

Seizième feuille d'exercices

CALCUL DIFFÉRENTIEL

160 ————— **CCP**

Étudier la continuité et la classe \mathcal{C}^1 de la fonction définie par $f(0,0) = 0$ et si $(x,y) \neq (0,0)$,

$$f(x,y) = \frac{xy}{\sqrt{x^2 + y^2}}.$$

161 ————— **AM**

Étudier la continuité et la classe \mathcal{C}^1 de la fonction définie par $f(0,0) = 0$ et si $(x,y) \neq (0,0)$,

$$f(x,y) = \frac{x^3 - y^3}{x^2 + y^2}.$$

162 ————— **CCP**

Considérons la fonction

$$f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}, (x,y) \mapsto xy + x^2y - xy^2.$$

1. Étudier ses extrémums globaux (on pourra s'intéresser à $f(x, 2x)$).
2. Les points $(1, 2)$, $(0, 0)$, $(-1, 0)$ sont-ils des extrémums locaux de f ?

163 ————— **MP**

Montrer que pour tous réels x_1, \dots, x_n de \mathbb{R}_+^* ,

$$\frac{x_1}{x_2} + \frac{x_2}{x_3} + \dots + \frac{x_{n-1}}{x_n} + \frac{x_n}{x_1} \geq n.$$

GÉOMÉTRIE DIFFÉRENTIELLE

164 ————— **CCP**

Déterminer les points $M_0(x_0, y_0, z_0)$ de la surface d'équation cartésienne $\frac{1}{4}x^2 + y^2 + \frac{1}{4}z^2 = 1$ tels que le plan tangent en M_0 coupe les axes en trois points A, B, C vérifiant $\overline{OA} = \overline{OB} = \overline{OC}$.

165 ————— **MP**

Soit $R > 0$. Déterminer la tangente en un point quelconque de la courbe définie par

$$x^2 + y^2 + z^2 = R^2, \quad x^2 + y^2 = Rx.$$

166 ————— **CCP**

1. Déterminer une équation du plan tangent P_0 à la surface d'équation $xyz = 1$ au point (x_0, y_0, z_0) .
2. Déterminer les coordonnées du projeté orthogonal de O sur P_0 .