{0}$

"BABAR" $\Rightarrow \vec{M}(P) = \vec{M}(O) + \vec{PO} \wedge \vec{F} = \vec{0}.$

$$\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 50 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 50 \\ 100 \\ 0 \end{pmatrix} \wedge \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\left| \begin{array}{l} 0 + 100z = 0 \\ 0 - 50z = 0 \\ 50 + 50y - 100x = 0. \end{array} \right.$$

$$\Rightarrow \left| \begin{array}{l} z = 0 \\ y = 2x - 1 \end{array} \right) \quad \text{equation d'une droite}$$

l'action $F_A + F_B$ est un glisseur (une force), le moment est nul en tout point de sa droite d'action.

Q4 L'action F_A est un glisseur, son moment est nul en A et aussi en tout point de sa droite d'action (droite $(A, \vec{F_A})$).

Idem pour F_B.

L'action $F_A + F_B$ a un moment nul à l'intersection des 2 droites d'action (point de coordonnées $(3/2, 2, 0)$).

Sa droite d'action passe par ce point et a comme direction la resultante $\vec{F}$.

$\hookrightarrow$ on retrouve le calcul de la Q3.

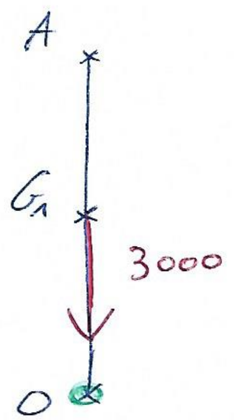
Modélisation des actions mécanique

Exo 2 — Panneau

On va décomposer le calcul : Actions de P_1, P_2, P_3 et vent.

1] Action du poids sur OA

$$\{\mathcal{T}_1\} = \begin{Bmatrix} \vec{P_1} \\ \vec{M_1}(O) \end{Bmatrix}_O = \begin{Bmatrix} -m_1.g.\vec{y} \\ 0 \end{Bmatrix}_O = \boxed{\begin{Bmatrix} -3000\,\vec{y} \\ \vec{0} \end{Bmatrix}_O}$$



En O, le moment du poids est nul.

2] Action du poids sur AB.

$$\{\mathcal{T}_2\} = \begin{Bmatrix} \vec{P_2} \\ \vec{M_1}(O) \end{Bmatrix}_O = \begin{Bmatrix} -1000\,\vec{y} \\ \vec{M_1}(O) \end{Bmatrix}_O = \boxed{\begin{Bmatrix} -1000\,\vec{y} \\ -1500\,\vec{z} \end{Bmatrix}_O}$$

Calcul du moment $\vec{M_1}(O)$

a] Méthode 1 (BABAR).

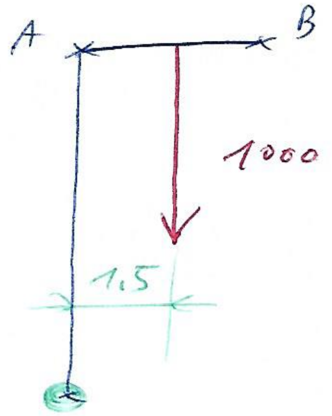
$$\vec{M_1}(O) = \vec{M_1}(G_2) + \vec{OG_2} \wedge \vec{P_2}$$
$$= \vec{0} + (7{,}5\,\vec{y} + 1{,}5\,\vec{x}) \wedge (-1000.\vec{y})$$
$$= -1500.\vec{z}$$

⑤ b) Méthode 2

Moment = Force × Bras de levier

$\vec{M}_2(O) = 1000 \times 1,5 \times (-\vec{z})$

$M_2(O) = -1500 . \vec{z}$



3) Action du poids sur le panneau

$$\{T_3\} = \begin{Bmatrix} \vec{P}_3 \\ \vec{M}_3(O) \end{Bmatrix}_O = \begin{Bmatrix} -4000\,\vec{y} \\ \vec{M}_3(O) \end{Bmatrix}_O = \begin{Bmatrix} -4000\,\vec{y} \\ -20000\,\vec{z} \end{Bmatrix}_O$$

Calcul du moment $\vec{M}_3(O)$

a) Méthode 1 (BABAR)

$\vec{M}_3(O) = \vec{M}_3(G_3) + \vec{OG_3} \wedge \vec{P}_3$

$= \vec{0} + (7,5\,\vec{y} + 5\,\vec{x}) \wedge (-4000\,\vec{y})$

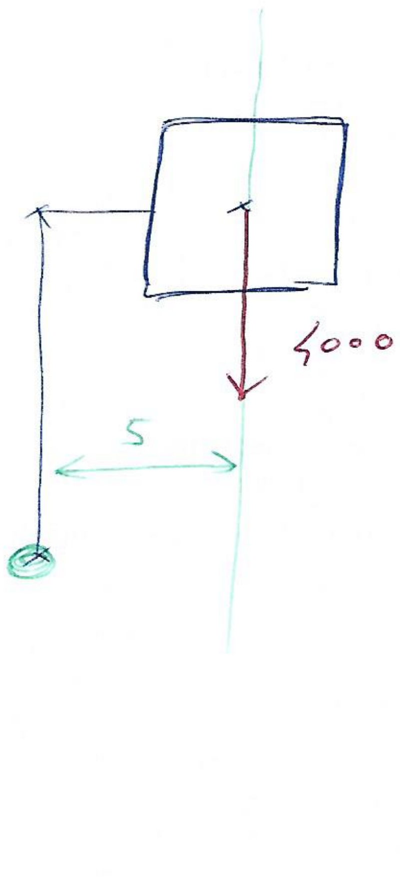
$= -20000\,\vec{z}.$

b) Méthode 2

Moment = Force × Bras de levier

$\vec{M}_3(O) = 4000 \times 5 \times (-\vec{z})$

$= -20000\,\vec{z}$



⑥

5] Action du vent.

$$\{\mathcal{T}_{vent}\} = \left\{ \begin{matrix} \vec{F_v} \\ \vec{M_v}(O) \end{matrix} \right\}_O = \boxed{\left\{ \begin{matrix} -6000\,\vec{z} \\ -45000\,\vec{x} + 30000\,\vec{y} \end{matrix} \right\}_O}$$

$$\vec{F_v} = -500 \times 3 \times 4 \times \vec{z} = -6000\,\vec{z}.$$

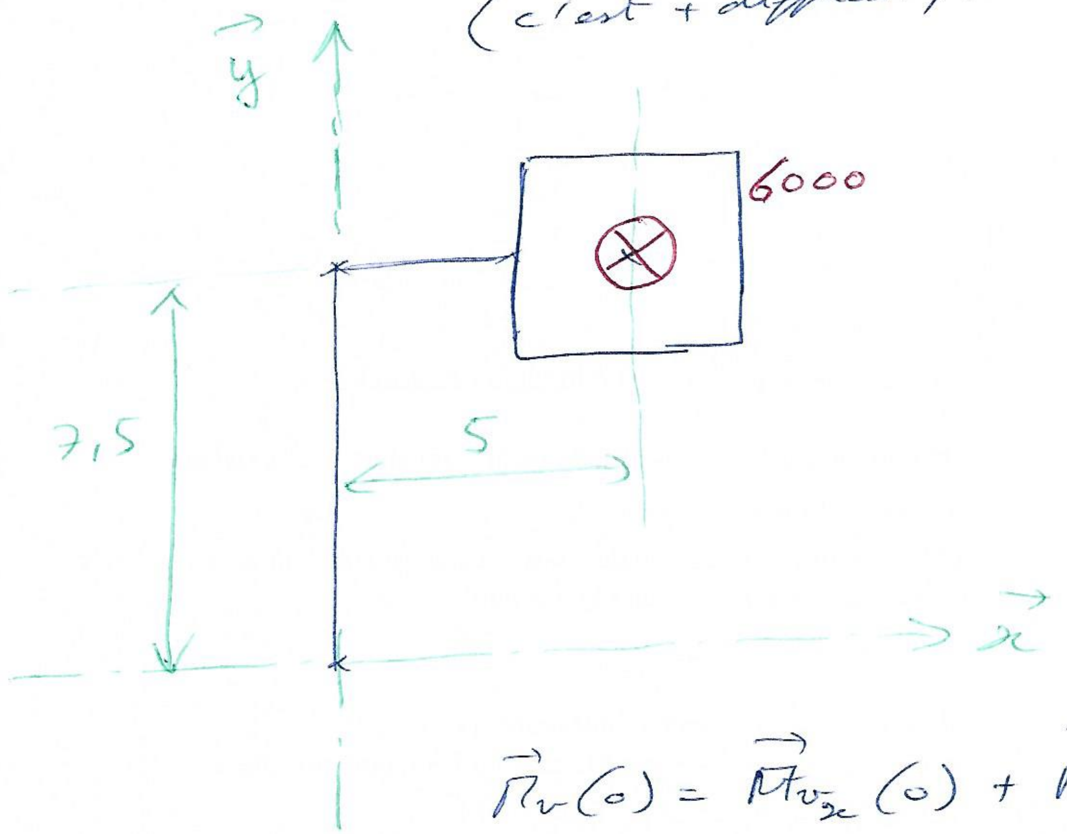
Calcul du moment $\vec{M_v}(O)$ en O

a] Méthode 1 : BABAR

$$\vec{M_v}(O) = \vec{M_v}(G_3) + \vec{OG_3} \wedge \vec{F_v}$$
$$= \vec{0} + (7{,}5\,\vec{y} + 5\,\vec{x}) \wedge (-6000\,\vec{z})$$
$$= -45000\,\vec{x} + 30000\,\vec{y}.$$

b] Méthode 2 : Moment = Force × Bras de levier.

(c'est + difficile, mais ...)



$$\vec{M_v}(O) = \vec{M}_{v_x}(O) + \vec{M}_{v_y}(O)$$
$$= -6000\,\cancel{\vec{z}} \times 7{,}5\,\vec{x}$$
$$+ 6000 \times 5\,\vec{y}$$