

# Première feuille d'exercices

## QUESTIONS OUVERTES

**1** —————  
Un ouvrier a laissé deux échelles de 3 m et 2 m en croix dans un couloir, en remarquant qu'elles se croisent à 1 m du sol. Quelle est la largeur du couloir ?

**2** —————  
Combien de chiffres comporte l'écriture décimale de  $2024!$ ? Combien de zéros la terminent ?

**3** —————  
Peut-on constituer un carré avec 21 carrés de côtés respectifs 2, 4, 6, 7, 8, 9, 11, 15, 16, 17, 18, 19, 24, 25, 27, 29, 33, 35, 37, 42 et 50 ?

**4** —————  
Étant donné un entier naturel  $n$ , existe-t-il des entiers  $x$ ,  $y$  et  $z$  tels que  $x^n + y^n = z^n$  ?

**5** —————  
Y a-t-il un lien entre les nombres  
 $\sqrt{11 + 2\sqrt{29}} + \sqrt{16 - 2\sqrt{29}} + 2\sqrt{55 - 10\sqrt{29}}$   
et  $\sqrt{5} + \sqrt{22 + 2\sqrt{5}}$  ?

**6** —————  
Peut-on trouver une puissance de 2 dont l'écriture décimale commence par 2024 ?

**7** —————  
Quel est le plus petit entier  $b$  tel que le nombre  $\sqrt{1141b^2 + 1}$  soit entier ?

**8** —————  
Le nombre  $\left(\frac{\ln(640\,320^3 + 744)}{\pi}\right)^2$  est-il entier ?

**9** —————  
On appelle nombres premiers jumeaux deux nombres premiers  $p$  et  $q$  tels que  $|p - q| = 2$ . Par exemple, 3 et 5 sont des nombres premiers jumeaux, ou encore 101 et 103. Existe-t-il une infinité de tels nombres ?

**10** —————  
Quel est le dernier chiffre de l'écriture décimale du nombre de Graham ?