

Trois questions relatives aux traitements d'information¹

Didier VAUDENE²



■ *Après avoir rappelé la situation indécise de l'informatique et des traitements de l'information discrète à l'égard du contexte scientifique actuel, je formule trois questions, de nature théorique et fondamentale, relatives à l'articulation entre les traitements d'information, les sciences expérimentales et les théories de la calculabilité. Ces questions sont brièvement commentées et argumentées afin d'en esquisser quelques incidences fondamentales.*

Introduction

Le champ ouvert depuis environ un demi-siècle par les traitements de l'information discrète³ demeure dans une situation indécise à l'égard du contexte scientifique actuel. Tantôt on déchiffre cette ouverture comme étant l'émergence d'un nouveau paradigme, et tantôt on n'y voit qu'un développement ou une application des théories de la calculabilité antérieurement élaborées. Il suffit de faire varier l'importance accordée aux ordinateurs pour incliner l'informatique du côté des sciences expérimentales dont dépendent les technologies sous-jacentes, ou, au contraire, pour la relier directement à telle ou telle branche des mathématiques. Et ne suffit-il pas d'affirmer que l'informatique est un outil, au même titre que la gomme et le crayon, pour nier la pertinence d'un tel questionnement ? Lorsqu'on examine attentivement la manière dont diverses disciplines se réfèrent aux traitements d'information, ne constate-t-on pas régulièrement une oscillation entre une sorte phénomène naturel et une manière de calcul ?

Il est peu probable qu'il soit possible de procéder à une élaboration théorique satisfaisante des traitements d'information⁴ tout en pérennisant cette situation indécise, laquelle est d'autant plus surprenante que la coupure entre les sciences expérimentales et les sciences exactes semble parfaitement nette depuis le XVII^{ème} siècle, au point qu'on peut s'interroger sur la possibilité d'une telle indécision dans le contexte scientifique actuel : la possibilité d'une telle indécision constitue par elle-même une « anomalie ». Toutefois, la majeure partie des éléments impliqués par cette indécision sont inabornables de front, et ne procurent aucun repère décisif indiquant le sens d'un éventuel dénouement. Il convient donc préalablement d'élaborer le contour de cette question de fondement en décelant des singularités qui permettent de formuler des problématiques d'une manière à la fois précise, tranchée et abordable. Loin de viser l'exhaustivité des questions et argumentations envisageables, je souhaite *attirer l'attention* sur plusieurs problèmes que j'ai relevés au cours de mes recherches, et qui me paraissent de nature à susciter, favoriser ou préciser une réflexion, au demeurant déjà présente à bien des égards dans le contexte scientifique actuel, quoique sous des formes éventuellement différentes. J'indique également à grands traits quelques ramifications fondamentales de ces questions relativement aux sciences positives, de manière à situer, pour autant que ce soit possible, les enjeux (et les difficultés) qui se trouvent impliqués.

1. Communication au Congrès de l'AFCEP 1993.

2. Université Pierre et Marie Curie (Paris 6), 4 place Jussieu, F-75252 PARIS CEDEX 05 (didier.vaudene@upmc.fr).

3. Cet article ne concerne que l'information discrète. Pour alléger les écritures, il est convenu que toute référence aux traitements d'information est une référence aux traitements de l'information discrète. Par ailleurs, dans cet article, les ordinateurs ne sont considérés qu'en tant que cas particuliers de systèmes effectifs de traitement d'information : les remarques concernant les ordinateurs sont d'un ordre suffisamment général pour être transposées à d'autres systèmes de traitement d'information (biologiques, organisationnels, cognitifs, etc.).

4. A supposer, évidemment, qu'une telle élaboration soit pertinente. On observera que cette situation indécise intervient également au second degré, comme indécision quant à la pertinence d'une telle élaboration : y a-t-il lieu de procéder à une élaboration théorique au sujet des traitements d'information ?

Traitements d'information et théories de la calculabilité

La réductibilité relative aux théories de la calculabilité

Dans la mesure où les théories de la calculabilité ont été élaborées avant le développement des machines informatiques et avant l'extension de ce qui est compris comme traitement d'information, on peut s'interroger sur la présence d'une éventuelle coupure :

QUESTION RELATIVE A LA CALCULABILITÉ. Tout traitement d'information est-il [réductible à] un calcul (au sens des théories de la calculabilité) ?

Quiconque réfère tout ou partie de sa pratique à des traitements d'information reconnaît le caractère à la fois opératoire et incontournable des concepts d'information discrète, de traitement d'information, et de quantité d'information. Or, dans le même temps, aucun de ces concepts n'intervient *en tant que tel* dans les fondements des théories de la calculabilité, ni, plus généralement, dans les fondements d'aucune théorie mathématique actuelle. Convient-il de comprendre que ces concepts sont moins incontournables qu'il n'y paraît côté traitements d'information, ou, au contraire, que la réductibilité des traitements d'information aux théories de la calculabilité est moins évidente qu'on ne l'affirme souvent ?

On s'accorde généralement sur la considération que les théories de la calculabilité ont *anticipé* les traitements d'information. Si cette anticipation renvoie à une simple consécution chronologique, il s'agit seulement d'un fait historique. Mais si cette anticipation signifie une sorte de déploiement d'un germe initial, il convient alors de comprendre que les traitements d'information déploient et mobilisent ce germe, effectivement présent dans les théories de la calculabilité, quoiqu'étant demeuré inaperçu de leurs auteurs. Plus précisément, ou bien on soutient que traitements d'information et calculabilité sont « une même chose », auquel cas les théories de la calculabilité n'ont rien anticipé ; ou bien il y a proprement anticipation, auquel cas le développement des traitements d'information révèle rétroactivement la présence de singularités inaperçues au coeur des théories de la calculabilité.

Le problème méthodologique majeur est celui de circonscrire ce que signifie « *tout* traitement d'information ». Ce n'est pas seulement un problème de mots, ni de découpages universitaires, administratifs, industriels ou commerciaux, mais un problème relatif aux *limites d'un champ théorique*. En effet, dès lors qu'on souhaite répondre à la question de la réductibilité des traitements d'information aux théories de la calculabilité autrement qu'en recourant à l'évidence, il convient préalablement de caractériser les traitements d'information en s'abstenant de toute considération provenant des théories de la calculabilité. En particulier, toute tentative de récuser cette réductibilité au moyen d'un contre-exemple présuppose la possibilité de pouvoir décider *préalablement* si le contre-exemple relève ou non des traitements d'information.

L'enjeu majeur de cette question de réductibilité concerne sans doute l'éventualité de traitements effectifs d'information *incalculables*, c'est-à-dire ne relevant pas de l'opposition entre calculable et non-calculable au sens des théories de la calculabilité¹. Ne serait-ce pas une telle éventualité qui soutiendrait la persistance de la référence aux *traitements d'information*, malgré le fait qu'on admet le plus souvent que « les » traitements d'information sont [réductibles à] des calculs ?

Une première décomposition

Sous sa forme directe, cette question de réductibilité pose tellement de difficultés méthodologiques qu'elle est probablement inexploitable. On peut donc essayer de la décomposer en plusieurs sous-questions de manière à dégager des problématiques plus aisément abordables. Voici une première décomposition possible :

PREMIERE SOUS-QUESTION. Tout traitement d'information est-il [réductible à] un traitement d'information *automatisable* ?

SECONDE SOUS-QUESTION. Tout traitement d'information *automatisable* est-il [réductible à] un calcul (au sens des théories de la calculabilité) ?

1. Cette éventualité est actuellement une question ouverte dans le contexte des sciences cognitives.

Dans le contexte de cette décomposition, *automatisable* ne saurait être *a priori* compris comme une propriété mathématique (ni *a fortiori* comme un synonyme de *calculable*), puisque la seconde sous-question consiste précisément à décider si ce qui est automatisable (côté traitements d'information) est « la même chose » que (ou est réductible à, ou encore est adéquatement mathématisé par) ce qui est calculable (côté théories de la calculabilité). Le fait d'intercaler l'automatisable dans la décomposition dégage le caractère crucial de la première sous-question : l'expression *traitement d'information* a-t-elle exactement la même extension que l'expression *traitement d'information automatisable* ? Corrélativement, est-on fondé à *qualifier* les traitements d'information (traitements rationnels, traitements programmables, etc.) ?

Cette décomposition ouvre une double question relative au rapport entre les deux concepts d'*automaticité* et de *machine*¹ : serait-on amené à concevoir l'éventualité de machines qui ne seraient pas automatiques au sens courant actuel (c'est-à-dire assujetties au calculable), ou à l'inverse, de concevoir l'éventualité de machines qui seraient automatiques en un sens jusqu'à présent inaperçu (et non assujetti au calculable) ? Ces problématiques ouvertes au coeur de ce qui passe parfois pour être le plus évident invitent à considérer les traitements d'information de manière autonome, et suggèrent que le rapport entre traitements d'information et théories de la calculabilité est à comprendre comme une mathématisation (analogue à la mathématisation de théories expérimentales) plutôt que comme une réduction (interne aux mathématiques).

Une seconde décomposition

Cette première décomposition présente l'inconvénient d'aborder de front le délicat problème d'une caractérisation autonome des traitements d'information. On peut donc préférer une seconde décomposition qui prend acte du rôle médiateur omniprésent de l'écriture dans les sciences actuelles. Ce rôle médiateur concerne autant les formalisations logiques et mathématiques, que l'informatique elle-même. Mais il concerne tout autant les sciences expérimentales, surtout mathématisées, et surtout les théories visant la prédictivité. En effet, le concept de calcul, tel qu'abordé par les théories de la calculabilité, concerne — et ne concerne que — des *calculs d'écritures*, et se traduit concrètement sous la forme d'écritures et d'opérations appliquées à ces écritures. Il s'ensuit que toute entreprise théorique qui tend à se rapprocher au plus près des idéaux de la positivité actuelle (prédictivité, formalisation, modélisation informatique) mobilise ce rôle médiateur de l'écriture. D'où cette seconde décomposition qui cale le trait de coupe sur l'écriture :

PREMIERE SOUS-QUESTION. Tout traitement d'information est-il réductible à des écritures et à des rapports entre ces écritures ?

SECONDE SOUS-QUESTION. Tout rapport entre écritures est-il [réductible à] un calcul (au sens des théories de la calculabilité) ?

La première sous-question est, en fait, une condition d'accès à la positivité scientifique telle que nous la concevons actuellement ; car affirmer l'existence de traitements d'information qui ne pourraient être recueillis comme écritures et comme rapports entre ces écritures reviendrait à exclure de tels traitements de toute approche théorique (et surtout mathématique) relativement au contexte scientifique actuel. Par conséquent, tout jugement relatif à la réductibilité des traitements d'information aux théories de la calculabilité se doit préalablement d'établir que, même dans l'éventualité de traitements d'information non réductibles à des calculs, de tels traitements donnent cependant lieu à des écritures et à des rapports entre ces écritures.

D'où la seconde sous-question : s'il est possible d'avérer positivement que certains traitements d'information ne sont pas réductibles à des calculs, c'est donc qu'il existe des rapports entre écritures qui ne sont pas réductibles à des calculs. Cette seconde décomposition présente deux avantages : elle évite le préalable d'une caractérisation autonome des traitements d'information, et elle installe la problématique sur un terrain abordable dans le contexte scientifique actuel, puisque se situant complètement dans le champ de l'écriture. Malheureusement, ces deux avantages se paient d'une paralysie immédiate de toute argumentation. En effet :

POSTULAT D'HOMOGENÉITÉ DES RAPPORTS ENTRE ÉCRITURES. Relativement au contexte scientifique actuel, *il est impossible* de trouver deux écritures [bornées de toutes parts dans le fini] telles qu'il soit

1. Il convient peut-être de rappeler que le concept de *machine* n'a de fondement théorique dans aucune théorie scientifique actuelle. L'utilisation du mot *machine* dans l'expression *machine mathématique* est examinée plus loin.

impossible d'énoncer une procédure formelle effective (au sens des théories de la calculabilité) admettant l'une pour donnée et l'autre pour résultat¹.

La clause *bornées de toutes parts dans le fini* signifie qu'il s'agit d'écritures qu'on peut effectivement écrire, et que l'impossibilité énoncée ne redouble pas le seuil inassignable qui, à l'intérieur de la calculabilité, sépare ce qui est effectivement traitable et ce qui ne l'est pas.

L'éventualité de l'incalculable (à comprendre comme *quelque chose* qui ne relève ni du calculable ni du non-calculable au sens des théories de la calculabilité), peut-être énigmatique quand on l'énonce *ex abrupto*, se présente maintenant sous un nouveau jour quand on la situe dans le champ de l'écriture. En effet, le postulat d'homogénéité des rapports entre écritures n'est recevable que dans l'exacte mesure où l'éventualité d'un contre-exemple est inconcevable relativement aux évidences qui sous-tendent le contexte scientifique actuel. Par conséquent, s'il y a de l'incalculable accessible à la connaissance scientifique positive, et surtout à une mathématisation, c'est, contre toute attente, *dans le champ de l'écriture* qu'il faut le situer et le trouver.

Traitements d'information et sciences expérimentales

La réductibilité relative aux sciences expérimentales

Compte-tenu du fait que les questions posées mettent en jeu l'éventualité d'une coupure entre traitements d'information et théories de la calculabilité, il convient d'observer la plus grande prudence quant aux mots que nous employons lorsque nous considérons les traitements d'information sur leur versant physique. Considérons le cas particulier des ordinateurs :

REMARQUE LIMINAIRE. De même qu'une pomme qui tombe effectivement ne calcule pas [sa trajectoire], de même un ordinateur qui passe effectivement d'un état à un autre ne calcule pas [sa transition d'état].

Sur son versant physique, un ordinateur est *quelque chose* appartenant à la réalité ; dire qu'il calcule, c'est négliger (ou éliminer mentalement) son fonctionnement propre (sa réalité) au profit d'un effet apparent qui motive son utilisation ou justifie son existence². Quand on considère un système réel (ordinateurs, organisations biologiques ou humaines, appareil cognitif, etc.) en tant que [système de] traitement d'information, on peut de nouveau poser une question de réductibilité :

QUESTION RELATIVE AUX SCIENCES EXPÉRIMENTALES. Tout traitement d'information est-il réductible aux postulats, principes et concepts fondamentaux des sciences [expérimentales] associées aux domaines [de la réalité] sous-jacents à ces traitements ?

Considérons le cas particulier des ordinateurs et de l'informatique. Comprendre l'informatique sous l'angle des traitements d'information ne consiste certainement pas à combiner des volts, des ampères, des webers, des secondes, ou des mètres :

SOUS-QUESTION DE LA PHYSIQUE. Est-on fondé à admettre (surtout à titre d'évidence) qu'une pratique opératoire qui repose sur l'élimination de toute référence à des grandeurs physiques relève d'une physique (au sens actuel) ?

Lorsqu'on prend appui sur les théories physiques [associées aux technologies des ordinateurs] pour rejoindre le point de vue informatique sur les ordinateurs, on constate que ce point de vue n'est vraiment atteint que lorsqu'on est parvenu à éliminer toute référence aux grandeurs physiques sous-jacentes : en ce sens, on est *déjà sorti* de la physique.

Lorsque nous regardons *quelque chose* comme un traitement d'information (états discrets, transitions entre ces états, quantité d'information discrète, etc.), nous ne supposons pourtant pas que ces termes correspondent à des phénomènes *physiquement discrets* :

1. Il suffit, par exemple, de former un algorithme de MARKOV ne comportant qu'une seule règle de réécriture dont la partie gauche est l'une des écritures, et la partie droite l'autre écriture.

2. Cette remarque s'applique à tout autre système de traitement effectif d'information.

SOUS-QUESTION DU DISCRET. Est-on fondé à tenir pour évident que le caractère discret des traitements d'information ne correspond pas [nécessairement] à des phénomènes physiquement (ou réellement) discrets ?

Ainsi, par exemple, tandis que nous travaillons sur un ordinateur que nous *regardons comme* discret, rien n'empêche que l'ingénieur de maintenance ait branché quelque sonde dans la même machine, et soit simultanément en train d'observer des signaux sur l'écran de son oscilloscope, signaux qu'il regarde, pour sa part, comme continus. En ce sens, nous ne pouvons pas dire que les ordinateurs *sont* des systèmes discrets ; tout au plus ces systèmes sont-ils agencés et conçus de telle manière qu'il soit *opérateur* (et même « évident ») de les *regarder comme* discrets. Pour autant :

SOUS-QUESTION DE L'ARTICULATION DISCRET/CONTINU. Sachant que l'utilisation « naturelle » la plus banale et la plus plus quotidienne d'un ordinateur implique inévitablement une articulation *effective* entre [un point de vue] discret et [un point de vue] continu, est-on fondé à tenir pour évident qu'une articulation aussi fondamentale ne laisse, en tant que telle, *aucune trace* dans les approches théoriques actuelles de l'informatique [et des traitements d'information] ?

Traitements d'information et finitude

Les changements discrets

L'étude du rapport entre les systèmes de traitement d'information et les machines mathématiques est sans doute plus riche en problèmes théoriques et fondamentaux qu'il n'y paraît peut-être au premier abord. On admet actuellement que les systèmes de traitement d'information se comprennent grâce à des structures à la fois *discrètes* et *finies*, par le biais des *états* et des *transitions entre* ces états :

QUESTION RELATIVE A LA FINITUDE. Est-on fondé à tenir pour évident que les systèmes de traitement d'information (états discrets et transitions entre ces états) soient réductibles à des considérations strictement finies (au sens des mathématiques actuelles) ?

Dire que les machines informatiques sont *automatiques*, c'est au moins dire que les transitions d'états sont *effectives*, c'est-à-dire qu'elles se produisent « dans la réalité », faute de quoi de simples écritures « immobiles » remplaceraient avantageusement ces machines à un coût nettement moindre. Qu'y a-t-il *entre* deux éléments d'un champ discret et fini ? Irréductiblement rien, par définition. Qu'y a-t-il *entre* deux états discrets ? L'effectivité d'une transition :

SOUS-QUESTION DE L'EFFECTIVITÉ. Est-on fondé à tenir pour évident que ce qui est compris comme effectivité d'une transition entre états discrets *au sens de l'informatique et des traitements d'information* soit associé aux riens du discret *au sens des théories de la calculabilité* ?

Est-il nécessaire de rappeler que les machines mathématiques intervenant dans les théories de la calculabilité ne sont pas automatiques, et qu'aucune règle de réécriture ou de substitution n'est appliquée si le mathématicien ne les applique pas : dans une « machine » mathématique, c'est le mathématicien qui fait office de machine. En ce sens, réduire une machine automatique à une machine mathématique, c'est glisser le concept d'automatisme sur le concept de calculabilité, et c'est, par conséquent, affirmer que, lorsqu'on regarde les machines automatiques depuis les théories de la calculabilité, il n'y a pas de différence théoriquement accessible entre une machine *réellement effective* (les transitions s'effectuent réellement) et une machine *potentiellement effective* (énoncé inerte ne procédant par soi-même à aucune effectuation).

Du point de vue mathématique, le discret (auquel les traitements d'information sont habituellement référés) est compris comme étant à la fois fini et irréductible : dans toutes les théories de la calculabilité, les lettres sont évidemment insécables, et les opérations élémentaires appliquées à ces lettres sont elles-mêmes irréductibles. Corrélativement, entre deux étapes successives d'un calcul, *il n'y rien par principe*, puisque les opérations élémentaires sont irréductibles. Or, comme il vient d'être dit, du point de vue des traitements d'information, entre deux états successifs, il n'y pas *rien*, mais l'effectivité de la transition entre ces états :

SOUS-QUESTION DU DISCRET. Est-on fondé à tenir pour évident que ce qui est compris comme discret et effectif *au sens de l'informatique et des traitements d'information* coïncide avec ce qui est compris comme discret (c'est-à-dire à la fois fini et irréductible) *au sens des théories de la calculabilité* ?

On peut alors comprendre que le mot *discret* constitue une sorte de pivot autorisant un *glissement de concept* : du côté des traitements d'information (et même de la physique), le mot discret correspond à une manière de regarder un système dont on sait qu'il n'est pas *physiquement discret*, et, en ce sens, le même système physique peut être regardé comme discret ou regardé comme continu ; mais, du côté des théories de la calculabilité, le mot discret renvoie en fait au *fini* (s'il s'agit des états) et à *rien* (s'il s'agit des transitions entre ces états).

En outre, chacun sait qu'il est possible de décomposer une transition irréductible *relativement à un niveau* (par exemple : niveau langage machine) en une suite de transitions irréductibles *relativement à un autre niveau* (par exemple : niveau micro-programme), de sorte que nous ne savons pas concevoir une discrétisation qui n'impliquerait pas corrélativement la détermination d'un niveau :

SOUS-QUESTION DES NIVEAUX. Est-on fondé à faire intervenir le concept de niveau (de discrétisation, d'observation, de représentation, etc.) du côté des traitements d'information, sachant que ce concept n'a, semble-t-il, aucun répondant du côté des théories de la calculabilité ?

Même (et surtout) si on admet qu'il est opératoire, pour chaque niveau convenablement choisi, de rapporter les transitions irréductibles *relativement à ce niveau* à des opérations « absolument » irréductibles *relativement aux théories de la calculabilité*, il n'en reste pas moins que ce choix d'un niveau (côté traitements d'information) ne semble pas avoir de répondant (côté théories de la calculabilité). Corrélativement, tandis que toutes les théories de la calculabilité prennent appui sur l'opération « absolument » irréductible de *substitution*, chacun sait qu'aucun ordinateur ne dépend, quant à son fonctionnement réel, d'aucune substitution :

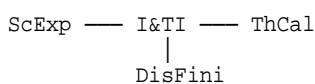
SOUS-QUESTION DES SUBSTITUTIONS. Est-on fondé à tenir pour évident que seuls des systèmes de réécriture reposant sur des substitutions irréductibles constituent une voie d'accès pour une théorie des systèmes discrets où l'opération de substitution n'intervient nulle part ?

Les substitutions (au sens des théories de la calculabilité) présupposent le caractère discret du champ d'application de telles opérations (en l'occurrence : des écritures), alors qu'il vient d'être rappelé que, à l'égard des ordinateurs, la discrétisation est seulement l'effet d'un *regarder comme* qui n'implique pas que le système sous-jacent soit *physiquement* discret. Par ailleurs, même en « oubliant » cet effet de regard, aucun protocole de corroboration ou d'observation recevable dans le contexte scientifique actuel ne saurait être en mesure d'avérer *positivement* la présence d'un quelconque *phénomène naturel et discret de substitution* dans un ordinateur. Autrement dit, quelques années après que le concept de calcul ait été mathématiquement abordé grâce à des substitutions « absolument » irréductibles, il s'avère que le fonctionnement des machines automatiques, pourtant considérées comme la réalisation la plus proche des machines mathématiques, ne doit rien à de telles substitutions.

Conclusions

Réductibilités, coupures et évidences

Ces trois questions de réductibilité permettent de souligner la présence de trois évidences majeures qui régissent actuellement l'articulation (ou l'absence d'articulation) entre, d'une part, le champ théorique de l'informatique et des traitements d'information (I&TI), et, d'autre part, trois pôles inévitables dans un tel contexte, à savoir : les théories de la calculabilité (ThCal), les sciences expérimentales (ScExp), et le discret compris comme fini au sens mathématique actuel (DisFini) :



Ce diagramme met en évidence que chaque question de réductibilité interroge en fait l'éventualité d'une *coupure* entre l'un des trois pôles et le champ théorique I&TI de l'informatique et des traitements d'information. Ce dispositif tripolaire est destiné à contourner l'obstacle méthodologique initialement remarqué, à savoir

l'exigence de disposer d'une caractérisation *préalable et autonome* du champ théorique I&TI pour situer ce champ au sein du contexte scientifique actuel. Etudions ce tripôle dans le cas le plus simple où chaque question de réductibilité est considérée *isolément* :

PREMIERE REMARQUE. Si on affirme une *évidente réductibilité* entre le champ I&TI et l'un des trois pôles, alors les deux champs théoriques concernés sont « la même chose » (absence de coupure) ; si on affirme la présence d'une coupure, alors une éventuelle réductibilité est tout, sauf évidente, et cette coupure détermine une articulation qui doit être explicitée pour que l'éventuelle réductibilité soit théoriquement fondée.

Dans le premier cas, la supposition d'un champ théorique autonome pour les traitements d'information est sans fondement théorique : il convient d'appliquer le rasoir d'Ockham, et toute référence aux traitements d'information n'est rien d'autre qu'un tour de discours éliminable. Dans le second cas, on ne saurait admettre que les champs théoriques concernés s'articulent par l'effet d'évidences qui notifient une absence de coupure. L'axe horizontal du diagramme, qui articule les sciences expérimentales (ScExp) et les théories de la calculabilité (ThCal), est crucial. En effet :

SECONDE REMARQUE. A moins d'admettre que les traitements d'information (I&TI) constituent un champ théorique hybride compris comme relevant *à la fois* des sciences expérimentales (ScExp) et des théories de la calculabilité (ThCal), on ne peut récuser *à la fois* les deux coupures ScExp/I&TI et I&TI/ThCal.

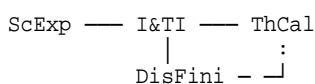
D'un point de vue théorique et fondamental, il semble actuellement bien difficile d'admettre une telle hybridation. Corrélativement :

TROISIEME REMARQUE. Si on affirme l'évidente réductibilité des traitements d'information (I&TI) aux théories de la calculabilité (ThCal) (absence de coupure), et si on affirme corrélativement l'existence d'une coupure entre le domaine des sciences expérimentales (ScExp) et les théories de la calculabilité (ThCal), alors on reproduit la coupure fondamentale entre ce qui est « concret » (côté ScExp) et ce qui est, sinon « abstrait », du moins « symbolique » (côté ThCal).

Il s'ensuit qu'on ne peut pas admettre que la problématique de l'articulation entre les ordinateurs et les théories de la calculabilité soit « résolue », d'un point de vue théorique, par le simple fait de l'affirmer évidente. Plus généralement, il semble également bien difficile d'admettre qu'une coupure aussi fondamentale se trouve théoriquement assumée, dans le contexte des traitements d'information, par le recours à des évidences qui notifient qu'elle n'a même pas lieu ! Il convient d'ailleurs de remarquer que l'enjeu de cette coupure est particulièrement fondamental dans le contexte scientifique actuel :

QUATRIEME REMARQUE. Loin de concerner seulement l'informatique et les traitements d'information, la question de la coupure entre les sciences expérimentales et les théories de la calculabilité concerne au degré le plus fondamental la réductibilité de tout ou partie du « réel » à des calculs effectifs, donc à des théories prédictives.

Examinons maintenant le troisième pôle du diagramme. Les théories de la calculabilité (ThCal) sont liées à la conception habituelle du discret finitiste (DisFini) qui stipule qu'il n'y a rien *entre* deux termes d'un tel champ discret. En ce sens, il y a un *lien direct* entre ces deux pôles :



Autant on peut admettre qu'une juxtaposition d'états « inertes » puisse convenir à une conception finitiste du discret, autant il est difficile d'admettre, en particulier d'un point de vue informatique, qu'une transition *entre* états soit évidemment réductible à rien. Par conséquent :

CINQUIEME REMARQUE. Si on récuse le glissement du discret effectif sur le discret finitiste (coupure I&TI/DisFini), on se trouve corrélativement contraint de récuser l'évidente réductibilité des traitements d'information aux théories de la calculabilité (coupure I&TI/ThCal), puisque ces théories sont liées au discret finitiste (lien DisFini—ThCal).

Cette question relative au discret effectif peut se comprendre comme une transposition des paradoxes de ZÉNON D'ELÉE au cas des transitions entre états discrets. Toutefois, cette question régit aussi un problème beaucoup plus fondamental, non seulement à l'égard des théories de la calculabilité, mais surtout à l'égard du principe même de la formalisation mathématique et logique. En effet, dès lors que les états [discrets] sont assimilés à des écritures, les transitions effectives *entre* ces états doivent être assimilées aux rapports *entre* les écritures qui valent pour ces états, de sorte que :

SIXIEME REMARQUE. De manière générale, les rapports *entre* écritures, et, en particulier, l'effectuation de ces rapports (le *passage* d'une écriture à une autre, par exemple), relèvent, quant à leur mathématisation, du discret effectif (et non pas du discret finitiste).

La situation indéçise de l'informatique et des traitements d'information

L'étude, même brève, de ces trois questions de réductibilité et de leur interrelation confirme que la situation indéçise de l'informatique et des traitements d'information, relativement au contexte scientifique actuel, n'est nullement fortuite, puisqu'elle procède de l'interaction de plusieurs problématiques fondamentales. La synthèse des remarques qui viennent d'être proposées fait apparaître une sorte de *dilemme*, qu'il est actuellement [très probablement] impossible de trancher, et dont l'effet apparent correspond à la situation indéçise de l'informatique et des traitements d'information :

PREMIERE CONCLUSION. Dans le contexte scientifique actuel, il est [très probablement] exclu de soutenir les conséquences impliquées par l'élimination des trois coupures ; mais il est également [très probablement] exclu de soutenir les conséquences impliquées par l'affirmation des trois coupures.

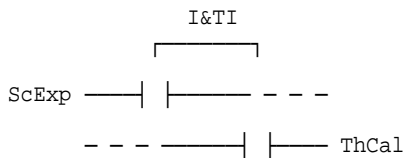
Le premier versant du dilemme correspond au fait de juger évidentes les trois réductibilités : sont éliminées *de facto* les trois coupures, de sorte que tous les champs concernés sont soudés au sein d'une sorte de continuum sans frontières ; d'où les difficultés qui s'ensuivent, en particulier l'existence d'un champ théorique hybride, à la fois expérimental et mathématique (seconde remarque), et l'assimilation des transitions effectives à rien (cinquième remarque). Globalement, on peut alors appliquer le rasoir d'Ockham (première remarque) et considérer tout ce qui relève de l'informatique et des traitements d'information comme un tour de discours éliminable.

Le second versant du dilemme, qui prend acte de la coupure fondamentale entre les sciences expérimentales et les théories non-expérimentales, mathématiques en particulier (troisième remarque), et qui distingue le discret effectif du discret finitiste (cinquième remarque), se trouve contraint de ne juger aucune réductibilité éventuelle comme étant évidente. D'où la difficulté majeure : les évidences assumant actuellement les articulations associées à ces coupures se trouvent désormais bloquées puisque, d'un point de vue théorique, ces évidences sont jugées irrecevables *en tant qu'évidences* et doivent donner lieu à une explicitation théorique des articulations concernées (première remarque). D'où une seconde difficulté, plus fondamentale :

SECONDE CONCLUSION. Dès qu'on affirme l'autonomie des traitements d'information à l'égard des sciences expérimentales, des théories de la calculabilité et du discret finitiste, on se voit contraint d'admettre l'existence d'un champ théorique qui ne relève proprement *ni* des sciences expérimentales, *ni* des théories de la calculabilité, *ni* du discret finitiste, *tels que nous les concevons actuellement*.

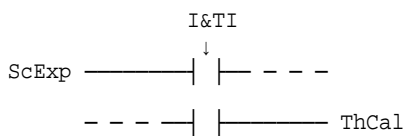
La réserve « *tels que nous les concevons actuellement* » souligne que le dénouement de ces problématiques n'implique pas inévitablement la confirmation d'une telle autonomie, et que ce sont peut-être certaines conceptions actuellement admises qui produisent un *blocage théorique*, lequel serait alors à dénouer par l'effet d'un réexamen de ces conceptions.

Prenons maintenant appui sur notre pratique habituelle, et observons attentivement de quelle manière nous négocions ces dilemmes au quotidien. Lorsqu'on aborde les traitements d'information depuis le point de vue des sciences expérimentales, on place intuitivement la coupure *juste au bord* de ces sciences, de manière à dégager un « ailleurs » référé aux traitements d'information, et dépourvu de toute référence aux grandeurs, concepts et principes de ces sciences : le lieu de cette coupure est le lieu du « regarder comme discret », car nous ne pouvons pas considérer, dans le contexte des sciences expérimentales actuelles, que les phénomènes concernés soient *réellement* discrets.



En revanche, lorsqu'on aborde les traitements d'information depuis les théories de la calculabilité, on place intuitivement la coupure *juste au bord* de ces théories, de manière à dégager un « ailleurs » qui est le lieu de l'effectuation, effectuation qui peut être assumée aussi bien par le mathématicien lui-même (il n'est pas « dans » les théories de la calculabilité) que par une machine *réelle*. On parle alors de cet « ailleurs » en termes de réalisation technologique, d'implémentation, voire de détails d'implémentation sans importance à l'égard des théories de la calculabilité. C'est également au lieu de cet « ailleurs » que doivent être situés les concepts d'information discrète, de traitement d'information, de quantité d'information, de niveau de discrétisation, etc., concepts étrangers aux fondements des mathématiques actuelles, quoique incontournables en matière de traitements d'information : il est bien improbable, par exemple, qu'on puisse actuellement rédiger un traité d'informatique intelligible sans jamais faire aucune référence à ces concepts !

On constate ainsi que chacune des deux approches situe tous les concepts cruciaux relatifs aux traitements d'information au lieu d'un « ailleurs » situé *au-delà* de ses propres limites, *au-delà* supposé assumé par l'autre approche. Toutefois, lorsqu'on examine la possibilité de faire coexister ces deux approches, on constate, d'un point de vue théorique et fondamental, qu'aucune des deux approches n'assume l'« ailleurs » supposé les articuler :



Dans le contexte scientifique actuel, les deux coupures sont amenées en coïncidence, déterminant ainsi le champ des traitements d'information comme théoriquement inaccessible, puisqu'associé à la singularité de la coïncidence de deux coupures, singularité où se déploie la « surface nulle » d'un *non-lieu*. Dans ces conditions, l'« anomalie » que constitue la situation indécise de l'informatique et des traitements d'information dans le contexte scientifique actuel se comprend comme tout à fait « normale », et correspond à une *solution instable* du système :

TROISIEME CONCLUSION. Chacune des deux approches, par les sciences expérimentales ou par les théories de la calculabilité, serait satisfaisante *localement*, sous réserve cependant qu'on s'abstienne de considérer leur articulation d'un point de vue théorique.

A cette singularité d'articulation répond la question du discret effectif, qui garde trace du fait que l'effectivité des transitions, qui a toujours lieu *entre* les états discrets, ne saurait être réduite, d'un point de vue théorique, à la finitude mathématique *telle que nous la concevons actuellement*.

QUATRIEME CONCLUSION. Le champ théorique du discret effectif, qui ne relève proprement ni du domaine des sciences expérimentales, ni du domaine des théories de la calculabilité (en tant que liées au discret finitiste), se trouve donc, lui aussi, « naturellement » assigné au non-lieu installé par la coïncidence des deux coupures ; il détermine en outre le champ d'articulation de deux problématiques fondamentales déjà évoquées : la problématique de l'articulation discret/continu et la problématique des niveaux.

On comprend alors que l'articulation entre les systèmes *réels* de traitement d'information (côté sciences expérimentales) et les théories de la calculabilité s'effectue en *deux* temps : (1) passage d'un système *réel* à un système discret effectif ; (2) passage d'un système discret effectif à un système discret finitiste (côté théories de la calculabilité). D'où le recours aux évidences actuellement en vigueur pour couvrir, et cependant assumer, ces articulations :

CINQUIEME CONCLUSION. Dans le contexte scientifique actuel, les évidences associées aux trois questions de réductibilité doivent être comprises comme des singularités opératoires particulièrement riches et ramifiées qui permettent d'assurer provisoirement des articulations pour lesquelles les moyens théoriques font actuellement défaut.

Il est donc plausible de supposer que l'indécision concernant la situation des traitements d'information demeurera aussi longtemps que les ramifications des problématiques impliquées demeureront elles aussi bloquées. Il convient à cet égard de rappeler que le recours à de telles évidences, même à des degrés très fondamentaux des sciences, n'est nullement accidentel ni nouveau. Toutes choses égales par ailleurs, l'indécision concernant les traitements d'information n'est pas sans évoquer l'indécision relative à la situation de la géométrie euclidienne, indécision entretenue pendant plus de vingt siècles par l'effet d'évidences particulièrement résistantes, et qui n'a été levée qu'au début du XIX^{ème} siècle grâce à l'élaboration d'une *coupure* (coupure entre théorie et modèle) comprise [en principe] comme *interne* aux mathématiques.

•

ARSAC, Jacques

[1970] *La science informatique*, Dunod, Paris.

CANTOR, Georg

[1872-1899] *Correspondance avec R. Dedekind*, Traduite dans : J. Cavaillès, Philosophie mathématique, Hermann, Paris, 1962.

MARKOV, A. A.

[1962] *Theory of algorithms*, Académie des sciences, Moscou, URSS.

THOM, René

[1982] *Mathématique et théorisation scientifique*, Penser les mathématiques, Le Seuil, Paris.

VAUDENE, Didier

[1992] *Une contribution à l'étude des fondements de l'informatique*, Thèse de doctorat d'état, Paris (rapport LITP n° 92-75).