PSI	DEVOIR EN TEMPS LIBRE N° 1
2023/2024	A rendre au plus tard le jeudi 7 septembre 2023

Étude d'un diapason

Ce problème porte sur l'étude d'un oscillateur mécanique faiblement amorti très utilisé en musique : le diapason.

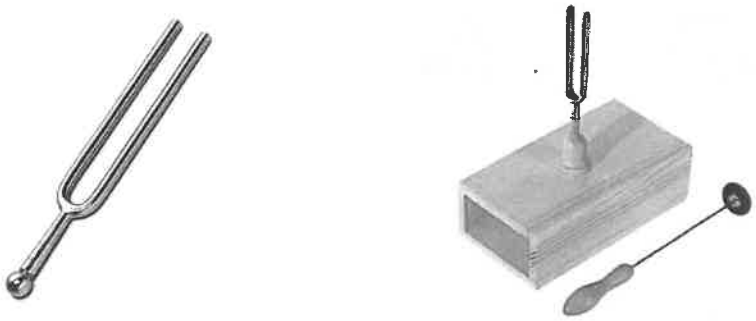


Figure 1 – Gauche : diapason de musicien. Droite : diapason (avec son marteau) muni d'une caisse de résonance pour améliorer l'émission sonore, utilisé dans l'enseignement

Partie I - Étude de la réponse percussionnelle

Les branches du diapason sont décrites comme un oscillateur masse-ressort oscillant selon un axe horizontal, amorti par frottement fluide linéaire en la vitesse.

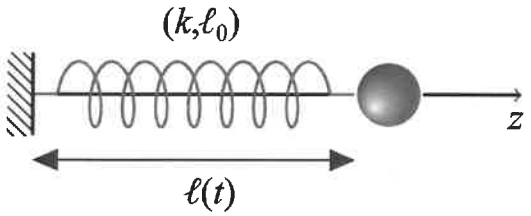


Figure 2 – Modélisation des branches du diapason par un oscillateur masse-ressort horizontal. La coordonnée z repère la position de la masselotte sur l'horizontale

On note m la masse de la masselotte, k la constante de raideur du ressort linéaire équivalent, ℓ_0 sa longueur à vide et $\ell(t)$ sa longueur à l'instant t (voir **figure 2**). De plus, on suppose que la masselotte est soumise à une force $\vec{f} = -\lambda\vec{v}$.

Q1. Quel phénomène physique la force $\vec{f}$ modélise-t-elle ? Justifier par un argument énergétique le signe de la constante λ.

À l'instant $t = 0$, on percute l'une des branches du diapason, ce qui provoque la mise en mouvement de chaque branche. On suppose le choc instantané, c'est-à-dire que les branches pseudo-oscillent librement pour $t > 0$. Une note est alors émise.

Q2. On note $z(t) = \ell(t) - \ell_0$ la position de la masselotte. Établir l'équation différentielle dont $z(t)$ est solution pour $t > 0$.

Q3. Exprimer la fréquence propre et le facteur de qualité Q de ce système en fonction de k, m et λ.

Q4. Sachant que l'on obtient des pseudo-oscillations, établir l'expression littérale de $z(t)$ en fonction de k, m et λ et de constantes d'intégration que l'on ne cherchera pas à déterminer.

La masse de certains diapasons, utilisés par les musiciens, de fréquence propre voisine de 500 Hz vaut 30 g. Pour un diapason sans caisse de résonance, l'émission sonore est détectable à l'oreille pendant environ une trentaine de secondes.

Q5. Réaliser une estimation de la constante de raideur du ressort équivalent. De même, réaliser une estimation de la constante de raideur de ressorts utilisés en travaux pratiques. Commenter.

Q6. Proposer une estimation du facteur de qualité du diapason. Comparer cette valeur à celle d'un oscillateur masse-ressort de travaux pratiques.

Q7. Pour un oscillateur masse-ressort de travaux pratiques, dont la période propre vaut une seconde, indiquer s'il est correct d'affirmer que la durée entre deux maxima successifs de la position de la masselotte vaut effectivement 1,0 s. On s'appuiera sur une discussion numérique à partir d'un développement limité à l'ordre 1 de la pseudo-période en $1/Q^2$.

Q8. De même, est-il correct d'affirmer que les branches d'un diapason de fréquence propre f_0 oscillent à la fréquence f_0 après percussion ?

Pour préciser l'estimation précédente du facteur de qualité du diapason, on réalise un enregistrement à l'aide d'un microphone en utilisant un diapason équipé d'une caisse de résonance en bois permettant d'augmenter l'intensité de l'émission sonore (voir schéma du montage, **figure 3**). On obtient les deux enregistrements présentés sur le **document 1**.

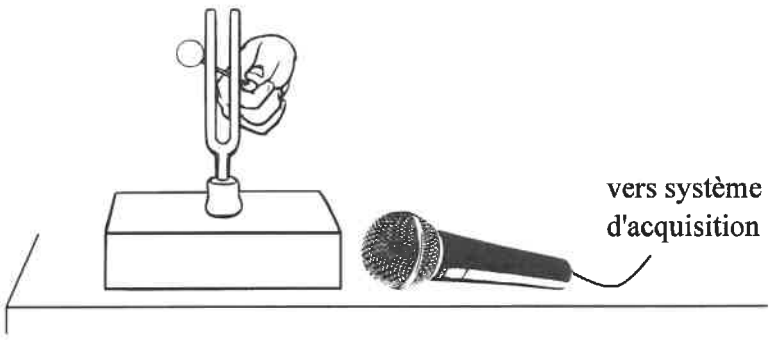
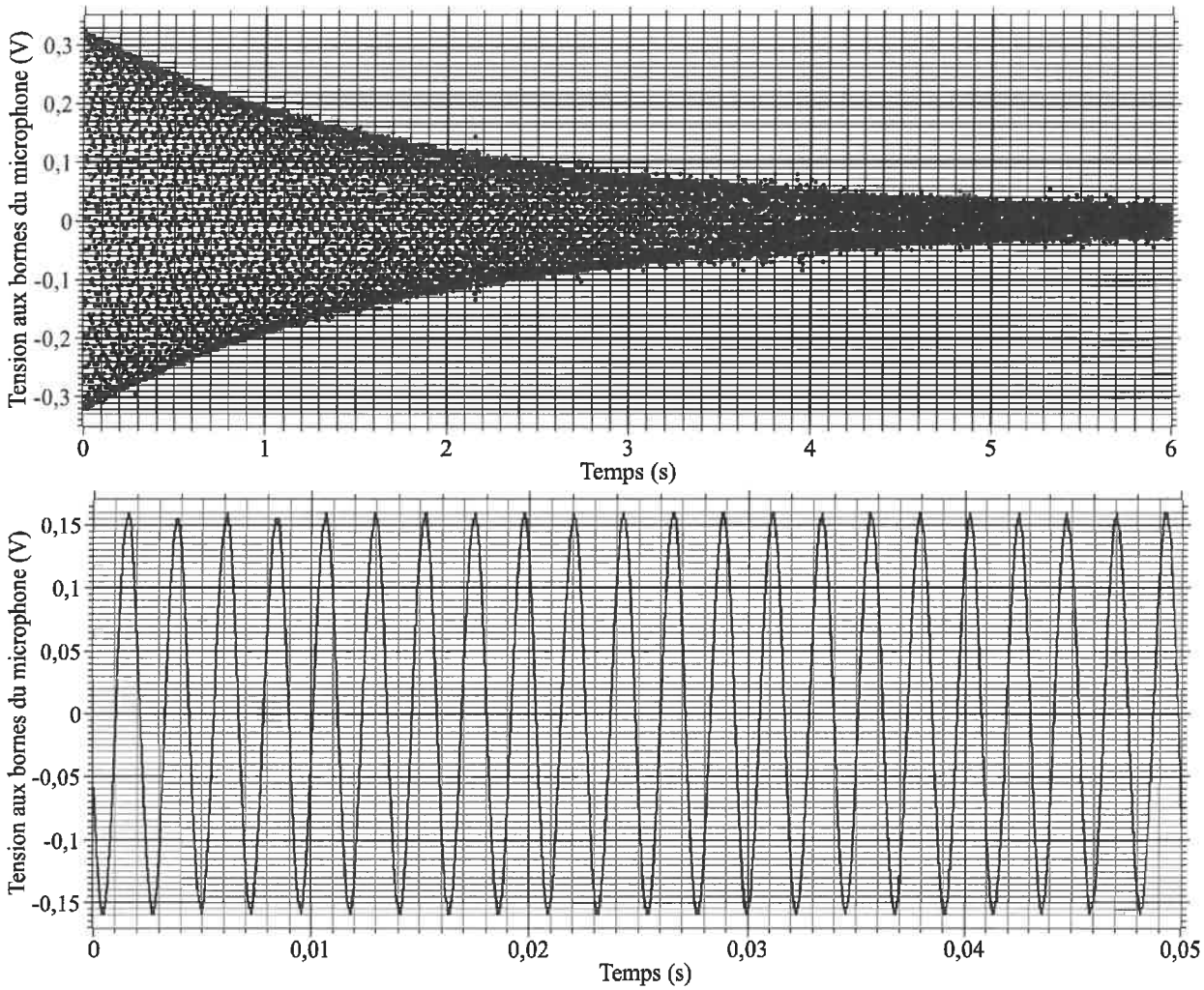


Figure 3 – Schéma du dispositif expérimental étudié dans la question 9

Q9. Exploiter le **document 1** pour estimer au mieux la fréquence propre et le facteur de qualité du diapason **A** (on reproduira sommairement la (ou les) figure(s) utilisées pour faire apparaître la méthode graphique employée pour ces déterminations). Comparer la valeur du facteur de qualité mesuré en présence de la caisse de résonance à celui du diapason en son absence. Commenter.

Document 1 - Étude de la réponse percussionnelle



Tension aux bornes d'un microphone enregistrant le son émis par la caisse de résonance du diapason **A** en réponse à une percussion avec le marteau (lors de deux mesures).

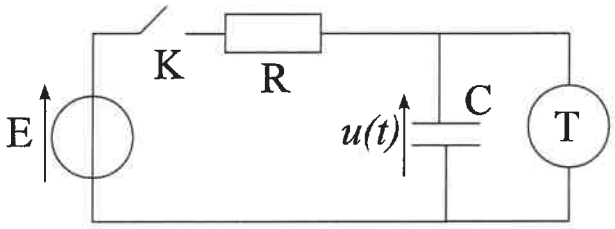
Partie IV - Fabrication de la source de courant et résultats expérimentaux

On peut fabriquer une source de courant oscillant à l'aide d'un générateur de tension continue et d'un oscillateur à tube fluorescent, dont le fonctionnement est présenté sur le **document 2**.

Document 2 - Description de l'oscillateur à tube

Un oscillateur à tube fluorescent, noté T, est un dipôle équivalent à un résistor dont la résistance peut prendre deux valeurs :
- celle d'un interrupteur ouvert lorsque le tube est éteint ;
- celle d'une résistance de $r = 500$ kΩ lorsqu'il est allumé.

Le dipôle T est inséré dans le montage électrique suivant :



Le tube fluorescent T ne s'allume que si la tension à ses bornes $u(t)$ est supérieure à U_a appelée *tension d'allumage*. Il reste alors allumé tant que la tension $u(t)$ est supérieure à $U_e < U_a$ (U_e est la *tension d'extinction*) et s'éteint sinon.

On ferme K à l'instant $t = 0$, le condensateur étant initialement déchargé.

Q23. À quelle condition sur E le tube s'allume-t-il ? On suppose cette condition vérifiée dans la suite. Exprimer alors l'instant d'allumage t_a en fonction de E, U_a et $\tau = RC$.

Q24. Le tube étant allumé pour $t > t_a$, exprimer la tension $u(t)$ en fonction de $E' = E/(1 + R/r)$, U_a, r, R, $\tau' = \tau/(1 + R/r)$ et t_a.

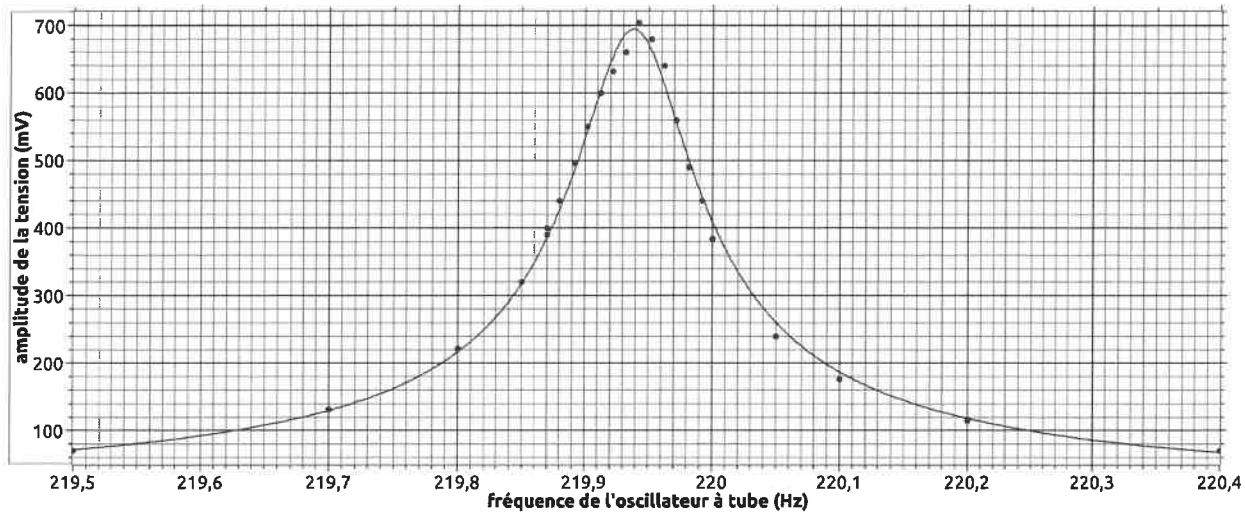
Q25. À quelle condition portant sur U_e et E', le tube s'éteint-il ? On suppose cette condition vérifiée. Exprimer l'instant t_e auquel le tube s'éteint.

Q26. Dans le cas où $u(t)$ est une fonction qui devient périodique, exprimer sa période T en fonction de E, E', U_a, τ et τ'.

Q27. Tracer l'allure de $u(t)$ pour $t \geq 0$ en représentant quelques oscillations. On positionnera t_a, t_e, T, U_a, U_e, E et E'.

En modifiant les valeurs de R, C ou E, on peut changer la période T. C'est sur ce principe que fonctionne la source de courant utilisée pour alimenter le montage excitateur du diapason. On enregistre la puissance sonore émise par le diapason à différentes fréquences. On s'assure que l'amplitude I de l'intensité alimentant la bobine ne varie pas lors des différentes mesures. On obtient la courbe présentée sur le **document 3**, avec le diapason **A** étudié dans la partie I.

Document 3 - Étude en régime forcé



Tension aux bornes du microphone enregistrant le son émis par la caisse de résonance du diapason **A** en réponse à un forçage en fréquence.

Q28. À partir des mesures présentées sur le **document 3**, réaliser une estimation de la fréquence propre et du facteur de qualité du diapason **A**. Commenter.

L'oscillateur à tube présente des oscillations qui ne sont pas sinusoïdales.

Q29. *A posteriori*, le fait que l'oscillateur ne soit pas sinusoïdal vous semble-t-il problématique pour réaliser l'étude en régime sinusoïdal forcé ?