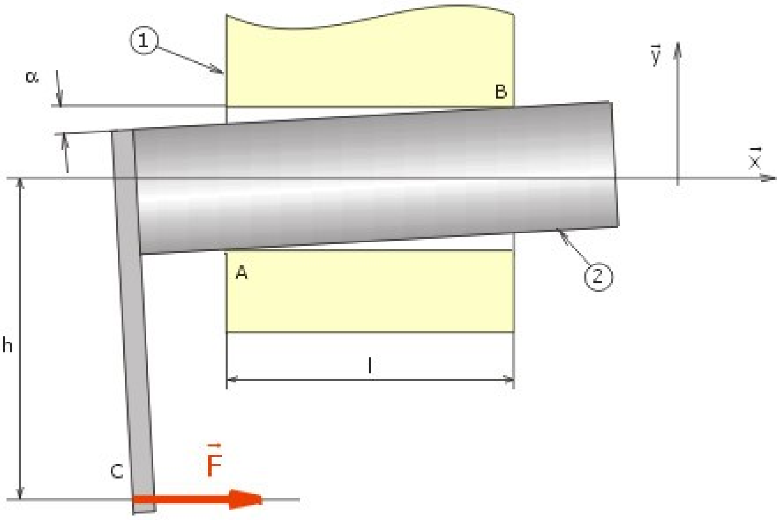
Corrigé TD Statique : Arc-boutement + Excentrique

Exercice 1.
Arc-boutement.



On isole le solide (2), il est soumis à :

$\vec{F} = F.\vec{x}$ en C

$\vec{F}_B = X_B.\vec{x} + Y_B.\vec{y}$ en B

$\vec{F}_A = X_A.\vec{x} + Y_A.\vec{y}$ en A

On applique le PFS (équation des moments en A) :

$$F + X_A + X_B = 0 \qquad Y_A + Y_B = 0$$

$$F.(h - \frac{d}{2}) + l.Y_B - d.X_B = 0$$

On a 3 équations et 4 inconnues !

On cherche la position limite de blocage (h_{limite}).
On se place à la limite de l'équilibre (sur le cône d'adhérence) par exemple en A :

$X_A = -f.Y_A$ (Attention aux signes), avec cette équation en plus, on peut résoudre.

Après calcul, on trouve :

$$X_A = -f.\frac{h + \frac{d}{2}}{l + f.d}.F$$

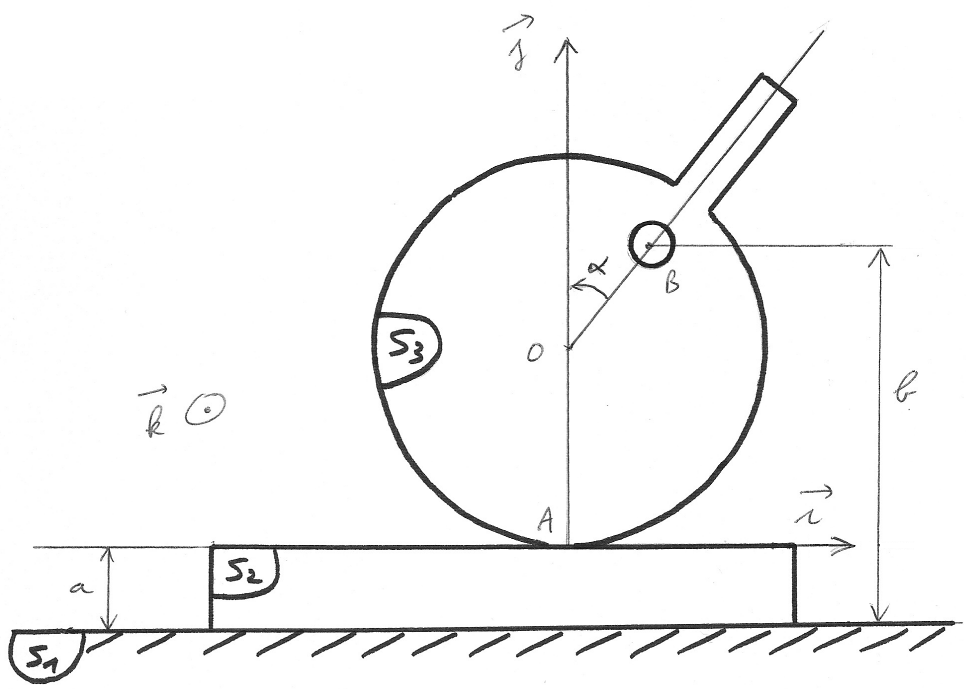
$$Y_A = -Y_B = \frac{h + \frac{d}{2}}{l + f.d}.F \qquad X_B = \frac{f.(h - \frac{d}{2}) - l}{l + f.d}.F$$

Condition d'adhérence en B : $T < f.N$ ⇨ $X_B < f.Y_B$ ⇨ $\frac{l}{2.h} < f$

Remarque : Si on se place à la limite de l'adhérence en B, la condition d'équilibre est

$-X_A < f.Y_A$ et on trouve de même $\frac{l}{2.h} < f$

Exercice 2. Excentrique.



On isole le solide (3), il est soumis à :

- ✓ $\vec{F}_A = X_A.\vec{x} + Y_A.\vec{y}$ en A, contact avec frottement.
- ✓ $\vec{F}_B = X_B.\vec{x} + Y_B.\vec{y}$ en B, liaison pivot.

Les 2 forces sont égales et directement opposées.

Le support de ces 2 forces est orienté d'un angle $\theta = (\vec{y}, \overrightarrow{AB})$.

Condition d'équilibre : $\vec{F}_A$ dans le cône d'adhérence, $\theta < \varphi_0$

$$\tan\theta < \tan\varphi_0 = f_0$$

Avec la géométrie : $\tan\theta = \dfrac{e.\sin\alpha}{r + e.\cos\alpha} < \tan\varphi_0 = \dfrac{\sin\varphi_0}{\cos\varphi_0}$

$$e.\sin\alpha.\cos\varphi_0 < (r + e.\cos\alpha).\sin\varphi_0$$

$$e.(\sin\alpha.\cos\varphi_0 - e.\cos\alpha) < r.\sin\varphi_0$$

$$e.\sin(\alpha - \varphi_0) < r.\sin\varphi_0$$

$$\alpha < \varphi_0 + \arcsin\left(\frac{r.\sin\varphi_0}{e}\right)$$