

Deuxième feuille d'exercices

SÉRIES NUMÉRIQUES

13 _____

Nature de la série $\sum \frac{2 \cdot 5 \cdot 8 \cdots (3n-1)}{1 \cdot 5 \cdot 9 \cdots (4n-3)}$.

14 _____

Nature de la série $\sum_{n \geq 0} \frac{(2n)! n^{2n}}{2^n n! (3n)!}$.

15 _____ **TPE**

Si la série de terme général $u_n \geq 0$ converge, que dire de la série de terme général $\sqrt{u_n}/n$?

16 _____ **MP**

Calculer $\sum_{n=0}^{+\infty} \frac{(-1)^n}{3n+2}$.

17 _____ **ENSEA**

Convergence et somme de la série

$$\sum_{n \geq 1} \frac{1}{n(n+1)(n+2)}.$$

18 _____ **CCP**

Considérons la suite définie par $u_0 \in]0, 1[$ et pour tout $n \in \mathbb{N}$, $u_{n+1} = \frac{1}{2}(u_n + u_n^2)$.

1. Montrer que la série $\sum u_n$ converge.

2. Étudier $\lim_{n \rightarrow +\infty} 2^n u_n$.

19 _____ **CCP**

Pour $n \in \mathbb{N}^*$, posons $u_n = -4/n$ si n est multiple de 5 et $u_n = 1/n$ sinon. Évaluer $\sum_{k=1}^{5n} u_k$ et en déduire $\sum_{k=1}^{+\infty} u_k$.

20 _____ **CS**

Nature de la série $\sum (\sqrt{n+1} - \sqrt{n})^{n/2}$.

21 _____ **ENSEA**

Nature de la série $\sum_{n \geq 2} (\ln n)^{-\ln n}$.

22 _____ **CCP**

Nature de la série $\sum_{n \geq 1} \frac{(e - (1 + \frac{1}{n})^n) e^{1/n}}{\ln^2(n^2 + n)}$.

23 _____ **CCP**

Considérons deux suites réelles $(u_n)_{n \geq 0}$ et $(v_n)_{n \geq 0}$ telles que les séries $\sum u_n^2$ et $\sum v_n^2$ convergent. Montrer que la série $\sum u_n v_n$ converge absolument.

24 _____ **CCP**

Nature de la série $\sum \cos(\pi \sqrt{n^2 + n + 1})$.

25 _____ **CCP**

On considère la suite (u_n) définie par $u_0 \in [0, \pi]$ et pour tout $n \in \mathbb{N}$, $u_{n+1} = 1 - \cos(u_n)$.

1. Montrer que la suite (u_n) converge vers 0.

2. Étudier la série $\sum u_n$.

26 _____ **CCP**

Donner un équivalent quand n tend vers l'infini de

$$\sum_{k=n}^{2n} \frac{1}{\sqrt{k}}.$$