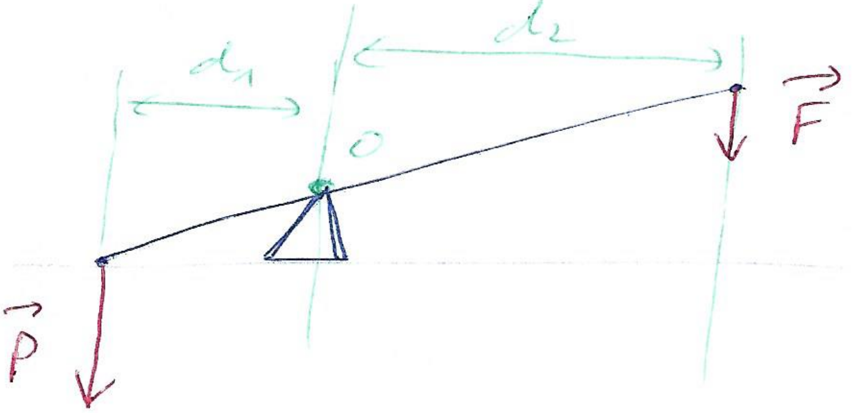
①

TD Chargeur + Console

Exo 0 "Levier"

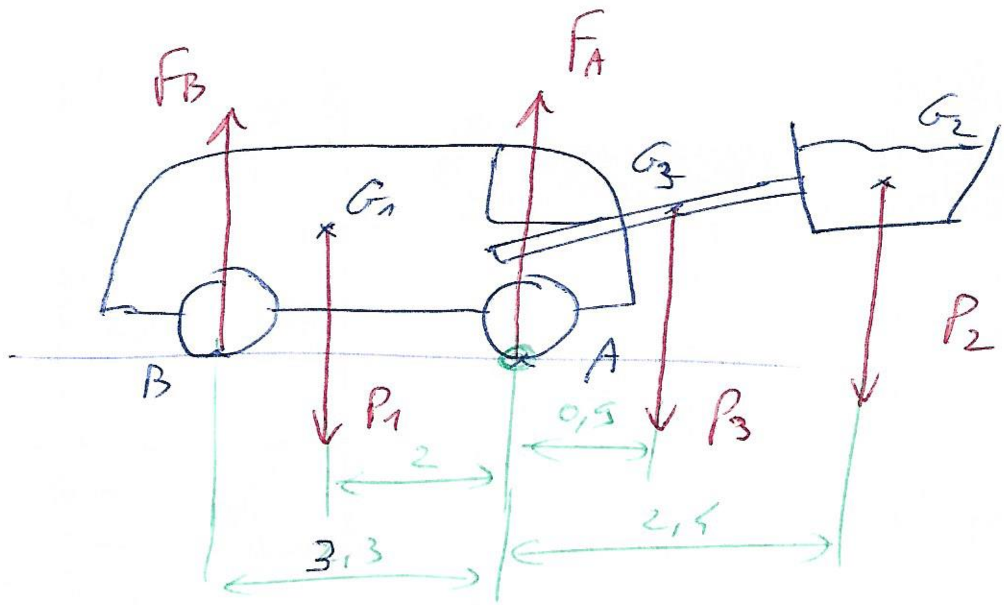


Pour soulever, il faut que : $F \times d_2 > P \times d_1$

(Moment = Force × Bras de levier).

Exo 1 Chargeur

On fait le bilan des efforts sur le schéma suivant.



$$\sum \vec{F} = \vec{0} \Rightarrow F_A + F_B = P_1 + P_2 + P_3$$

$$\sum \vec{M}(A) = \vec{0} \Rightarrow -F_B \times 3{,}3 + P_1 \times 2 - P_3 \times 0{,}5 - P_2 \times 2{,}5 = 0$$

On a 2 équations, 2 inconnues F_A et F_B.

$$F_B = \frac{2 \times P_1 - 0{,}9 \times P_3 - 2{,}5 \times P_2}{\cancel{3},3} = \cancel{5750 \text{ daN}}$$

1762 daN

$$F_A = \cancel{11750} \text{ daN}$$

15758

Q2 Limite P_2 avant basculement.

Basculement $\Longleftrightarrow$ $F_B = 0$, on cherche P_2.

On reprend l'équation des moments :

$$-\overset{=0}{F_B} \times 2{,}3 + P_1 \times 2 - P_3 \times 0{,}9 - P_2 \times 2{,}\cancel{4} = 0.$$

$$P_2 = \frac{2 \times P_1 - 0{,}9 . P_3}{2{,}\cancel{4}} = 7396 \text{ daN}$$

$\boxed{\text{Exo 3}}$ Console portante de bateau (on est dans l'espace !)

Q1 $\{T_A\} = \begin{Bmatrix} X_A & 0 \\ Y_A & 0 \\ Z_A & 0 \end{Bmatrix}_A$ (rotule)

Q2 $\{T_B\} = \begin{Bmatrix} X_B & 0 \\ Y_B & 0 \\ 0 & 0 \end{Bmatrix}_B$ (linéaire annulaire)

Q3 On isole (1+2+3+5), on applique le PFS en A (1er. ex)

$$\{T_{pes}\} = \begin{Bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ -mg & 0 \end{Bmatrix}_G$$

On va écrire ce torseur (action de la pesanteur) en A.

$$\vec{M}_{pes}(A) = \vec{M}_{pes}(G) + \vec{AG} \wedge \vec{P} = \begin{pmatrix} x_G \\ y_G \\ z_G \end{pmatrix} \wedge \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ -mg \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -mg\, y_G \\ mg\, x_G \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\Longrightarrow \{T_{pes}\} = \begin{Bmatrix} 0 & -mg\, y_G \\ 0 & mg\, x_G \\ -mg & 0 \end{Bmatrix}_A$$

③ On va écrire le Torseur $\{\mathcal{T}_B\}$ en A.

$$\vec{M}_B(A) = \vec{M}_B(B) + \vec{AB} \wedge \vec{F_B} = \vec{0} + \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ z_B \end{pmatrix} \wedge \begin{pmatrix} X_B \\ Y_B \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -z_B Y_B \\ z_B X_B \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\Longrightarrow \{\mathcal{T}_B\} = \boxed{\begin{Bmatrix} X_B & -z_B \cdot Y_B \\ Y_B & z_B \cdot X_B \\ 0 & 0 \end{Bmatrix}_A}$$

On applique le PFS en A.

$$\left| \begin{array}{l} X_A + X_B = 0 \\ Y_A + Y_B = 0 \\ Z_A - mg = 0 \end{array} \right. \qquad \left| \begin{array}{l} 0 - mg\, y_G - z_B Y_B = 0 \\ 0 + mg\, x_G + z_B X_B = 0 \\ \boxed{0 + 0 + 0 = 0.} \end{array} \right.$$

↳ mobilité !

On a 5 équations et 5 inconnues de liaisons.
↳ on peut résoudre.

$$\left| \begin{array}{l} Z_A = mg \ ; \ Y_B = -mg \dfrac{y_G}{z_B} = -Y_A . \\ X_B = -mg \dfrac{x_G}{z_G} = -X_A \end{array} \right.$$

Q4 On va réécrire le PFS, en tenant compte des actions du vent et du vérin.

$$\{\mathcal{T}_{vent}\} = \begin{Bmatrix} -F_{vent} & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{Bmatrix}_G \qquad \{\mathcal{T}_{verin}\} = \begin{Bmatrix} F_{verin} & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{Bmatrix}_C$$

(5)

<u>On va écrire ces torseurs en A.</u>

$$\vec{M}_{vent}(A) = \vec{M}_{vent}(G) + \vec{AG} \wedge \vec{F}_{vent}$$

$$= \vec{0} + \begin{pmatrix} x_G \\ y_G \\ z_G \end{pmatrix} \wedge \begin{pmatrix} -F_{vent} \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ -z_G . F_{vent} \\ y_G . F_{vent} \end{pmatrix}$$

$$\Rightarrow \{T_{vent}\} = \begin{Bmatrix} -F_{vent} & 0 \\ 0 & -z_G . F_{vent} \\ 0 & \boxed{y_G . F_{vent}} \end{Bmatrix}_A$$

$$\vec{M}_{vérin}(A) = \vec{M}_{vérin}(C) + \vec{AC} \wedge \vec{F}_{vérin}$$

$$= \vec{0} + \begin{pmatrix} 0 \\ y_C \\ z_C \end{pmatrix} \wedge \begin{pmatrix} F_{vérin} \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ z_C F_{vérin} \\ -y_C F_{vérin} \end{pmatrix}$$

$$\Rightarrow \{T_{vérin}\} = \begin{Bmatrix} +F_{vérin} & 0 \\ 0 & z_C . F_{vérin} \\ 0 & \boxed{-y_C . F_{vérin}} \end{Bmatrix}_A$$

Si on réécrit le PFS en A, cela va changer les inconnues de liaisons..., et l'équation des moments sur $\vec{z}$ va nous donner :

$$y_G . F_{vent} \cancel{+}\ y_C . F_{vérin} = 0$$

$$\Rightarrow F_{vérin} = \frac{y_G}{y_C} . F_{vent}$$

<u>Remarque</u> : $F_{vérin}$ = Pression × Surface piston